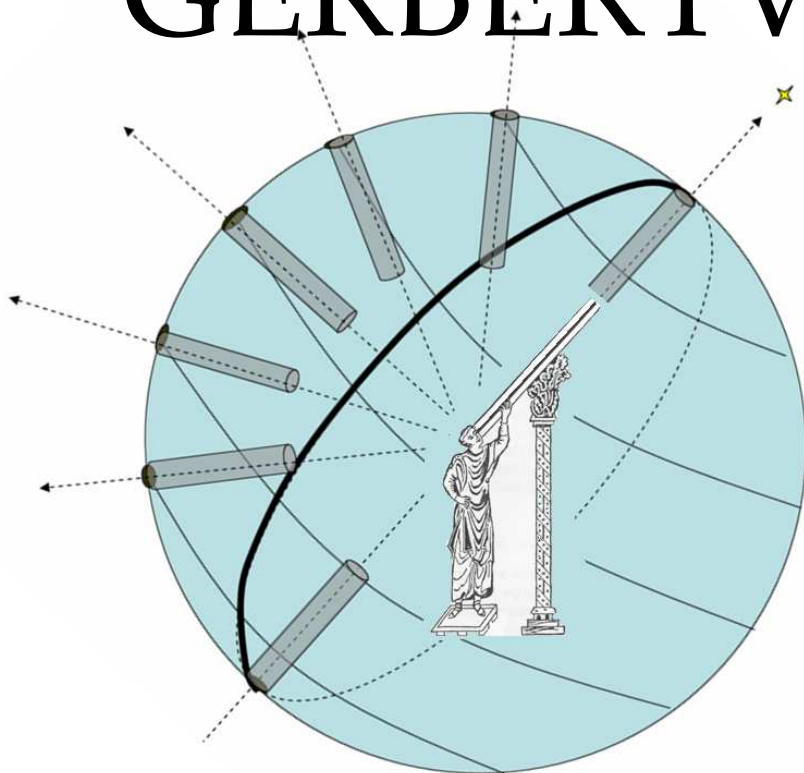


# GERBERTVS



<http://www.icra.it/gerbertus>

**International academic online publication  
on History of Medieval Science  
vol. 8/2015**

**GERBERTVS**

# **International academic online publication on History of Medieval Science**

url: <http://www.icra.it/gerbertus>

## **Editorial Board:**

**Prof. Flavio G. Nuvolone (Université de Fribourg-CH),  
Prof. Paolo Rossi (Università di Pisa),  
Dr. Marek Otisk (Accademia Ceca delle Scienze, Praga e  
Università di Ostrawa, Istituto di Filosofia)  
Dr.ssa Irene Sigismondi (LUISS e Sapienza Università di Roma)**

**Publisher: Prof. Costantino Sigismondi  
(ICRANet, Ateneo Pontificio Regina Apostolorum e  
ITIS G. Ferraris, Roma)  
Via Riccardo Grazioli Lante 15/A 00195 Roma, Italia**

Copertina: ritratto di Gerberto di Maria Teresa Bernabei (2009).

ISSN 2038-3657 (versione stampata)  
ISSN 2038-355X (versione online)  
ISSN 2038-3630 (CD-ROM)

**Vol. 8 – 2015**

Finito di stampare nel maggio 2015

Con il contributo di



# Gerbertus Musicus Rogatus a Pluribus

Costantino Sigismondi

(ICRA/Sapienza Università di Roma and ITIS G. Ferraris)

## Abstract

The XIII edition of the congress on Gerbertus of Aurillac (938-1003), on May 8th 2015, is held in the Sapienza University in the classic art museum, and it is focused on the music taught by the scholar of Aurillac, future Pope Sylvester II, the Pope of year 1000.

Gerbert was recognized as an expert on music already from the Pope John XIII in 971, before he moved to Reims, the sacred city for the French kingdom, and in 980 he wrote a textbook on the length of the tubes used for building the organs; in the same years he built an organ as a gift to the Emperor Otto II when he was appointed abbot of Bobbio. In the same occasion he composed the *Carme Figuratum* with encrypted messages on the reality of the indo-arabic numbers.

Using instruments either in teaching music and astronomy he may be considered a precursor of the modern experimental method; the students were driven to the whole comprehension of the arguments by reproducing themselves the phenomena studied.

The genius of Gerbert formalized mathematically the laws of the music, based upon Boethius and created new techniques of computations including also arab numbers on his abacus. He approximated the irrational  $\sqrt{3}/2$  with  $6/7$  to 1% of accuracy, choosing the easiest rational exemple to be remembered. The interest in learning mathesis in the mozarabic world after bishop Atto of Vic, drove Gerbert in Catalonia in a fertile time of peace, studies and translations, unfortunately stopped only a decade after his permanence (967ca-971). He learned there also medicine and astronomy anticipating the systematic cultural exchange set up by Gerard of Cremona (1114-1187) between Christian Europe and Arabic world.

During his period in Reims he could improve also his juridical competence after the tradition of archbishop Hincmar (845-882), to defend the deposition of the archbishop Arnoul in 991 made by a synodus of French bishops, but not approved by the Pope of Rome. Since Gerbert become the new archbishop of Reims another council in Mouzon was organized in 995 to clarify the situation. The Pope did not approve, but Gregory V later named Gerbert archbishop of Ravenna in 998.

Gerbert composed a hymn to the Holy Spirit, lost. The paper of Erminia

Maria Santi (1933-2014) prepared for the first roman congress in 2003 for the millennium of Gerbert's death and dedicated to Gerbert and the Music is reprint in the original form in her memory and to thank her constant effort to help and sustain these roman studies dedicated to the Pope of the year 1000.

The content of the volume 8, year 2015, of GERBERTVS includes Erminia Maria Santi's Conversation on Gerbert and Music. Marek Otisk's paper on Gerbert and Boethius music scholia: The Philosophical and Mathematical Context of two Gerbert's Musical Letters to Constantine of Fleury. Three contributions of Costantino Sigismondi on the modern Physics teaching in comparison with the method of Gerbert, another about Gerbertian paths in Rome for the Jubilee of Divine Mercy of 2015-16 and the last on an experiment to observe stellar-like diffraction patterns in daytime, suitable for school students and on the reason why diffraction rings disappear observing Uranus and Neptune, the Galileian satellites and Titan.

Ciro Serpico on the teaching of Mathematics in the OCSE countries; Alessandro Scimia on the History and the Sources of Canonical Rhythm with which Gerbert in Reims prepared his defense in the Synod of Mouzon.

## **Gerberto e la Musica dell'anno mille**

Gerberto, poi papa Silvestro II, ebbe il merito di dare alla Musica un ruolo preminente nelle scuole cattedrali, ma è anche innegabile che il ruolo della musica nella liturgia abbia avuto origini e normazioni ben precedenti. Al papa Gregorio Magno (590-604) è associato il Canto Gregoriano che ha caratterizzato con la sua solennità la sacralità delle liturgie al punto che San Pio X nella sua riforma della Chiesa<sup>1</sup> ha voluto indicare nel Canto Gregoriano la forma sicura della musica liturgica.

Gerberto ha commentato, su richiesta dei suoi allievi, alcuni passi della Musica di Boezio. Questo testo del VI secolo, assieme all'opera del IV-V secolo di Marziano Capella "Le Nozze di Mercurio e della Filologia", dove Apollo dona alla sposa le sette arti liberali, tra le quali la Musica, sono quelli che

---

<sup>1</sup> La riforma della Chiesa di Pio X, Marco Mancini, Fede e Cultura, Roma, 2015.

hanno avuto maggiore diffusione nell'alto medioevo. Gerberto era attivo anche come costruttore di organi, come ci è testimoniato dalle sue lettere, e dalla leggenda, falsa, che a Tivoli, negli Orti Estensi,<sup>2</sup> egli avrebbe realizzato un organo idraulico. Egli fu anche maestro della Cappella Palatina alla corte di Ottone III, ed è autore di un inno allo Spirito Santo, e di un trattato sulla misura delle canne d'organo "*de Mensura Fistularum*" precedentemente attribuito ad un suo allievo, Bernelino, dall'abate Martin Gerbert, autore nel 1784 di una raccolta di testi di scrittori ecclesiastici di musica in tre volumi.<sup>3</sup> Solo nel 1970 la scoperta del "*de Mensura Fistularum*"

---

2 Fu l'architetto Pirro Ligorio (1510-1583) nel Cinquecento a realizzare le fontane, e in particolare quella dell'organo, a Villa d'Este.

3 Martin Gerbert, *Scriptores Ecclesiastici de Musica*, Tomo 1, 1784  
La collocazione nella sezione di Musica della Biblioteca Casanatense a Roma è Mus 154. Martin Gerbert era Abate del monastero di San Biagio nella Selva Nera. Si tratta di un'opera di riferimento per quanto riguarda la storia della Musica Ecclesiastica. Antecedente alla Patrologia del Migne, raccoglie testi datati a partire dal secolo IV. Il primo volume di quest'opera di Gerbert contiene in particolare il "*De Mensura Fistularum Organicarum*" di Notkero alle pagine 101 e 102, il "*De Mensura Organicarum Fistularum*" incluso nella "*Musica*" di Hucbald ambedue del secolo X, che ci mostrano la trattazione contemporanea a Gerberto del problema della misura delle canne d'organo per differenti note musicali. Il testo di Notkero, monaco a San Gallo, è scritto in lingua "*vetero Theotisca*", primo volgare tedesco.

Hucbald è anche l'autore di "*Musica Enchiridis*", cioè un manuale di musica, dalla radice greca "che si tiene in una mano".

I rapporti tra le lunghezze delle canne d'organo non sono riconducibili direttamente a rapporti tra numeri interi piccoli, come nel caso del monocordo pitagorico, che Gerberto aveva introdotto in Europa dal suo contatto con la cultura araba in Catalogna, e dipendono anche dal diametro del tubo (*fistula*).

Martin Gerbert attribuì a Bernelinus, un allievo di Gerberto d'Aurillac, il testo riportato a pagina 314 "*Mensura Fistularum et Monochordi*", e questa attribuzione venne confutata solo nel 1970 quando K. J. Sachs trovò a Madrid un manoscritto (segnato 9861) anteriore a quello edito da Martin Gerbert segnato allora 1661 nella Biblioteca Vaticana (cfr. pag.

in un manoscritto nella biblioteca nazionale di Madrid più antico di quello esaminato dal Gerbert, con l'attribuzione dell'opera a Gerberto d'Aurillac, ha chiarito che l'autore era proprio il futuro papa Silvestro II.

### **La musica teorica e la musica strumentale:**

Tra X e XI secolo abbiamo diversi trattati di musica teorica a ribadire la concezione ancora fortemente boeziana del musico distinto dall'esecutore o strumentista: il musico conosce i rapporti matematici che governano l'armonia e perciò ha una posizione più importante, lo strumentista produce queste armonie anche senza capirne la natura. Musica Enchiriadis, cioè il manuale di musica di Hucbald, così come il de Mensura Fistularum contenuto nella Musica di Notkero Labeon, scritta in vetero tedesco, accennano soltanto al problema della

---

312). Alle pagine 316-318 compare la tabella in numeri romani e arabi delle progressioni delle note musicali nella notazione letterale di Boezio per un totale di 13 ottave. Sono indicati gli intervalli pari ad un tono e ad un semitono. L'autore fa riferimento al commento di Calcidio del *Timeo* di Platone, oltre che a Boezio, di cui ha realizzato diversi *scholia*.

Vi è anche la "*Musica*" di Adelboldo *ad Silvestrum Papam*, indirizzata proprio al Pontefice musico al quale aveva inviato anche uno studio sul volume della sfera (p. 303-312).

Il secondo volume del Gerbert (coll. Mus 155) si apre con l'opera di Guido d'Arezzo, considerato l'inventore delle note musicali. In particolare a pag. 45 troviamo dalla lettera a Michele "*De Ignoto Cantu*" la citazione dell'inno a San Giovanni "*UT queant laxis REsonare fibris MIRA gestorum Famuli tuorum, SOLve polluti LABii reatum, Sancte Iohannes*" sviluppato sulle prime sei note della scala musicale, che hanno preso il loro nome proprio dalle lettere iniziali delle strofe, qui indicate in maiuscolo.

Oltre a lui, troviamo l'opera musicale di Ermanno il Contratto (p. 124) "*Opuscula Musica*" ed il Tonale di San Bernardo da Clairvaux (p. 265), con la struttura a domande e risposte *Discipulus – Magister*.

Tutte opere, queste, riportate poi dal Migne nella sua monumentale *Patrologia Latina*.

commensurabilità tra le proporzioni musicali nel monocordo e quelle nelle canne d'organo, ma è soltanto Gerberto a fornire i dati utili per la costruzione delle canne d'organo.

### **Proporzioni pitagoriche nel monocordo e rottura degli equilibri con le canne d'organo:**

Gerberto e, in questo caso specifico, ad un tempo, l'ultimo esponente di una scienza empirica di tradizione romana, dove per tentativi si trovavano le soluzioni ingegneristiche migliori, ed il primo teorico musicale che anticipa di cinque secoli l'abbandono delle scale pitagoriche e loro affini, basate su rapporti tra numeri interi piccoli, cioè su numeri razionali, e capaci di descrivere tutti i suoni, in vista di proporzioni basate su numeri non più razionali, come accadrà con il temperamento equabile. La tabella delle proporzioni delle canne d'organo mostra che Gerberto usa, grazie anche alla sua abilità calcolatoria, rapporti tra numeri interi piuttosto grandi, per approssimare meglio i suoi dati sperimentali.

L'esposizione di un **flauto dolce**, che costituisce la *fistula* più comunemente usata oggi nelle scuole, corredato di misure e proporzioni calcolate su quello strumento, insieme alla descrizione dei fenomeni fisici che determinano la differenza tra le proporzioni in una corda armonica vibrante rispetto ad una canna dove si propagano le onde di pressione dell'aria vuole presentare questo problema anche da un punto di vista didattico.

### **La musica mundana e l'armonia delle sfere:**

Nel I libro della Musica, al capitolo XIII, Boezio distingue la musica in tre parti: mundana, humana e instrumentalis. Questa suddivisione seguiva l'impostazione che Aristotele aveva dato alla materia rispettivamente nel *De Caelo* (quanto

all'armonia delle sfere cosmiche), nel *De Anima*, quanto al suono, e in alcune sezioni dei *Problemata* quanto all'acustica. La convinzione che le sfere che accolgono i moti planetari nel cosmo sia tolemaico che copernicano della prima ora, producessero con i loro moti sempiterni dei suoni per contatto, ha portato ancora nel 1619 Johannes Kepler a trovare nella sua terza legge dei moti planetari il sugello a 10 secoli di ricerca di una regolarità matematico-geometrica giustificata *a priori* nelle dimensioni e nei periodi dei moti planetari. L'*Harmonices Mundi* e il compimento di questo percorso scientifico che aveva mosso i primi passi con Pitagora sei secoli prima di Cristo.

Le note musicali: nella lettera (1032) al monaco Michele l'abate Guido d'Arezzo (992-1050) spiega l'esacordo ricorrendo ad un inno a San Giovanni di Paolo Diacono. Le iniziali delle strofe di quest'inno daranno il nome alle note della scala: Ut (che diventera poi Do), Re, Mi, Fa, Sol, La, che nella notazione boeziana erano delle lettere: C, D, E, F, G, A, rendendo così più facile la pratica del solfeggio. Il Si si ottiene dalle iniziali di "Sancte Ioannes" con cui termina l'inno di Paolo Diacono.

### **Composizione del Volume 8 di GERBERTVS**

Oltre all'articolo di Erminia Santi, sulla Musica abbiamo il contributo di Marek Otisk, che prende in esame le lettere di Gerberto a Costantino di Fleury, su calcoli di acustica pitagorica.

Costantino Sigismondi riprende la biografia di Gerberto sotto il profilo del docente a Reims e a Bobbio, dove l'alverniate applica un metodo sperimentale, dotando gli studenti di strumenti con cui ripercorrere anche da soli i fondamenti meccanici delle scienze del quadrivio, in particolare la Geometria con l'astrolabio, l'Astronomia con le sfere, la

Musica con il monocordo e l'abaco per la Matematica.

Un set di problemi di fisica viene proposto per legare alla vita quotidiana la teoria studiata a scuola, al fine di collegare la conoscenza con l'esperienza di ogni giorno ed evitare che le due realtà siano separate nella visione degli studenti.

Ciro Serpico porta due esempi di questo stesso tipo nella didattica della Matematica, proponendo la riflessione dell'indagine PISA dell'OCSE sui paesi più industrializzati.

Alessandro Scimia fornisce gli elementi storici per inquadrare il lavoro di Gerberto nella redazione della sua autodifesa al Sinodo di Mouzon, convocato per ratificare o meno la sua consacrazione ad Arcivescovo di Reims in seguito alla deposizione di Arnolfo da parte del sinodo dei Vescovi francesi. Il problema è di centrale importanza per la comprensione del ruolo del Vescovo nella Chiesa, che secondo S. Agostino ne rappresenta ontologicamente la pienezza "Ubi Episcopus ibi Ecclesia", del primato del Vescovo anche rispetto ad un Sinodo (di Vescovi), e del primato petrino del Vescovo di Roma. A questo problema si può aggiungere quello del trasferimento del vescovo dalla sua Chiesa particolare, che portò al famoso processo di papa Formoso, ma che non toccò lo stesso Gerberto che passò di R in R da Reims a Ravenna e infine a Roma, per volontà del papa Gregorio V e poi dell'Imperatore Ottone III.

La proclamazione del Giubileo Straordinario della Misericordia dello scorso 11 aprile ha ispirato l'inserimento del contributo sui percorsi giubilari gerbertiani di Costantino Sigismondi, seguito da una dedicazione ad Erminia Santi ad otto mesi dal suo funerale e sette mesi prima dell'apertura del nuovo Giubileo.

Chiude il volume l'esperimento sull'osservazione delle figure di diffrazione di una sorgente puntiforme, una vera e propria stella artificiale, con un telescopio di 76mm di obbiettivo, alla portata di ogni scuola. Si dimostra graficamente perché Urano e Nettuno e i satelliti di Giove e Titano<sup>4</sup> di Saturno non mostrano all'osservazione telescopica gli anelli di diffrazione visibili invece nelle stelle.

---

4 Ho pubblicato un'esperienza dedicata all'osservazione degli indizi della presenza di atmosfera su Titano fatta nel 1997 su Nuovo Cimento B 115, 1121, 2000, e poi nel volume che presentò il telescopio a papa Giovanni Paolo II in occasione del Giubileo degli Scienziati il 25 maggio 2000. Le luminosità di Titano e Rea, osservati con un piccolo telescopio della classe di 10cm alternativamente, si invertono passando dal filtro rosso a quello blu. Titano è più brillante nel rosso poiché rossa è la sua atmosfera, mentre Rea riflette sulla sua superficie ghiacciata la luce del Sole, e nel blu la riflettanza di Titano risulta più bassa della più piccola Rea. Anche questa è un'esperienza di fotometria differenziale multibanda accessibile a tutti e con poca spesa.

# Conversazione su Gerberto e la Musica

Erminia Maria Santi

(1933-2014, Pianista e Soprano concertista)

*Diploma Magistrale a Rovigo e Accademica della Filarmonica di Bologna, si è diplomata in Pianoforte, Canto, Organo Complementare e Canto Gregoriano, Ramo didattico e Direzione di Coro al Conservatorio di Santa Cecilia in Roma; Concertista, ha cantato e suonato in Italia, Francia, Svizzera e Slovacchia e insegnato Musica e Canto Corale e Pianoforte nella scuola dal 1955 al 2001.*

## Abstract

The panorama of the history of Music at the turn of the first millennium of Christian era is depicted to introduce the contributions of Gerbert of Aurillac: the use of the organ in liturgy and of the monochord for tuning the voices of the chorus, beyond its didactical use for Pythagorean theory of music. Speech prepared for the congress of Lateran for celebrating the 1000 years from the death of Gerbert – pope Sylvester II, on May 12<sup>th</sup> 2003.

## Introduzione: origini di Gerberto

Si è disquisito sulle origini di Gerberto d'Aurillac che, pur non essendo specificate, e forse per questo motivo, attribuite, anche ai suoi tempi, a gente sconosciuta, quindi povera o di nessun prestigio, andrebbero ricercate tuttavia sulla “scelta” di quel “nome” che, all'epoca, nel territorio d'Auverne, d'Aquitaine e d'Aurillac, era proprio di famiglie altolocate, ricche e comunque libere (Visconti di Carlat, Cavalieri, da cui uscirono, tra il IX e l'XI secolo anche un abate e un arcidiacono)<sup>1</sup>.

---

1 M.T. Marlet in *Gerbert l'Européen, Actes du Colloque d'Aurillac*, Société des Lettres, Sciences et Arts «La Haute Auvergne», 1997, p. 37

Concludendo si è verosimilmente trattato di un figlio di ricchi proprietari, oblatato secondo regole preesistenti al Monastero d'Aurillac con una terra in dote [altro esempio suo contemporaneo, Abbone di Fleury, avvalora questa tesi].

## **Gerbertus Musicus**

I convegni-studio internazionali degli ultimi decenni sulla poliedrica figura di Gerberto d'Aurillac, divenuto Papa col nome di Silvestro II dal 999 al 1003, hanno favorito la ripresa di un rinnovato interesse e una giusta curiosità intellettuale per il suo operato.

Grazie alle scoperte paleografiche, agli studi e alle recenti pubblicazioni forniteci soprattutto da specialisti stranieri nei vari settori, compresa la musica, è finalmente emersa la grandezza di Silvestro II anche nell'ambito musicale di cui intendiamo qui riferire, non con intenti musicologici, ma soprattutto per dare giusto rilievo all'aspetto precursore di una azione incisiva e duratura impressa dal *Gerbertus Musicus*.

## **La Musica**

“Musica” è “scienza dei suoni armonici”, mentre “Scienza” è “arte costruita su principi”<sup>2</sup>: ciò secondo John Dryden, il grande poeta e drammaturgo inglese (1631-1700) che fu anche traduttore di classici greci e latini, nonché critico letterario e del quale si ricorda l'Apologia del Cattolicesimo, cui si era convertito al momento dell'ascesa al trono del cattolico Giacomo II (1685)<sup>3</sup>.

Ora, se si analizzano queste due interessanti definizioni, da me

---

nota 20.

2 v. P. Gammond, *La Musica*, Enciclopedie Pratiche Sansoni s.p.a. Firenze, 1973, p. 7 e 8

3 voce John Dryden, in *Grande Enciclopedia Curcio*, Vol. VII, Ed. IGI, Roma, 1966

scelte per l'intuito di completezza in esse contenuta, risulterà che, all'arte dei suoni, devono affiancarsi e collegarsi:

- le scienze matematiche e fisiche, con le leggi che governano il suono, l'armonia ed il ritmo;
- l'ingegneria, per la costruzione dei più svariati strumenti musicali ed affini;
- l'architettura propria dei luoghi deputati alla musica;
- lo studio specifico della sociologia, psicologia ed estetica musicale in relazione ai risultati che detta arte produce o può produrre;
- la letteratura quando fornisce alla musica il complemento delle parole.

Ma vanno ricordate ancora, oltre ad un funzionante apparato uditivo e fonetico dei soggetti interessati, anche uno speciale "quid" in più, innato ed indispensabile per gli artisti veri e propri, ai quali spetta soprattutto il ruolo creativo, ma anche quello di interprete e di insegnante, frutto, questi ultimi, di vero talento, da sostenersi tuttavia con studi complessi e completi nell'ambito strumentale, vocale, compositivo e sociologico, secondo le prerogative personali specifiche.

## **Il Canto Gregoriano**

Joris Karl Huysmans (1848-1907), francese, scrittore inizialmente legato a Zola ed al naturalismo, che si accostò poi, passando attraverso un'esperienza simbolista e decadente, all'ortodossia cattolica, così scrive del Gregoriano: "Può ben dirsi la parafrasi mobile e aerea dell'immobile struttura delle cattedrali; l'interpretazione immateriale e fluida delle tele dei primitivi, la traduzione alata ed anche la stretta e flessibile stola di quelle prose latine edificate un tempo da monaci dei chiostri"<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> in M. Mila, *Breve Storia della Musica*, Bianchi-Giovini s.p.a., Torino, 1946.

Ecco la testimonianza che ben introduce le nostre riflessioni su questo particolare ed antico canto della Chiesa Cattolica, a tutt'oggi eseguito perché vivo e coinvolgente: il Gregoriano.

Il repertorio “gregoriano” è sorto dalla fusione del canto romano antico con quello gallicano avvenuta in età carolingia.

Nella sua essenzialità ed aderenza alla liturgia, così intrinsecamente legato all'espressione semplice e solenne della lingua latina, Gerberto d'Aurillac, al tempo della propria formazione monastica, conformemente alla Regola di San Benedetto, lo aveva appreso, unitamente alle altre discipline del sapere allora diffuso, con quel grande entusiasmo e capacità recettiva di cui lo conosciamo dotato, e per di più in ambiente assai favorevole e stimolante, sotto la guida di illuminati e santi educatori, tra i quali l'abate Gerardo e il futuro abate Raimondo di Lavaur<sup>5</sup>.

## La Musica al tempo di Gerberto

Si sa che Gerberto conosceva a fondo l'attività degli scriptoria nei monasteri benedettini: edotto della nascita dei tropi e delle sequenze<sup>6</sup>, nonché dei primi esempi di polifonia (a due voci).

Fra le fonti più importanti del periodo, si ricordano:

- il *Dialogus de Musica* attribuito a Oddone di Cluny (879-942);
- il *De Harmonica Institutione* di Hucbald di St-Amand (840-930);

---

5 in H. Pratt Lattin, *The Letters of Gerbert*, Columbia University Press, New York, 1961, p. 3-31.

6 Sequenza: genere liturgico di origine mozarabica (spagnola) cantata alternativamente da due cori con melodia derivata dall'Alleluia dell'ufficio, costruita su versi latini asimmetrici. Tropo: viene considerato come un'aggiunta di versi ai canti già esistenti sia nel proprium che nell'ordinarium missae che nell'ufficio. I tropi venivano cantati dal coro in risposta al solista. Il Concilio di Trento ha cancellato dalla liturgia ogni traccia di tropi. cf. C. Passalacqua, *Biografia del Gregoriano*, Nuova Accademia Editrice, Milano, 1964, p. 123, 130.

- l'anonimo trattato *Musica Enchiriadis* del sec. VIII attribuito in passato a Hucbald stesso;
- l'anonimo trattato *Alia Musica* del sec. X<sup>7</sup>;
- il *De Institutione Musica* di Severino Boezio (480-524)<sup>8</sup>.

L'anonimo trattato *Alia Musica* del sec. X, mal interpretando ciò che il filosofo Boezio aveva già spiegato, ritenne che i modi ecclesiastici corrispondessero prevalentemente a quelli dei greci. Senonchè, possono attribuirsi solo in parte le medesime successioni, ma non la direzione delle note e, solo qualche volta, il loro nome.

Escludendo poi le Finali, le altre principali note di riferimento chiamate Repercussio, nel IV e VIII modo sono dei Do anziché dei Si naturali<sup>9</sup>.

In altri termini, la struttura modale del canto cristiano regola empiricamente l'aggregazione melodica degli intervalli, attorno ad un grado terminale (*finalis*), diverso per le caratteristiche dell'aggregazione stessa, che prende il nome di **modo** o **tonus**. Otto saranno tali modi, quattro autentici e quattro plagali (inizialmente di numero inferiore), il cui repertorio verrà composto con riguardo alla loro precisa destinazione<sup>10</sup>.

## Gli studi di musica in Catalogna e la teoria Pitagorica

Premettiamo che dal 967 al 970 Gerberto ricevette l'insegnamento di principi in matematica e musica da Hatton, il

---

7 M. Carrozzo e C. Cimagalli, *Storia della Musica Occidentale*, Ed. Armando, 1997, vol. I, p. 53

8 voce *Storia, IX-X sec.*, *Enciclopedia della Musica*, 1966, Ed. De Agostini, p. 1025

9 voce *Monocordo*, in *Musica*, Enciclopedia le Garzantine, Milano, 1999, p. 551

10 voce *Canto Romano e Gregoriano*, in *Musica*, Enciclopedia le Garzantine, Milano, 1999 p. 1016.

vescovo di Vich, direttamente in Catalogna, dove era in uso il monocordo, strumento composto da una sola corda tesa sopra una cassa di risonanza, tra due ponticelli e posata su un terzo ponticello intermedio (che può essere spostato a piacere sotto di essa in modo da ottenere dalle vibrazioni delle due sezioni della corda così divisa, suoni di altezza variabile<sup>11</sup>).

Tale strumento era stato importato in Catalogna dai sapienti arabi e ancora sconosciuto negli altri monasteri d'Europa.

Questi principi, propri della fisica acustica pitagorica, sono sostenuti da una teoria dei numeri<sup>12</sup>, che assume in un certo senso il fondamento propriamente metafisico della Musica.

Sono speculazioni sulla struttura della cosiddetta *Anima del Mondo*, derivanti dal Timeo di Platone, trasmesse agli eruditi del sec. IX e X attraverso traduzione e commento di Calcidio.

Essi, elaborati da Gerberto stesso, si basano sulla teoria secondo cui l'Armonia del Mondo è strutturata su proporzioni che si stabiliscono entro i quadrati e i cubi dei numeri 2 e 3, da cui le due serie di numeri: 1 – 2 – 4 – 8 e 1 – 3 – 9 – 27.

Calcolando successivamente i mezzi armonici ed aritmetici entro i numeri di ciascuna di queste serie si ottengono due nuove serie numeriche di dieci numeri l'una, corrispondenti a tre ottave, suddivise in quarte + quinte e quinte + quarte.

L'ultima tappa consiste nello strutturare le quarte e le quinte per toni e semitoni in posizioni determinate, così da ottenere i tre principali generi musicali: Diatonico, Cromatico ed Enarmonico, quest'ultimo con intervalli anche più piccoli del semitono.

## L'organo

Tuttavia se i rapporti pitagorici possono essere applicati senza alcun inconveniente su di un monocordo, gli stessi non

---

11 voce *Gli strumenti musicali*, in *Musica*, Enc. Le Garzantine cit, p. 1012.

12 C. Meyer in *Gerbert l'Européen*, cit. p. 186

sortiscono il medesimo effetto sull'organo.

Per quanto riguarda l'organo, a Ctesibio d'Alessandria (III sec. a.C.) è attribuita l'ideazione dell'hydraulis (l'organo idraulico), nel quale l'aria compressa che lo alimenta è azionata da un sistema idraulico. Il primo esemplare di organo pneumatico, dotato di mantici azionati a mano (evoluzione dell'organo idraulico) con canne non solo ad ancia, fa la sua comparsa in occidente nel 757 d.C., come dono dell'imperatore d'Oriente al Re dei Franchi Pipino il Breve<sup>13</sup>.

Ciò aveva scoperto lo stesso Gerberto interessandosi alla funzionalità dell'organo, altro strumento non ancora in uso nell'accompagnamento liturgico: trovò, per la sua competenza in scienza della musica, che vi erano, nel computo delle armonie fisse, fattori costanti e fattori variabili da applicare questi ultimi alle canne d'organo.

In effetti, la costruzione di una serie di canne che rispettasse perfettamente i medesimi rapporti pitagorici adottati per un monocordo provocherebbe delle distorsioni acustiche, o sfasature armoniche, dovute ad errata risonanza, per accumulo di suoni armonici fuori campo naturale designato per quei determinati e previsti suoni.

Non solo, tali sfasature sarebbero del tutto percepibili dall'orecchio<sup>14</sup>.

Ecco perché le sonorità di un organo necessitano di ulteriori aggiustamenti riguardanti lo spessore, la lunghezza e la forma delle canne, nonché la misura del loro diametro.

Gerberto conosceva lo scritto di Boezio *De Institutione Musica*<sup>15</sup> specialmente dove si legge "Bisogna considerare che ogni arte, come ogni disciplina, ha per sua natura maggiore dignità di qualunque mestiere che si esercita con l'attività manuale dell'esecutore. E' infatti molto più alto e nobile

---

13 voce *Gli strumenti musicali*, in *Musica*, Enc. Le Garzantine cit, p. 1012.

14 C. Meyer in *Gerbert l'Européen*, cit. p. 187

15 *Storia della Musica Occidentale*, cit. p. 74

conoscere ciò che qualcuno fa, che fare noi stessi ciò che qualcun altro conosce [...]. Quanto più degna è dunque la scienza della musica, intesa come conoscenza teorica, del fare, soltanto con l'opera e i gesti”.

Ma sappiamo che Gerberto seguì entrambe le vie.

Accanto alla conoscenza teorica che gli permise un approfondito esame dei principi fondanti dell'acustica, egli ha desiderato ed in effetti ha messo in pratica tali assiomi, dimostrandone così la perfetta applicabilità e correggendoli quando, per il risultato ottenuto, ne aveva scoperto la necessità.

Si citano le epistole 77 e 102 del 986, scritte da Gerberto<sup>16</sup> prima della rifinitura dell'organo che egli aveva fatto costruire a Bobbio per il suo amato monastero d'Aurillac.

E più tardi, nel 989, con l'epistola 171, denunciava la stessa situazione di stasi a causa del permanere in quella Abbazia di una politica molto confusa.

Questo per evidenziare l'importanza data da Gerberto al divulgarsi dell'uso dell'organo.

## **Gerberto e l'insegnamento del canto Gregoriano**

Al tempo di Gerberto, il gregoriano veniva trasmesso con un tipo particolare di notazione alfabetica, rappresentata dalla scrittura simbolica, conosciuta come “*notazione d'Asiano*”, basata su segni derivati dalla *prosodia d'ascia* (dal gr. = forte respiro) dell'antica poesia greca.

Questa notazione, attestata per la prima volta da un gruppo di manoscritti risalenti al 900, tra cui anche *Musica Enchiriadis*, nei quali è segnato l'*organum parallelum*, combinava la notazione d'Asiano con le lettere S, C, [C capovolta] e ne faceva poi uso in posizione normale, rovesciata, invertita etc.

---

16 numerazione adottata nella traduzione di H. P. Lattin, *The Letters of Gerbert*, Columbia University Press, 1961

per un totale di 18 simboli, onde annotare con precisione l'andamento delle diverse melodie.

Per quanto riguarda l'altro aspetto specifico della durata delle note, principalmente il rapporto di lunga e breve, questo non è chiarito con la notazione adiaستمatica (in campo aperto), ma, dato che si trattava di musica vocale, il riferimento era sul testo e, soprattutto, sull'ausilio mnemotecnico dei cantori del tempo<sup>17</sup>.

Verso la fine del X sec. apparve la notazione diastematica, in cui i neumi erano disposti rispetto ad un rigo in modo tale da stabilire l'altezza dei suoni e l'ampiezza degli intervalli tra di essi<sup>18</sup>.

Ma restavano ancora le notazioni precedenti, più ardue da decifrare. Con riferimento alle "origini", la derivazione antico/orientale, basata sulla cantillazione dei testi sacri (*lectio*) e la salmodia (applicata ai versi) [da modelli ebraici] non interessava l'apparato musicale greco – limitatamente alla pratica – bensì quello di natura teorico-speculativa, riguardante cioè la Musica come scienza appartenente ad un piano rigorosamente distinto da quello pratico (con cui non avrà contatti prima dei secoli VIII-IX, periodo di cui si tratta).

Il canto cristiano, come si è visto, era dunque inscritto nella sfera speculativa del *Quadrivium*, in quanto ars rationale et matematica, propedeutica alla filosofia<sup>19</sup>.

Era d'obbligo, quindi, soprattutto per chi istruiva i cori delle scuole cattedrali, abbaziali e claustrali, conoscere le varie scritture (che, soltanto in seguito, avrebbero raggiunto maggiore chiarezza e precisione).

Ma tale conoscenza, ancorché magistrale, restava priva di una sua perfetta applicabilità se avesse continuato a basarsi

---

17 voce *Gregoriano – notazione*, in *Enciclopedia della Musica*, Ed. Rizzoli Ricordi, vol. III-IV

18 op. ult. cit, vol. III, p. 204

19 voci *Il Medioevo e Canto Cristiano delle Origini*, in *Musica*, Le Garzantine, cit. p. 1015

esclusivamente sulla valentia esecutiva della voce, lasciata senza un utile e certo riferimento esteriore, di cruciale importanza per il docente (pensiamo ad una sua raucedine ed al conseguente effetto sul coro, a svantaggio di una buona esecuzione futura; o pensiamo, semplicemente, al controllo dell'intonazione corale).

Dunque, si deve allo scolastico Gerberto, poi divenuto Papa Silvestro II, l'aver intuito quale enorme aiuto derivasse dall'uso metodologico di uno strumento, sia pure minuscolo, come il monocordo, per l'esatta intonazione e quindi di sostegno alle voci, ed analogamente, quanta maggiore bellezza avrebbe raggiunto il canto con l'ausilio dell'armonioso organo! La Regola benedettina "cantate inni con arte" e "a Te voglio cantare davanti agli angeli" poteva solo così essere degnamente praticata<sup>20</sup>.

### **Brevi conclusioni:**

Si deve riflettere sull'importanza data dal Papa Silvestro II all'uso di strumenti quali il monocordo e l'organo per un metodo perfetto di insegnamento del canto gregoriano nelle varie scuole monastiche del suo tempo.

Senza rendere obbligatoria tale didattica, ma forte della sua grande autorevolezza, egli ne aveva suggerito l'applicazione maieuticamente accendendo la curiosità anzitutto dei suoi numerosi e validi discepoli che continuavano ad interpellarlo nonostante l'impegno apostolico sul soglio pontificio.

Quale migliore proposta poteva venire da chi, eletto rappresentante di Cristo in Terra, intese aprire ai fedeli il cammino celeste anche con l'elevazione interiorizzata di un colloquio con l'Altissimo e la perfetta lode a Dio mediante tutti i mezzi ritenuti più idonei.

---

20 San Benedetto da Norcia, *La Regola*, Ed. Erredi Grafica, Subiaco, 2001 p. 47

# The Philosophical and Mathematical Context of two Gerbert's Musical Letters to Constantine

Marek Otisk

*(University of Ostrava; Institute of Philosophy, The Czech Academy of Sciences, Prague)*

## Abstract:

The paper deals with two letters written by Gerbert of Aurillac to Constantine of Fleury. In these letters Gerbert points out some passages from Boethius's *Introduction to Music* (II, 10; respectively IV, 2 and II, 21) concerning mathematical operations (multiplication and subtraction) with superparticular ratios i.e. ratios of the type  $(n+1) : n$ . The musical harmonies rule the Cosmos and the Celestial Spheres according to Martianus Capella *De nuptiis Philologiae et Mercurii*; Music is the basis for understanding Astronomy. This paper follows two main aims: philosophical importance of music as liberal art and mathematical basis of the Pythagorean tuning.

**Keywords:** music; philosophy; mathematics; Gerbert of Aurillac; Boethius

## 1. Introduction

While summarizing in one of his texts the Pythagorean teachings, Aristotle stresses out the importance of numbers and harmony for their ability to explicate the visible as well as non-visible reality: Numbers are the beginning of all things and represent basis of the individual entities and soul. They determine time as well as justice, delimit the course of this World and determine the principles of Cosmos. The numbers are mutually interconnected in ratios creating a harmony that penetrates the entire Universe. The harmony resonates through the music of the spheres that permeates and sounds in the entire Cosmos and together with the number it

represents fundamental metaphysical structure of the entire reality.<sup>1</sup> Therefore since the pre-Socratic Antiquity Music has been closely linked to the art of Mathematics, its importance doesn't lie only in its euphony and aesthetic-ethical effects but it rather represents the metaphysical order of reality that has the power to divert the human being from his sensual and changeable world and raise him closer to the divine origin.

Also Gerbert of Aurillac used his excellent knowledge of Music art as a significant stimulus for his individual career. In this sense Gerbert's biographer, friend, colleague and probably also pupil, Richer of Reims, informs us while describing Gerbert's visit in Rome in 970. Gerbert, as a member of the Catalan delegation, met the pope John XIII and later on also the emperor Otto I. Both of them were attracted by his knowledge of music and astronomy, as neither of these sciences was developed well in the Christian Europe (and also in Italy) of this time.<sup>2</sup> Music therefore represents Gerbert's stepping stone on his way to the emperor's court while his cooperation with the Ottonian dynasty in many ways shaped his further career (especially by obtaining the archbishopric and papal office).

In this article I will therefore target the Music theory as Gerbert described it in the course of his teaching during the end of the 70-ties of the 10<sup>th</sup> century in his two short texts – letters written to his close friend Constantine of Fleury who is

---

1 Aristotelés, *Metaphysica* I, 5, 985b. In Aristotelis *Opera omnia*. Ed. I. Bekkeri. Vol. I–V. Berlin: G. Reiner 1831–1870 (repr. Berlin: W. de Gruyter 1960).

2 Richerus Remensis, *Historiarum libri quattuor* III, 44. Ed. H. Hoffmann. *MGH SS*, t. 38. Hannover: Impensis Bibliopolii Hahniani 2000, p. 192.

in Gerbert's later letters prised as the great expert on Music.<sup>3</sup>

Both Gerbert's musical letters to Constantine are brief commentaries on selected passages of Boethius's *Introduction to Music*. Their author in fact doesn't deal with musical, philosophical or metaphysical overlapping contexts of the discussed topic. In both cases he strictly holds the mathematical explanation and theoretically as well as with help of practical examples he explains arithmetic operations with numeral ratios (musical intervals) or classifies results of the performed calculations. This approach totally corresponds with Gerbert's note written at the beginning of his tractate *Rogatus a pluribus*. He dissociate himself from aural (or generally empiric, based upon feelings raised by the Music) principles of the musical theory as presented by Aristoxenus of Tarentum and unambiguously wishes to follow the Pythagorean mathematical structure of the Music art including the tuning of organ tubes (*Mensura Fistularum*).<sup>4</sup> As Gerbert deals in his musical letters exclusively with mathematics related to the Music science in my text I would like to stress out not only the mathematical context of his explanation but also to target the wider context of the philosophical consequences during the Early Middle Ages related to Music understood as science and art; and finally at

---

3 Gerbertus Remensis, *Epistola* 92. In Gerbert von Reims, *Die Briefsammlung Gerberts von Reims*. Ed. F. Weigle. MGH BDK, t. 2. Weimar: H. Bohlaus Nachfolger 1966, p. 121–122.

4 Gerbertus Remensis, *Rogatus* 1–8. In K.–J. Sachs, *Mensura fistularum. Die Mensurierung der Orgelpfeifen im Mittelalter*. T. 1: Edition der Texte. Stuttgart: Musikwissenschaftliche Verlag-Gesellschaft 1970, p. 59–60.

Sigismondi, C. *Gerberto e la misura delle canne d'organo*. In *Archivum Bobiense* 29 (2007), p. 355–396.

least but not last to briefly point out the importance of both letters for the musical theory.

## 2. Gerbert's Musical Letters to Constantine

One can assume that both Gerbert's commentaries on Boethius's *Introduction to Music* were written as answers to questions asked by Constantine. He probably during the end of the 70-ties of the 10<sup>th</sup> century left Reims where he previously studied and worked together with Gerbert and returned to his home monastery at Fleury. Gerbert's answers in both cases are of very similar structure: Firstly he turns our attention to a fragment of Boethius's text dealing with the relevant problem followed by a quotation from *Introduction to Music* accompanied by a brief explanation. Consequently Gerbert brings specific mathematical examples clarifying the quoted passage (or Boethius is mentioned again as a proof of the identical understanding of specific problem), whereupon the entire answer is generally summarized.

In case of the commentary on Boethius's *Introduction to Music* II, 10 and IV, 6 the question concerns doubling the superparticular ratios, i.e. ratios of type  $(n+1) : n$ , and the classification of the products. Boethius actually stated that the product of the superparticular ratio and number two doesn't result in the multiple or superparticular ratio.<sup>5</sup> As an example Gerbert uses the sesquialter (i.e. perfect fifth or *diapente*, i.e. ratio 3 : 2). When the interval defined by the ratio 3 : 2 will be doubled it is obvious that the three-numerical sequence will be

---

5 Boethius, A. M. T. S., *De institutione musica* II, 10. In *Anicii Manlii Torquati Severini Boetii De institutione arithmetica libri duo: de institutione musica libri quinque*. Ed. G. Friedlein. Leipzig: Teubner 1867, p. 240: „...si superparticularis proportio binario multiplicetur id, quod fit, neque superparticulare esse, neque multiplex.“

created (for example numbers 4 – 6 – 9) while between the first and the second member in this sequence (numbers 4 – 6) the superparticular ratio is 3 : 2 (fifth). Equally between the second and the third member of the sequence (i.e. numbers 6 – 9) is the same superparticular ratio (i.e. second fifth). Two fifths, i.e. doubled fifth has for example form of numerical sequence 4 – 6 – 9. However between the first and the third number of this numerical sequence (i.e. numbers 4 – 9) is not a superparticular either multiplex ratio: It is a multiplex superparticular number, the ratio 9 : 4.<sup>6</sup>

In the second letter to Constantine Gerbert focuses on passage from the *Introduction to music* II, 21 where Boethius writes on two consequent superparticular ratios. When from the larger of the two superparticular ratios the lesser one (the immediately following one) is subtracted, the resulting difference of this subtraction will be lesser then one half of the subtracted ratio (the subtrahend) as the duplex product will be lesser then the subtrahend. Boethius offers specific example of subtracting a perfect fourth, i.e. *diatessaron* (ratio 4 : 3), from a perfect fifth, i.e. *diapente* (ratio 3 : 2). The result of this calculation is the whole tone that is a major second, i.e. *epogdous* or *tonus* (ratio 9 : 8). The duplex of the whole tone

---

6 Gerbertus, *Scholium ad Boethii Musicae Institutionis* l. II, c. 10; l. IV, c. 2. In *Gerberti postea Silvestri II papae Opera Mathematica* (972–1003). Ed. N. Bubnov. Berlin: R. Friedländer & Sohn 1899 (repr. Hildesheim: Georg Olms 1963), p. 29: „*Sit superparticularis proportio: quaternarius ad senarium. Haec quoniam una est, binario multiplicetur. Bis enim unum duo sunt. Oportet ergo, ut sunt IIII ad sex, sic esse sex ad alium quemlibet numerum; hic sit novem. Dico, quoniam novenarius ad quaternarium nec multiplex est nec superparticularis. [...] Quod ex priore multiplicatione natum est, duplex sesquiquartus est, ut sunt IX ad IIII, id est neque multiplex, neque superparticularis, sed multiplex superparticularis.*“

(ratio 81:64) is then a semitone lesser then a fourth (ratio 4 : 3).<sup>7</sup> Gerbert demonstrates these relations by example of the smallest numerical sequence that expresses a ratio between a fourth and fifth: 6 – 8 – 9. From a fifth (i.e. interval *diapente* defined by numbers 6 – 9) he subtracts a fourth (i.e. interval *diatessaron* defined by numbers 6 – 8). The result is an interval between numbers 8 – 9, i.e. major whole tone (*tonus*). The double of this tone can be expressed for example by the three-member numerical sequence 64 – 72 – 81. While here (just like in the first Gerbert's letter) the first and the second member of this sequence (and alike its second and third member) have in between the very same ratio (here 9 : 8). The ratio between the first and the third member of this sequence (i.e. between numbers 64 and 81) is lesser than ratio 4 : 3. The obvious conclusion of this is that the ratio 9 : 8 is lesser then half of the 4 : 3 ratio, that is – as Gerbert notices – valid for all results of subtraction of two consequent superparticular ratios.<sup>8</sup> This

---

7 Boethius, *De institutione musica* II, 21, p. 254: „*Ab omni superparticulari, si continuam ei superparticularem quis auferat proportionem, quae est scilicet minor, id, quod relinquitur, minus est ejus medietate, quae detracta est, proportionis: ut in sesquialtera vel sesquitertia. Quoniam sesquialtera major est, sesquiterciam de sesquialtera detrahimus. Relinquitur sesquioctava proportio, quae duplicata non efficit integram sesquiterciam proportionem, sed ea distantia minor est, quae in semitonio reperitur. Quod si duplicata sesquioctava comparatio non est integra sesquitertia, simplex sesquioctava non est sesquiterthae proportionis plena medietas.*“

8 Gerbertus, *Scholium ad Boethii Musicae Institutionis l. II, c. 21*, p. 31: „*Sit propositus unus et idem numerus, ad quem aptetur sesquialtera ac sesquitertia proportio: hic sit VI, ad quem VIII sesquialter est, VIII vero sesquitercius. Qui disponantur hoc modo: VI, VIII, VIII. Et quoniam hae duae proportiones continuae superparticulares sunt in tribus terminis constitutae: VI, VIII, VIII, auferamus primum terminum, ad quem VIII est sesquitercius, — VIII sesquialter. Remanet VIII et VIII, qui sesquioctavi sunt. Sed sesquioctava porportio non est medietas*

statement is in his letter supported by two schemes demonstrating this rule on the results of subtracting a fourth from a fifth and the ratio 5 : 4 from the ratio 4 : 3.<sup>9</sup>

### 3. Music as a Mathematical Science – Arithmetic Operations with Ratios

As Gerbert follows Boethius (and Pythagorean) mathematical fundament of the musical theory, it is natural that his musical letters mainly have a character of brief mathematical tractate presenting selected topics related to arithmetic operations with fractions (ratios). Although they seem at the first sight to deal with demanding computations, there are basically elementary operations.

In the first of his letters Gerbert speaks about doubling the ratios and as an example he presents the superparticular number 3 : 2. Mathematically we can express Gerbert's example in the following way:

$$[i] \quad 2 \cdot (3 : 2) = 2 \cdot (3 / 2) = 3^2 / 2^2 = 9 / 4 = 9 : 4.$$

From this calculation we can easily deduct that the result of a fifth doubling doesn't represent the multiplex ratio (i.e. example, when the lesser number is contained in the greater

---

*minoris proportionis, id est sesquiertiae, quoniam duplicata non efficit eam, sed minor est. Duplicemus igitur sesquioctavam proportionem et sint tres numeri ita dispositi, qui a proportione VIII et VIII non recedant, fiantque octies octo et VIII VIII et VIII VIII, id est; LXIII, LXXII, LXXXI. Dico quoniam primus ad secundum et secundus ad tertium sesquioctavam custodiunt habitudinem, sed tertius ad primum minus est, quam sesquiertius, non est ergo sesquioctavus medietas sesquiertii.*

9 Gerberti postea Silvestri II papae Opera Mathematica, Fig. 2.

one more then once and fully corresponds with the value of the greater number; for example ratios 2 : 1, 3 : 1, 4 : 1 and so on; therefore double, triple, quadruple etc.) nor the superparticular ratio (i.e. case, when the lesser number is contained in the greater number once but there is a certain part of the lesser number remaining till the full value of the greater number; the remaining part can be expressed as a unit fraction of the lesser number, i.e. fraction where the number one is the numerator; for example ratios 3 : 2, 4 : 3, 9 : 8 and so on, i.e. *diapente*, *diatessarón*, *tonus* etc.), but it is the multiplex superparticular (i.e. number, when the lesser number is contained in the greater one more then once and till the full value of the greater number remains certain part of the lesser number expressed by the unit fraction, i.e. fraction where the number one is a numerator; for example ratios 5 : 2, 7 : 3, 9 : 4 and so on).<sup>10</sup>

If we wish to express the entire calculation as an interval visualized on the numeral axis, it can be demonstrated for example in this way (fig. 1):

---

10 See for example Nicomachos, *Introductionis Arithmeticae* I, 22, p. 59–63; Boethius, *De institutione arithmetica* I, 29, p. 73–76; Martianus Capella, *De nuptiis Philologiae et Mercurii* VII, 763, p. 281–282; Cassiodorus, *Institutiones* II, 4, p. 137–138; Isidorus Hispalensis, *Etymologiae* III, 6, p. 292; Abbo of Fleury, *Commentary on the Calculus*, p. 119–120 etc.

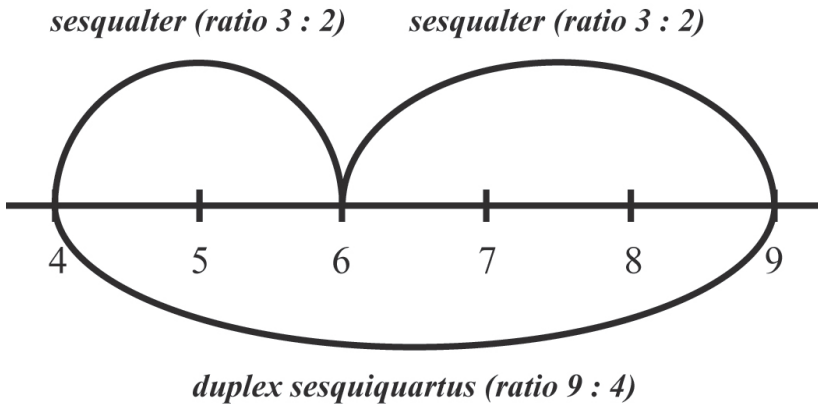


Fig. 1 – Duplex of the superparticular ratio 3 : 2 gives result of the multiplex superparticular ratio 9 : 4; based on the Gerbert's example given in his letter to Constantine

Result of the doubled fifth is ratio 9 : 4 therefore it is not the multiplex either a superparticular number, but it is the multiplex superparticular. It is necessary to note that the multiplex superparticular isn't result of doubling of any superparticular numbers but only of a fifth. In case of doubling other superparticular ratios (for example fourth, sesquialter, whole tone, i.e. major second, and so on) the result is always the superpartient ratio (i.e. relation between two numbers while the lesser number is contained in the greater number and in order to reach the value of the greater number it is necessary to add a certain proportion of the lesser number that cannot be expressed by a unit fraction of the lesser number).<sup>11</sup> So it is that the doubled fourth (4 : 3) stands for a

11 See for example Nicomachos, *Introductionis Arithmeticae* I, 20, p. 55–58; Boethius, *De institutione arithmetica* I, 28, p. 70–73; Martianus Capella, *De nuptiis Philologiae et Mercurii* VII, 762, p. 280; Cassiodorus, *Institutiones* II, 4, p. 137; Isidorus Hispalensis,

minor seventh (16 : 9) and doubled major second stands for a major third (81 : 64) and so on.

While Gerbert doesn't deal in his letter with the importance of multiplication of a fifth,<sup>12</sup> it is possible to assume that Constantine, the addressee of his letter, was aware of it. Gerbert therefore only reacts to the arithmetical part of the problem as the musical one seems to be clear. What is then the importance of the double fifth (alternatively its multiple or division) in the music theory? It is a fifth and its powers standing behind the Pythagorean fundament of mathematically expressible tuning based on the mutual relations between an octave (*diapason*, ratio 2 : 1) and a fifth (ratio 3 : 2). When there are defined relative relations between the tones within an octave (in modern way expressed for example from  $C_1$  to  $C_2$ ) the multiplication and division by a fifth and an octave is used. The fifth ratio (*diapente*, 3 : 2) can be obtained by multiplication of a perfect prime (1 : 1, in the basic major scale the C tone (Do); see [ii]) while we obtain the G (Sol) tone (so called the perfect fifth):

$$[ii] \quad (1 : 1) \cdot (3 : 2) = (1 / 1) \cdot (3 / 2) = (1 \cdot 3) / (1 \cdot 2) = 3 / 2 = 3 : 2.$$

---

*Etymologiae* III, 6, p. 292; Abbo of Fleury, *Commentary on the Calculus*, p. 118–119 etc.

12 On Gerbert's teaching method in the field of music see Richerus, *Historia* III, 49, p. 195. Furthermore see for example C. Sigismondi, *Gerberto e la misura delle canne d'organo*. In *Archivum Bobiense* 29 (2007), p. 355–396; F. G. Nuvolone, 'Gerbertus musicus' e le attività culturali bobbiesi dell'annata 2002. In *Archivum Bobiense* 24 (2002), p. 7–48; M. Huglo, *Gerbert, théoricien de la musique, vu de l'an 2000*. In *Cahiers de civilisation médiévale* 43/170 (2000), p. 143–160; K.–J. Sachs, *Gerbertus cognomento musicus. Zur musikgeschichtlichen Stellung des Gerbert von Reims (nachmaligen Papstes Silvester II)*. In *Archiv für Musikwissenschaft* 29/4 (1972), p. 257–274 etc.

The perfect fourth (*diatessaron*, ratio 4:3) can be mathematically obtained by dividing a prime by a fifth (the resulting tone would be one fifth lesser then the basic tone; see [iii<sub>a</sub>]) and consequently this proportion multiplied by an octave (ratio 2 : 1; see [iii<sub>b</sub>]) the *F* tone (Fa) is obtained:

$$[\text{iii}_a] \quad (1 : 1) / (3 : 2) = (1 / 1) / (3 / 2) = (1 \cdot 2) / (1 \cdot 3) = 2 / 3 = 2 : 3;$$

$$[\text{iii}_b] \quad (2 : 3) \cdot (2 : 1) = (2 / 3) \cdot (2 / 1) = (2 \cdot 2) / (3 \cdot 1) = 4 / 3 = 4 : 3.$$

Major second (a major whole tone; i.e. *epogdous* or *tonus*) is defined as the doubled fifth (see [iv<sub>a</sub>]) divided by an octave (*diapason*; see [iv<sub>b</sub>]) while at the same time the *D* tone (Re) is obtained:

$$[\text{iv}_a = \text{i}] \quad 2 \cdot (3:2) = 2 \cdot (3/2) = 3^2/2^2 = 9/4 = 9:4;$$

$$[\text{iv}_b] \quad (9:4)/(2:1) = (9/4)/(2/1) = (9/1)/(4/2) = 9/8=9:8.$$

In the similar way a major third (*E* tone, Mi), a major sixth (*A* tone, La) and a major seventh (*H* tone, Si) can be obtained. It is now obvious why did Constantine ask Gerbert to explain the way of double the superparticular ratios as their mutual multiplication and division of ratio 2 : 1 and ratio 3 : 2 allows to define the tone scale in full. Also the second Gerbert's music letter deals almost exclusively with the arithmetic operations with numeral ratios, i.e. music intervals. In this case it deals with subtraction and multiplying by two. Gerbert's example shows that the result of subtraction of the two consequent superparticular ratios (see [v]) is lesser then one half of the subtracted ratio as the doubled result of this subtraction (see [vi]) is lesser then the entire subtracted ratio (see [vii] and [viii]). Modern mathematical notation expresses it for example in this way:

$$[\text{v}] \quad (3 : 2) - (4 : 3) = (3 / 2) - (4 / 3) = (3 / 2) \cdot (3 / 4) = (3 \cdot 3) / (2 \cdot 4) = 9 / 8 = 9 : 8$$

[vi]  $2 \cdot (9 : 8) = 9^2 / 8^2 = 81 / 64 = 81 : 64$

[vii]  $(4 / 3) - (81 : 64) = (4 / 3) \cdot (64 / 81) = 256 / 243 = 256 : 243$

[viii]  $81 : 64 < 4 : 3$

As expressed in musical terms: If we subtract a fourth from a fifth, a major second (major whole tone) is obtained and two major seconds (two whole tones) are one *limma* lesser then a fourth. From the mathematical point of view it basically means that if we subtract from ratio 3 : 2 (for example interval determined by numbers 6 – 9 or 192 – 288) the ratio 4 : 3 (for example interval determined by numbers 6 – 8 or 192 – 256) the result will be the ratio 9 : 8 (for example interval determined by numbers 8 – 9 or 256 – 288). If the ratio 9 : 8 is doubled we obtain the ratio 81 : 64 (for example numeral sequence 64 – 72 – 81 or 192 – 216 – 243). The ratio 81 : 64, i.e. double of the ratio 9 : 8 is then lesser then the ratio 4 : 3 (for example interval determined by numbers 63 – 84 or by numbers 192 – 256) by the ratio 256 : 243 as more illustratively demonstrated in the following diagram (fig. 2).

Also in this case Gerbert doesn't bother to stress out the importance of presented calculations for the musical theory itself. The size of whole major tone interval (major second, i.e. ratio 9 : 8) can be (as demonstrated on the Gerbert's first letter) obtained with help of multiplication and division of a fifth by an octave but it can also be defined with help of subtraction of a fourth from a fifth. This way we can also define the firm mutual relation between a fifth and a fourth, or between a fourth and a major second. Fig. 2 demonstrates that while a fifth represents a sum of a fourth and a whole major tone, a fourth is a sum of two whole tones and one semitone.

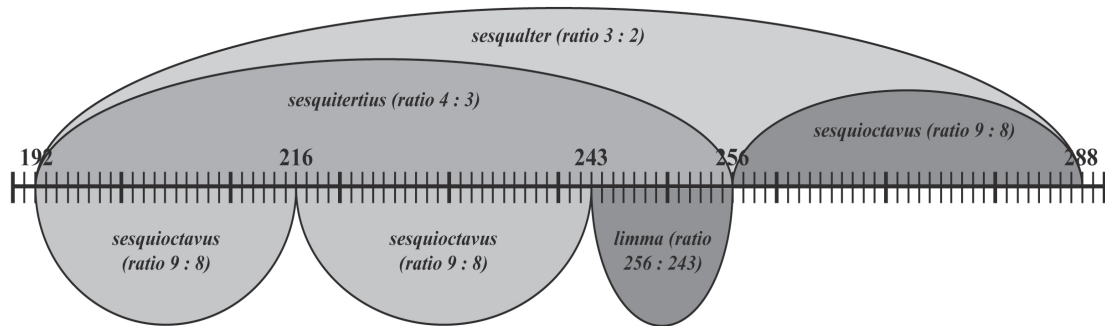


Fig. 2 – Duplex of the difference between the fifth and fourth is lesser then the fourth; based on the Gerbert's example from his letter to Constantine

The conclusion is: As an octave is a sum of a fifth and a fourth (see [ix]), within one octave the distances between the individual tones ( $C_1$  to  $C_2$ ) are determined by the intervals of five tones (ratios 9 : 8) and two semitones (between tones  $e$  and  $f$  and between tones  $h$  and  $c_2$ ; in other cases there are intervals of the whole tones). The mathematical formula of these musical relations can be presented for example in the following way:

- [ix]  $(2 / 1) = (4 / 3) + (3 / 2) = (4 \cdot 3) / (3 \cdot 2) = 12 / 6 = 2 : 1.$
- [x]  $(4 / 3) = (9 / 8) + (9 / 8) + (256 / 243) = (9 \cdot 9 \cdot 256) / (8 \cdot 8 \cdot 243) = 20\,736 / 15\,552 = 4 : 3.$
- [xi]  $(3 / 2) = (4 / 3) + (9 / 8) = (4 \cdot 9) / (3 \cdot 8) = 36 / 24 = 3 : 2.$
- [xii]  $(2 / 1) = 5 \cdot (9 / 8) + 2 \cdot (256 / 243) = (9^5 / 8^5) + (256^2 / 243^2)$   
 $= (59\,049 / 32\,768) + (65\,536 / 59\,049) = (59\,049 \cdot 65\,536) /$   
 $(32\,768 \cdot 59\,049) = 3\,869\,835\,264 / 1\,934\,917\,632 = 2 : 1.$

This problem also plays very important role in the musical theory as it defines tones (sounds) of an octave with help of the whole tones and semitones.

If we decide to follow the Gerbert's (and Boethius's) example

and subtract another two consequent superparticular ratios, i.e. ratio 5:4 from ratio 4:3 the result will be an interval 16:15 (i.e. lesser diatonic semitone). Its doubled quantity will provide ratio of two semitones or of so called diminished third (ratio 256:225). Differences of other consequent superparticular ratios thus also provide various small intervals also used in the music theory.

#### 4. Music and its Relation with Knowledge and Philosophy

Music with its theory whether based on the aural perception or on the mathematical fundamentals was considered in the Middle Ages as a part of the liberal arts. Although Gerbert in his letters to Constantine remains silent about the reason for his interest in Music or about the importance of this art, in the following part of the text I will address more general context of the Music art and knowledge thus focus the Music as such and its position within the (early) medieval struggle for wisdom.

Traditional definition of Music as known in the Middle Ages from the Late Antiquity and explicitly defined in for example Augustine's tract *De Musica*, is closely tied to a melody creating, i.e. knowledge of the proper measure.<sup>13</sup> During the early Middle Ages we often come across this definition perhaps in small variations.<sup>14</sup> In his dialogue *De Ordine*

---

13 Aurelius Augustinus, *De musica* I, II, 2. In Aurelius Augustinus, *De musica. Bücher I und VI. Vom ästhetischen Urteil zur metaphysischen Erkenntnis*. Hamburg: F. Meiner Verlag 2002, p. 6: „*Musica est scientia bene modulandi*.“ Furthermore see Censorinus, *De die natali liber* 10, 3. Ed. N. Sallmann. Leipzig: Teubner 1983, p. 16.

14 See for example Martianus Capella, *De nuptiis Philologiae et Mercurii*

Augustine explains in more details the systematic taxonomy of liberal arts. Music he mentions on the first place among the mathematical sciences. This prestigious status of music is well deserved as music represents a certain form of transition between the sensory perception and the purely rational cognition. The aural perception holds the irreplaceable position within the Music art as it naturally informs us about sounds, tones, melodies, rhythm etc. Sensory impulses can cause pleasure or displeasure however various consonances and harmonies are neither set by the hearing itself but by a number related to another number (i.e. creating the ratios). Therefore a number is always and necessarily the fundament of music in any of its forms. As a number is of God's origin it is not possible to doubt the divine origin of music. Its manifestations proof the harmony and divine perfection that created and organized this world.<sup>15</sup>

Unlike Augustine Martianus Capella in his tractate *De nuptiis Philologiae et Mercurii* positions Music as the very last one of all liberal arts. Music represents a certain form of climax of all knowledge. Each of the liberal arts in Martianus's description can be assumed by the appearance of corresponding sister-Muse attending at the wedding gathering of gods in order to present the fundamental features of her art. The arrival and explanation of Harmony (Music) is in some aspects unique. Harmony is awaiting her entrance for the longest time of all *artes*, gods are arguing for a long time whether they actually want to hear something else (as they would rather start the

---

IX, 930, p. 356; Cassiodorus, *Institutiones* II, 5, p. 143; Isidorus Hispalensis, *Etymologiae* III, 15 etc.

15 Aurelius Augustinus, *De ordine liber duo* II, 14, 39–41. Ed. W. M. Green. CCSL 29. Turnhout: Brepols 1970.

wedding feast) and more the entry of the seventh sister is even precluded by the refusal of another two sisters-Muses: Architecture and Medicine.<sup>16</sup> Despite the gods arguing whether to listen another lecture on the liberal art or not, the entrée of Harmony ends all argument and disputes. The presence of this art of this own (naturally accompanied by strong visual and aural effects) calms and astonishes everyone.<sup>17</sup> This harmonic and positive atmosphere persists during Harmony's presentation of the musical art<sup>18</sup> envied by another sisters. Harmony astonishes everyone by her noble appearance and delicious rustling sound of her robe as well as by sounds of her musical instruments including strange round shield interlaced with strings. The gods are so enchanted by Harmony and her Music that they fully recognize the divine character of her performance and soon they show her great respect and even stand in ovation.<sup>19</sup> Martianus Capella presents Music as superior to gods – they honour her, she calms them with her melodies, brings them a rest, prudence, harmony and perfection. Music is therefore reaching the ultimate heights.

Similarly Isidor of Sevilla in his *Etymologies* states that no knowledge (*disciplina*) is perfect without Music, as without music nothing would exist.<sup>20</sup> This is how the Pythagorean idea

---

16 Martianus Capella, *De nuptiis Philologiae et Mercurii* IX, 888–898, p. 337–342.

17 Martianus Capella, *De nuptiis Philologiae et Mercurii* IX, 905, p. 334–345.

18 Martianus Capella, *De nuptiis Philologiae et Mercurii* IX, 996, p. 384.

19 Martianus Capella, *De nuptiis Philologiae et Mercurii* IX, 910, p. 347.

20 Isidorus Hispalensis, *Etymologiae* III, 17.

on importance of Music disseminated across the Europe – the entire Universe and Cosmos were created with help of tonal scales and everything celestial is moving accompanied by sound of cosmic harmony.<sup>21</sup> Cosmological and metaphysical fundament of the Universe is determined by Music (i.e. by numeral ratios). These numbers allow us to recognize the truth about Cosmos and at the same time they reach human and his soul. The sensory perception is adjusted by the rational cognition of numeral relations in man's soul.

Also Boethius agrees with Augustine that Music approaches us through the hearings however it is the harmony that can engage the rational part of the human soul. It is the harmony that is reflected by the entire behaviour of human personality and that essentially effects the ethical activities of human being. Therefore Music forms the character of man however behind the misleading and unstable sensory (aural) cognition it is always necessary to seek for true, stable and permanent proportional relations mathematically defining the proper value of Music.<sup>22</sup>

The mathematical ground of Music, typical for Middle Ages as shown for example in *Lucidarium* by Marchetto of Padua,<sup>23</sup>

---

21 Isidorus Hispalensis, *Etymologiae* III, 17: „*Nam et ipse mundus quadam harmonia sonorum fertur esse conpositus et caelum ipsud sub harmoniae modulatione revolvi.*“

22 Boethius, *De institutione musica* I, 1, p. 179–187.

23 Jan W. Herlinger, *The Lucidarium of Marchetto of Padua. A Critical Edition, Translation, and Commentary*. Chicago: University of Chicago 1985, p. 82–84. Furthermore see M. Celhoffer, *Hudba, animus a proporce v kontextu Marchettova Lucidaria aneb „svůdné vábení Sirén“*. In *Musicologica Brunensia* 46/1–2 (2011), p. 49–54.

probably stands behind the Gerbert's commentaries of Boethius's *Introduction to Music*: If it is the mathematical proportional ground that forms the order of Universe, Cosmos and humankind including his way towards the Good and the Truth represents the determining aspect of Music (mainly in case of so called *Musica mundana* and *Musica humana* if Boethius's terms would be used<sup>24</sup>) then naturally the mathematical aspect of Music becomes the principal that needs to be discovered if we decide to perceive music as a science and a knowledge rather than as "only" a practical performance of musical art.

## 5. Conclusion

The Music in Middle Ages was regarded as a liberal art, i.e. knowledge that should lead us to the Truth and more it doesn't deal only with Music perceived by hearing (for example the Music of the spheres that is not audible<sup>25</sup>) but it fundamentally forms the very structure of the Universe. The Music stood at its beginnings and it defines rules of this World (by the numeral ratios, i.e. music intervals) in the similar way as it forms a human being himself to whom it opens the way to perfection in cognition as well as in all his actions. As rather the obvious result of Music art perceived in this way it can also allow us to concentrate primarily on the mathematical description of musical fundamental relations.

Gerbert's commentary on Boethius's *Introduction to Music* follows the above-mentioned approach as he was probably

---

24 Boethius, *De institutione musica* I, 1, p. 187–189.

25 Boethius, *De institutione musica* I, 9, p. 196.

answering questions raised by Constantine of Fleury. Gerbert's typical emphasis on the pedagogical exemplary explanation and at the same time on the practical usability of certain intellectual problem led him to the effort of explaining the musical (and also metaphysical and cosmological) problems with help of the most simple examples and models using his excellent mathematical erudition to the best of his ability.

## References

- Aristotelés, *Metaphysica*. In *Aristotelis Opera omnia*.  
Ed. I. Bekkeri. Vol. I–V. Berlin: G. Reiner 1831–1870 (repr.  
Berlin: W. de Gryter 1960), p. 980–1093.
- Aurelius Augustinus, *De Musica*. *Bücher I und VI*.  
*Vom ästhetischen Urteil zur metaphysischen Erkenntnis*.  
Hamburg: F. Meiner Verlag 2002.
- Aurelius Augustinus, *De Ordine. Liber II*. Ed. W. M. Green.  
CCSL 29. Turnhout: Brepols 1970, p. 89–137.
- Boethius, A. M. T. S., *De Institutione Musica*. In *Anicii Manlii  
Torquati Severini Boetii De Institutione Arithmetica libri duo:  
De Institutione Musica libri quinque*. Ed. G. Friedlein.  
Leipzig: Teubner 1867.
- Celhoffer, M., *Hudba, animus a proporce v kontextu Marchettova  
Lucidaria aneb „svůdné vábení Sirén“*. In *Musicologica  
Brunensia* 46/1–2 (2011), p. 49–54.
- Censorinus, *De die natali liber*. Ed. N. Sallmann. Leipzig:  
Teubner 1983
- Gerberti postea Silvestri II papae Opera Mathematica* (972–1003).  
Ed. N. Bubnov. Berlin: R. Friedländer & Sohn 1899 (repr.  
Hildesheim: Georg Olms 1963).
- Gerbert von Reims, *Die Briefsammlung Gerberts von Reims*.  
Ed. F. Weigle. MGH BDK, t. 2. Weimar: H. Bohlaus

- Nachfolger 1966.
- Herlinger, Jan W., *The Lucidarium of Marchetto of Padua. A Critical Edition, Translation, and Commentary*. Chicago: University of Chicago 1985.
- Huglo, M., Gerbert, *théoricien de la musique, vu de l'an 2000*. In *Cahiers de civilisation médiévale* 43/170 (2000), p. 143–160.
- Nuvolone, F. G., *„Gerbertus musicus“ e le attività culturali bobbiesi dell'annata 2002*. In *Archivum Bobiense* 24 (2002), p. 7–48.
- Richerus Remensis, *Historiarum libri quattuor*. Ed. H. Hoffmann. MGH SS, t. 38. Hannover: Impensis Bibliopolii Hahniani 2000.
- Sachs, K.-J., *Mensura fistularum. Die Mensurierung der Orgelpfeifen im Mittelalter*. T. 1: Edition der Texte. Stuttgart: Musikwissenschaftliche Verlag-Gesellschaft 1970.
- Sachs, K.-J., *Mensura fistularum. Die Mensurierung der Orgelpfeifen im Mittelalter*. T. 2: Studien. Murrhardt: Musikwissenschaftliche Verlags-Gesellschaft 1980.
- Sachs, K.-J., *Gerbertus cognomento musicus. Zur musikgeschichtlichen Stellung des Gerbert von Reims (nachmaligen Papstes Silvester II)*. In *Archiv für Musikwissenschaft* 29/4 (1972), p. 257–274.
- Sigismondi, C., *Gerberto e la misura delle canne d'organo*. In *Archivum Bobiense* 29 (2007), p. 355–396.

# **Problemi e di Fisica e Astronomia ed il metodo di Gerberto docente**

Costantino Sigismondi

*(ICRA/Sapienza Università di Roma and ITIS G. Ferraris)*

## **Abstract**

Teaching Physics and Astronomy to pupils of 14-19 years old requires nowadays a continuous upgrade of knowledge as well as a capacity of selecting topics. The art of presenting arguments made Gerbert the teacher *Rogatus a Pluribus* in the end of X century and it is still actual; the proposed series of problems wants to link everyday experiences with the mathematical models of the phenomena, to allow the prediction and explanation of the experimental data. These problems of Physics and Astronomy are “observation oriented”, as the method of Gerbert was to start from the experience to get the theory, and not viceversa. Physics is much more than an “applied Algebra”. In the dispute of Ravenna (980) between Gerbert and Otric from Magdeburg, the primacy of Physics with respect to Mathematics was discussed. In the Italian secondary technical schools there are laboratory activities, while there is nothing similar for Lyceums and for the Astronomy teaching which is limited to a series of notions to be learned without any kind of observation; considered too difficult in polluted skies.

## **Introduzione: le novità dell'insegnamento scientifico di Gerberto di Aurillac nel X secolo**

Gerberto di Aurillac (938 ca. – 1003) fu un celebrato docente del suo tempo, apprezzato per la sua conoscenza nella Musica e nella Matematica già nel 971 da parte del Papa Giovanni XIII e dell'Imperatore Ottone I che lo volevano trattenere a Roma.

Gerberto si era formato ad Aurillac come monaco benedettino e perfezionato in Catalogna verso i suoi trent'anni di età, grazie all'opportunità di seguire il conte Borrell che gli consentì di unirsi alla scuola di Attone vescovo di Vich, esperto in matematica.

Gerberto usufruì della fecondità dell'ambiente mozarabo della marca di Catalogna dove, al confine tra mondo arabo-

spagnolo e mondo latino del regno carolingio dei Franchi, cristiano, avvenivano continui scambi culturali sotto forma di traduzioni di testi scientifici arabi e di penetrazione di strumenti come l'astrolabio e il monocordo.

Gerberto concepì nuovi algoritmi rispetto agli Arabi<sup>1</sup> e un nuovo tipo di abaco basato sui “*gubar*”, le cifre indo-arabe, per velocizzare i calcoli necessari a risolvere alcuni problemi di acustica e geometria, tanto che chi utilizzò quell'abaco nei cinque secoli successivi fu chiamato “*gibertista*” dal nome stesso di Gerberto. Una scuola matematica iniziata da Gerberto continuò in Belgio a Liegi con Notker.

Con l'abaco Gerberto poteva anche fare calcoli che richiedevano la conoscenza del teorema di Pitagora e quindi della radice quadrata, e così risolvere il problema dell'area del triangolo equilatero usando la migliore approssimazione razionale del rapporto tra altezza e lato, anticipando la moderna teoria degli errori.<sup>2</sup>

Gerberto concepì anche nuovi strumenti in Astronomia per

---

1 Jorge Nuno Silva ha evidenziato che l'algoritmo per la divisione usato da Gerberto e descritto da Richero non è presente tra quelli arabi coevi: J. N. Silva, *Gerbertus* 4, 2013, p.101.

2 Paolo Rossi nel primo volume di *Gerbertus I*, (2010), 15. ha mostrato come Gerberto conoscesse il risultato della misura dell'area del triangolo equilatero, che presuppone il teorema di Pitagora e quindi l'estrazione della radice quadrata, e lo abbia voluto esemplificare tramite terne di numeri interi, scelti piccoli e che potessero rappresentare con poco errore percentuale il rapporto irrazionale tra base e altezza del triangolo equilatero. Approssimare con un rapporto razionale ( $6/7$ ) con numeri interi il rapporto tra numeri irrazionali ( $\sqrt{3}/2$ ) è un concetto moderno, e al contempo antico, visto che già Tolomeo voleva “*salvare i fenomeni*”, cioè saperli rappresentare con un modello esauriente. Gerberto usò per questo rapporto irrazionale  $\sqrt{3}/2=0.86602...$  l'approssimazione razionale  $6/7=0.85714...$  in difetto per l'1.025% di precisione, mentre  $7/8=0.875$  approssima con l'1.037% per eccesso, ritenendo di non dover ricorrere ad un più accurato  $13/15=0.86666...$  poiché *in minoribus numeribus libet exemplificare*.

esemplificare i moti delle sfere omocentriche del sistema tolemaico (descritta nel 998 dal suo biografo Richero di Reims<sup>3</sup>) e mostrare i luoghi principali dell'orbita del Sole come la Sfera descritta nella lettera del 978 a Costantino di Fleury,<sup>4</sup> e la loro proiezione sulla sfera terrestre secondo la Geografia tolemaica. Infine di Gerberto ci è stato trasmesso un testo sull'Astrolabio, ed una sulla Geometria.

Le attribuzioni di questi testi a Gerberto erano rimaste a lungo in dubbio durante la seconda metà del Novecento, per via della mancanza di manoscritti abbastanza antichi che lo attestassero, ma è ormai chiaro -anche da un punto di vista statistico- che l'opera di Gerberto, nonostante la sua elevazione a Papa col nome di Silvestro II dal 999 al 1003, è stata sottoposta ad una forte censura anche da parte degli stessi ecclesiastici, fino almeno al 1629 quando fu pubblicata la sua biografia del domenicano polacco Abramo Bzowsky.<sup>5</sup>

---

3 Marco Zuccato *Gerbert's Islamicate Celestial Globe*, in *Gerberto d'Aurillac-Silvestro II linee per una sintesi*, Archivum Bobiense Studia V (2004), p. 167 ha mostrato che l'aggiunta del cerchio dell'orizzonte, non presente nelle sfere usate dagli Arabi e introdotto da Gerberto su ispirazione di testi latini che egli consultava con grande libertà, anche nello studio della retorica come ci trasmette Richero, è un *hapax*, un *unicum* Gerbertiano, quindi una sua invenzione. Per il testo di Richero di Reims in Italiano cfr. la traduzione di Laura C. Paladino, *La Biografia di Gerberto nella Historia Francorum di Richero di Reims*, Archivum Bobiense 27-28, 167 (2005-6).

4 Costantino Sigismondi la ha descritta in *Gerbertus I*, 1 e nel libro *La Sfera da Gerberto al Sacrobosco*, UPRA, Roma, 2008.

5 Abraham Bzowski (latinizzato Bzovius) (1567-1637), *Siluester 2. Caesius Aquitanus pont. max. F. Abrahami Bzouij Poloni S.T. magistri ord. praedicatorum adiuncta est vita S. Adalberti m. ab eodem Siluestro edita studio eiusdem Bzouij auctori suo uindicata, et notis illustrata*. Romae, typis Vaticanis, 1629. Una copia è alla Biblioteca Casanatense. Negli *Annales Ecclesiastici* di Cesare Baronio (1607) Gerberto è praticamente censurato, dicendo che al suo tempo la *barca di Pietro* stava affondando.

Dunque l'effetto della censura ha impedito ai manoscritti "antiquiores" di giungere fino a noi; il caso del *Carme Figuratum* a Ottone II, di cui abbiamo solo la copertina è esemplare.<sup>6</sup>

La *Mensura Fistularum* del 980 ha avuto una sorte più favorevole: grazie al ritrovamento di un manoscritto del XI secolo K. J. Sachs ha potuto dimostrare filologicamente l'attribuzione a Gerberto di questo testo di Musica, ovvero acustica pitagorica applicata alle canne dell'organo.<sup>7</sup>

Sempre in Musica il suo contributo è riconosciuto da Richero nell'uso del monocordo, progenitore arabo della chitarra, per l'intonazione del canto e soprattutto per l'esemplificazione delle proporzioni pitagoriche tra le note musicali. Gerberto, che a Bobbio costruì un organo per l'imperatore Ottone II, conoscendone le regole di intonazione, ha composto e musicato anche un inno allo Spirito Santo, andato perduto.

In ogni campo del Quadrivio: Matematica, Musica, Geometria e Astronomia, Gerberto ha saputo rielaborare la scienza latina alla luce delle novità arabe, con contributi personali originali.

Anche nel Trivio: Grammatica Retorica e Dialettica, Gerberto ha offerto soluzioni originali: oltre al trattato *de Rationali et Ratione Uti* che prelude alla Scolastica con un secolo di anticipo?<sup>8</sup> è ben noto il suo metodo di insegnamento che affiancava gli autori latini profani come Cicerone e Virgilio ai testi sacri e ai Padri della Chiesa.<sup>9</sup> Le *Universitates* e le scuole

---

6 Per il *Carme Figuratum* si rimanda a F. G. Nuvolone, *Un giorno del 969 a Elna, Quelques éléments d'introduction au Carmen Figuratum de Gebert d'Aurillac*, in *Culmina Romulea*, UPRA Roma 2008, p. 33.

7 Erminia Santi, *Gerberto e la Musica*, Geografia, 103-104, p. 81 (2003).  
C. Sigismondi, *Gerberto e la misura delle canne d'organo*.  
In *Archivum Bobiense* 29 (2007), p. 355-396.

Erminia Santi, *Conversazione su Gerberto e la Musica*, Gerbertus 8, 9.

8 cf. Fabio Sigismondi, *Gerberto d'Aurillac Il trattato De Rationali et Ratione Uti e la logica del X secolo*. UPRA, Roma, 2007.

9 Cf. la Biografia di Gerberto scritta da Richero di Reims.

cattedrali di tutta Europa trovarono nell'organizzazione di quella di Reims un'ispirazione per i nuovi *curricula studiorum*.

### **Le fonti della cultura al tempo di Gerberto**

Alla scuola di Reims si sono formati molti futuri abati, Roberto, figlio del re Ugo Capeto e re a sua volta, e molti nobili europei. L'istruzione non era certamente di dominio pubblico, come le fonti della cultura, e cioè i libri. L'intera vita di Gerberto bibliofilo<sup>10</sup> mostra la ricerca incessante delle fonti librerie mancanti a completare il panorama nelle varie scienze oggetto dell'attenzione di Gerberto, che spaziava anche fino alla Medicina,<sup>11</sup> come sappiamo dal suo epistolario di cui 230 lettere sono giunte fino a noi.<sup>12</sup>

Gerberto richiedeva le copie dei libri che voleva consultare sia al suo monastero di origine ad Aurillac, sia a Miro Bonfill vescovo di Girona in Catalogna, dove poteva contare sulla attività di traduzione dall'arabo svolta dall'ebreo Giuseppe "Ispano".

Quando Al Mansur, generale fondamentalista dell'esercito arabo, nel 985 giunse a distruggere Barcellona, si chiuse la grande fecondità di scambi culturali tra Cristiani e Arabi in Catalogna iniziata durante il califfato di Al Hakem II, quando a Cordoba esisteva una biblioteca di 700000 volumi; mille volte tanto quelli conservati all'abbazia di Bobbio, che aveva la maggiore dotazione nell'Europa Latina.

Dopo Barcellona anche Santiago de Compostela nel 997 fu distrutta e anche le campane della Cattedrale furono fuse.

---

10 Flora Parisi, *Libri e Biblioteche per Gerberto Bibliofilo* in Gerbertus 1, 219 (2010).

11 Cosimo Palagiano, *Gerberto e la Medicina*, Geografia, 103-104, p. 76 (2003).

12 Maria Giulia Panvini Carciotto, *Gerberto, Epistolario*, UPRA, Roma, 2009.

Al Mansur, il “Martello di Dio”, distrusse anche i libri, tipico cieco fondamentalismo, e la stessa cultura islamica con le traduzioni di opere classiche come Tolomeo, e i preziosi studi di Astronomia della scuola di Baghdad del nono secolo.

Nel dodicesimo secolo con l'arrivo a Toledo di Gerardo da Cremona le condizioni per una ripresa della collaborazione culturale tra Arabi e Cristiani ritornarono in auge.<sup>13</sup>

Gerardo (1114-1187) si spostò a Toledo con il fine di studiare l'Almagesto di Tolomeo che lì esisteva nelle traduzioni arabe.

Egli, dottore della scuola cattedrale di Cremona, coordinò circa un centinaio di traduzioni di testi classici disponibili in Arabo a Toledo, con una scuola di traduttori che seguivano il metodo “alla lettera”.

La coordinazione nelle traduzioni, possibile nel XII secolo, quando la *Reconquista* Spagnola aveva riattivato gli studi scientifici interculturali, mostra che le fonti delle varie scienze erano note anche in Occidente, ma non consultabili.

Opere classiche di autori citati da Plinio il Vecchio nella *Naturalis Historia*, sono rimasti introvabili per diversi secoli nell'Europa Occidentale, anche negli *scriptoria* dove i monaci trasmettevano il sapere nei manoscritti da far circolare nella rete dei vari monasteri Europei.

Sia Gerardo che Gerberto dovevano avere abbastanza chiara la consistenza delle biblioteche a loro accessibili e cosa mancasse per completare il panorama del sapere nelle varie scienze superando le trattazioni manualistiche in voga dalla fine dell'Impero Romano d'Occidente di cui i maggiori esponenti erano Boezio, Cassiodoro, Marziano Capella. Di Gerberto addirittura abbiamo una lista, riportata da Ludovico Antonio Muratori, dei libri esistenti a Bobbio, che ci mostra che questo

---

<sup>13</sup> Costantino Sigismondi, *Gli antichi orologi tra cosmologia e arte*, Arte e Scienza II, 145 (2014).

tipo di attività di recensione delle fonti librerie fosse sistematica. Sappiamo anche quanto fosse dispendiosa la realizzazione di una copia manoscritta su pergamena, cosa che Gerberto -molto probabilmente del casato dei Visconti di Carlat- non esitava a fare di tasca propria, come hanno mostrato gli studi storici del prof. Flavio Nuvolone.<sup>14</sup>

### **Attualità del metodo di insegnamento di Gerberto**

Al tempo di Gerberto accedevano all'istruzione solo i nobili e i chierici. Oggi il numero di ragazzi che accedono all'istruzione è molto più grande sia in percentuale che in assoluto. Basti pensare all'attuale percentuale di alfabetizzazione in Europa. L'altra differenza è nella disponibilità del sapere di base, pressoché totale sia sotto forma di libri stampati che di dati in forma digitale su internet. Infine la disponibilità di maestri capaci di trasferire le conoscenze da una generazione all'altra, non è mai stata numericamente così alta.

Gli studenti oggi possono rivolgersi anche ad altri maestri rispetto a quelli che la scuola pone loro davanti, grazie ad Internet, televisione con canali dedicati alla divulgazione scientifica, riviste specializzate. Rispetto al rapporto docente-discente, queste nuove forme di discepolato virtuale, mancano del momento della verifica delle conoscenze acquisite mediante esercizi, problemi, interrogazioni ed applicazioni alla vita e all'esperienza quotidiana.

Se in ogni tempo e fino ad oggi nella scuola valeva l'adagio dantesco "Scienza non fa senza non lo ritener l'aver inteso" oggi è entrato in crisi anche l'aspetto mnemonico dell'apprendimento della cultura: telefonini, tablet ed internet diventano dei sostituti della memoria.

---

14 Flavio Giuseppe Nuvolone, *Da Gerberto a Silvestro II: ermeticità di nome, numeri e Croce nell'anno Mille*. Ed. Pontegobbio, Bobbio, 2013.

Forse per rispondere all'ansia di prestazione che i genitori proiettano sui ragazzi in vari campi (troppi per una persona ancora in formazione umana, spirituale e culturale) è diventato naturale il vivere in simbiosi con il grande repository del sapere che è internet, con tutti i limiti del caso, primo fra tutti l'eclissi graduale della memoria, sostituita da quelle digitali, peraltro affidate a pochi motori di ricerca, ognuno con i suoi filtri...

La capacità di memorizzare numeri è stata depressa nell'ultimo quindicennio anche tra gli adulti con le rubriche dei telefoni portatili.

La capacità di organizzare informazioni storiche, dove date e fatti non possono essere separati, è dunque ridotta al minimo perché i metodi mnemonici non si tramandano più.

Conseguentemente anche le formule e le costanti fisiche, al bisogno, vengono consultati su internet, non sui libri, col risultato che le ricerche digitalizzate devono essere validate da chi è esperto e poi i percorsi e i files memorizzati, e la loro reperibilità è solo parzialmente risolta dai computers con le *directories* e la lista dei "preferiti": serve una metodologia che i docenti dovrebbero trasmettere perché gli studenti di oggi possano conseguire una maturità feconda quanto e più di mille anni fa, grazie all'espansione del sapere.

Naturalmente all'offerta formativa deve corrispondere adeguatamente lo studio coscenzioso dei discenti.

Anche Gerberto mille anni fa selezionava gli argomenti, e integrava le fonti disponibili attingendo a quanto di meglio esisteva negli *scriptoria*, anche in campo profano. Oggi bisognerebbe fare la stessa cosa evitando di precipitare nello scientismo di certa divulgazione da un lato e nel fideismo su tutto ciò che compare dopo una ricerca su internet dall'altro.

Allora Gerberto preparava strumenti astronomici per simulare

i moti celesti, oggi esistono programmi ed “applicazioni” che sono in grado di riprodurre gli stessi moti con molta più accuratezza, e possono essere validamente usati per studiare in modo “interattivo” quei fenomeni.<sup>15</sup> Rispetto allo studio fatto solo sui libri i vantaggi di usare queste nuove tecnologie sono evidenti.

Gerberto fu il primo ad insegnare le scienze del quadrivio in modo sperimentale. Integrò i “sacri testi”, limitati ad una scarna manualistica tardo antica, mancando gli originali di Tolomeo e di Aristotele, con l'uso di strumenti che rendessero gli studenti indipendenti dallo stesso docente. Per questo Richero affermava che Gerberto “*suos liberaliter instruxit*”. Dunque Gerberto rielaborò in forma anche sperimentale l'insegnamento delle scienze. La creazione dei Licei delle Scienze Applicate senza i laboratori manca di quell'ispirazione didattica “ascolta e dimentica, guarda e impara, fai e ricorda”. Nell'ottica di mantenere collegata la Fisica alla sperimentazione della natura, alla possibilità di ripetere -non solo in laboratorio- l'esperienza, propongo qui una serie di problemi di Fisica e Astronomia per andare oltre l'aspetto algebrico di una formula, cogliendone il senso fisico.

Gli argomenti studiati per la scuola sembrano scollegati dalla vita di ogni giorno, mentre proprio a cominciare dalla Fisica questi collegamenti dovrebbero diventare evidenti.

Per Gerberto lo studio era una passione, e ciò che apprendeva a sua volta trasmetteva, ma ogni aspetto studiato aveva anche un risvolto pratico come mostrano i “gibertisti” o *abacisti*, l'orologio costruito a Magdeburgo e ricordato dal chroniqueur Tietmaro, il trattato sulle canne d'organo “*Rogatus a Pluribus*” e scritto al principio del suo abbaziale a Bobbio nel 980, la costruzione degli *Organa*, l'introduzione dell'astrolabio

---

15 Ad es. i software *Stellarium* per pc e *Mappa Stellare* per Tablet e cell.

nell'Europa cristiana, la ricerca in Medicina sui calcoli renali e sull'*Ophthalmicus* di Demostene, l'accesso a nuove fonti librerie tramite nuove acquisizioni e nuove traduzioni dall'arabo.

### **Problemi e Problemata**

La tradizione aristotelica e poi scolastica ci ha trasmesso la formulazione del sapere tramite *problemi*, *scholia* e relative soluzioni. Il commento o *scholium* ad un determinato problema poteva fornire lo spunto per un superamento di una conoscenza, che aveva raggiunto una certa maturazione ed era codificata presso autori riconosciuti universalmente.

Gerberto commentando un passaggio della Matematica di Boezio trova il *saltus Gerberti*, trattando della Musica dello stesso filosofo cristiano a Costantino di Fleury mostra l'uso delle frazioni nella teoria pitagorica.<sup>16</sup>

Sui problemi presenti nel panorama culturale classico è di grande importanza il testo di scuola aristotelica dei "*Problemata*".<sup>17</sup> Pur non essendo direttamente disponibile a Gerberto questa raccolta eterogenea di *quaestiones* su argomenti di ogni genere dalla Fisica alla Medicina, all'Ottica alla Meteorologia... mostra l'attitudine speculativa che diventa quella del *medicus* che interpreta le osservazioni alla luce del modello più accreditato per spiegare ogni fenomeno.

Tolomeo nel suo *Almagesto* ca.150 d.C. voleva *salvare i fenomeni*, nel senso di dare un modello semplice ed esaustivo che spiegasse e riproducesse i fenomeni astronomici osservati (moti dei pianeti e delle stelle fisse), Aristotele quattro secoli prima aveva anche lui compiuto una sintesi grandiosa capace di compendiare i fenomeni naturali con pochi principi primi.

---

16 Marek Otisk e Richard Psík, *Matematické Listy Gerberta z Remeše*, University Karlovy v Praze, 2014.

17 Aristotele, *Problemi*, Bompiani, Milano, 2002.

Nei problemi tutto viene spiegato dai i quattro elementi fondamentali del Timeo di Platone: aria, acqua, terra e fuoco e dai loro moti naturali.

Per Gerberto la codificazione attraverso i numeri interi di queste realtà platoniche è il linguaggio in cui è scritto il libro della Natura.<sup>18</sup>

Tuttavia né con Gerberto né con la futura scuola medica di Salerno nata un secolo dopo né con Pietro Ispano, il papa Giovanni XXI, portoghese e medico a Siena, il *background* aristotelico è mai sembrato “invalidante”.

La lettura dei *Problemata*, che al tempo di Pietro Ispano già venivano tradotti ed insegnati da Pietro d'Abano a Padova e conosciuti da molti altri, mostra la grande ricchezza di fenomeni tramandati dal mondo ellenistico insieme alla loro possibile spiegazione, spesso data solo in via ipotetica.

Anche se le lettere di argomento medico di Gerberto sono due<sup>19</sup> e non c'è abbastanza “statistica” per “tastare il polso” alle competenze mediche di Gerberto si vede come di fronte all'*ars longa* che si contrappone alla *vita brevis*,<sup>20</sup> l'atteggiamento di Gerberto fosse di studio. Come nello stile giuridico, appreso alla biblioteca della Cattedrale di Reims, con le raccolte di sentenze e decretali tramandate da Hincmaro un secolo prima di Gerberto, è necessario conoscere molte casistiche simili per poi trarre delle conclusioni utili. Le osservazioni fatte in medicina durante lunghi anni possono aiutare a capire meglio una determinata malattia, e di questo Gerberto era cosciente. Sui rimedi da proporre egli non riteneva di avere abbastanza competenza probabilmente proprio perché sapeva quanto

---

18 È il concetto che esprime Galileo sei secoli dopo Gerberto.

19 Cosimo Palagiano, *Gerberto e la Medicina*, Geografia, 103-104, p. 76 (2003).

20 come Galeno affermava e con lui Giambattista Morgagni che lo lesse all'Università di Bologna.

fosse limitata la disponibilità di testi medici in latino rispetto a quelli in arabo e a quelli che dal mondo classico non erano giunti nei monasteri dell'Europa Occidentale.

La lettura dei *Problemata* oggi mostra i limiti del sistema dei quattro elementi aristotelici a noi che siamo nati quattrocento anni dopo Galileo, ma ci trasmette intatto il tesoro delle osservazioni e dei ragionamenti che la scuola di Aristotele trasmise alla nascente cultura ellenistica che Alessandro Magno, discepolo dello Stagirita, andava instaurando.

Tutta questa capacità di osservare e speculare sulla *physis*, la natura, è presente nel metodo sperimentale con cui Gerberto insegnava, e rischia invece di perdersi in uno sterile nozionismo basato sulla manipolazione di formule e teorie fisiche incapace però di condurre a nuove scoperte, proprio per aver perso il contatto con la *physis*.

Il metodo sperimentale era presente nella scienza sia al tempo di Aristotele, sia di Tolomeo, che con Gerberto.

Galileo riprende il metodo sperimentale in Astronomia con forza, mentre Copernico lo fece timidamente.<sup>21</sup>

Sia Copernico che Galileo restarono ancorati al moto circolare, che soltanto Keplero sostituì con l'ovale e poi con l'ellissi, perché “salvavano meglio i fenomeni” ovvero le osservazioni di Marte fatte da Tycho Brahe.

---

21 Nella prefazione a Paolo II del *De Revolutionibus Orbium Coelestium* di Copernico Andrea Osiander si esprime in termini di *ipotesi matematiche*. Copernico effettivamente aveva trovato nell'eliocentrismo un modello più semplice di quello tolemaico per rappresentare gli stessi dati osservati dagli antichi e solo in piccolissima parte integrati da Copernico stesso, quindi cercava tra gli scrittori classici coloro che potessero sostenerlo nell'ipotesi eliocentrica. In un certo senso il primo libro del *De Revolutionibus* è un saggio di retorica, proprio nello stile di Gerberto, con citazioni di Virgilio ed altri poeti latini! Il canonico Copernico, seguiva lo stesso metodo oratorio del monaco Gerberto, per introdurre un nuovo concetto come l'eliocentrismo.

L'ellissi kepleriana è ancora un'ipotesi matematica per descrivere meglio i fenomeni, mentre Galileo con la caduta dei gravi ed il cannocchiale comincia ad indagare la natura dei moti e del mondo sopralunare dando una svolta alla Fisica e all'Astronomia, sia con continuità che con discontinuità rispetto al panorama culturale del suo tempo.

### **Problemi di Fisica e Astronomia per la scuola secondaria**

La breve raccolta di problemi che qui propongo ha l'intento di stimolare insegnanti ed alunni a vedere in modo unificato Fisica e Astronomia visto che così è stato nella storia della scienza e di tradurre in termini di "problemi" di vita quotidiana l'applicazione delle leggi fisiche oggetto dello studio scolastico, senza dimenticare che ogni teoria sensata che rappresenti un fenomeno fisico può essere rappresentata mediante un esperimento che per lo meno in analogia ne mostri il significato. Ogni teoria o modello fisico possono dunque essere visti e toccati, in modo da essere capiti e ricordati.

Il contesto dove appaiono è quello degli studi Gerbertiani, che hanno appassionato scienziati Europei fin dal 1846 con Alexandre Olleris, poi nel 1899 con Nicolai Bubnov che curò in particolare l'edizione commentata degli scritti matematici, fino alla rivista GERBERTVS che ospita questo articolo, indicizzata sul sito della NASA/ADS Astronomical Data System quanto ai testi di interesse astronomico, e dalla John Wolbach Library dell'Harvard University Observatory, dove più di nove milioni di articoli scientifici sono conservati nella biblioteca virtuale più vasta al Mondo.

Si consiglia di conservare nel proprio quaderno di Fisica le soluzioni di questi problemi cercando di spiegare tutti i passaggi con parole appropriate.

### **a) Esercizi su Meccanica Quantistica Relativistica**

Si tratta di esercizi progressivi per arrivare a padroneggiare la Relatività Speciale, in cui la difficoltà sta nel passare da un sistema di riferimento ad un altro solidale con un corpo che si muove a velocità costante prossima a quella della luce.

Il caso esemplare è quello del muone dell'esercizio 14 che entra nell'atmosfera e decade. Il fattore gamma serve a quantificare la velocità rispetto a  $c$ , a *celeritas* della luce.

1) il raggio di azione di una forza è dato dal prodotto della velocità della luce per a) b) c) oppure d)?

a) lo spazio nel sistema a riposo con la particella b) l'energia della particella c) il tempo di vita della particella d) la massa della particella

2) il raggio d'azione di un uomo che viaggia a piedi è pari alla sua velocità media moltiplicata per cosa?

3) Il principio di indeterminazione dice che la conservazione dell'energia  $E_{\text{finale}} = E_{\text{iniziale}}$ , cioè  $\Delta E = 0$ , si può violare in un tempo  $\Delta t$  tale che  $\Delta E \cdot \Delta t = h$ . Durante il decadimento beta di un neutrone (massa 1 GeV) si forma un bosone W di circa 100 GeV, quanto può vivere il bosone? Che distanza percorre?

4) la formula di Einstein  $E = mc^2$  dice che anche i fotoni di massa nulla hanno una massa capace di gravitare. Quanto vale la massa di un fotone di  $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  nel Sistema Internazionale? Quanto vale la massa di un fotone di 100 GeV.

5) Una particella elementare di massa 100 GeV/ $c^2$  quanta energia a riposo ha?

6) Possono le particelle di massa 100 GeV/ $c^2$  come i bosoni W e Z della forza debole, raggiungere la velocità della luce durante il loro tempo di vita?

7) Se i protoni e gli antiprotoni accelerati da LHC, il Large Hadron Collider del CERN raggiungono il 99% della velocità della luce quanto vale la loro velocità?

8) Il fattore gamma per una velocità pari al 99% di  $c$  quanto vale?

- 9) Quanto è lungo per i protoni relativistici a  $\gamma=50$  di LHC l'anello di 28 Km dell'acceleratore?
- 10) In un urto in LHC con  $\gamma=100$  una particella nuova decade lasciando una traccia lunga 1 cm nel rivelatore ATLAS; quanto è stato il suo tempo di vita nel nostro sistema di riferimento?
- 11) Sapendo che  $\gamma$  vale 100, quale tempo di decadimento avrebbe la particella nel sistema di riferimento della particella stessa se lascia una traccia lunga 1 cm?
- 12) Quale velocità ha un protone a  $\gamma=100$ ?
- 13) L'energia cinetica di una particella relativistica è pari a  $E=mc^2\gamma$ , quanto vale l'energia di un protone relativistico a  $\gamma=100$ , sapendo che la massa del protone è 1837 volte quella dell'elettrone che ha una massa a riposo di 511 KeV?
- 14) Un muone decade in un centomillesimo di secondo nel sistema di riferimento solidale con esso, i muoni dei raggi cosmici, «vedono» lo spazio che loro attraversano contrarsi, e così riescono ad attraversare quasi alla velocità della luce tutta l'atmosfera terrestre (30 Km). Quanto vale il fattore  $\gamma$  per quei raggi cosmici?
- 15) Che cosa ha dimostrato circa il vento d'etere l'esperimento di Michelson e Morley del 1887?
- 16) Le deduzioni di Olaus Roemer sulle misure di Giandomenico Cassini delle eclissi dei satelliti di Giove riguardano la velocità della luce misurata su quale base?
- 17) Fizeau ha misurato su una base di 8 km la velocità della luce pari a 315 mila Km/s, che errore percentuale ha commesso rispetto al valore di  $c$ ?
- 18) Nell'esperimento di Fizeau la luce percorre avanti e indietro un tratto di 8 Km; quanto tempo impiega?
- 19) Nell'esperimento di Fizeau il tempo di andata e ritorno della luce deve uguagliare il tempo di passaggio di due denti consecutivi della ruota occultatrice. Ammesso che la ruota abbia 360 denti, quale dovrebbe essere la velocità angolare della ruota?

- 20) Quanta energia è necessaria per accelerare un protone fino al 99.9% della velocità della luce?
- 21) I raggi cosmici estremi hanno energie fino a  $10^{21}$  eV. Trattandosi di protoni quale è il loro fattore gamma? Se invece sono nuclei di Ferro 26 qual è il loro gamma?
- 22) I campi magnetici delle pulsar sono talmente intensi che possono accelerare le particelle a enormi velocità: l'energia cinetica di una sola particella elementare equivale a quella acquisita da una mela che cade da una quota di un metro. Quanto vale?
- 23) L'indice di rifrazione dell'acqua è  $n=1.33$ , significa che la velocità della luce nell'acqua è  $v=c/n$ ; quanto vale la velocità della luce in acqua. E in aria dove  $n=1,000297$ ?
- 24) Una particella che ha  $\gamma=3$  a che velocità va?
- 25) I neutrini della Supernova 1987A sono arrivati 5 ore dopo i fotoni, dopo un viaggio di 187mila anni luce: a che velocità viaggiavano?
- 26) Dal CERN al Gran Sasso i neutrini dell'esperimento OPERA sono arrivati 10 ns dopo di quando sarebbero arrivati i fotoni su un percorso di 700 Km. Quale velocità avevano?
- Formulario:**  $\gamma = 1/(1-v^2/c^2)^{1/2}$       costante di Planck  
 $h=6.625 \cdot 10^{-34}$  J\*s     $1 \text{ eV}=1.6 \cdot 10^{-19}$  J       $1 \text{ GeV}= 10^9$  eV  
sviluppo di Taylor della potenza  $(1+x)^\alpha \sim 1+\alpha x$   
Energia a riposo  $E=mc^2$       Energia relativistica  $=mc^2 \cdot \gamma$   
 $c=299792458$  m/s velocità della luce nel vuoto

### **b) Esercizi di Fluidi, Eletticità, Termodinamica e Onde**

Si tratta di quesiti legati all'esperienza quotidiana, con qualche semplice applicazione algebrica di formule fisiche. A dispetto dell'apparente complessità del quesito, spesso la soluzione è il risultato di puro ragionamento più che di grandi calcoli.

Le unità di misura "tradizionali" aiutano a fissare meglio la spiegazione fisica dei vari fenomeni, per questo qui vengono preferite al Sistema Internazionale.

- 1) La portata della Corrente del Golfo è di 1 sv (Sverdrup) cioè  $10^6 \text{ m}^3/\text{s}$ . Sapendo che la sua velocità è pari a 2 m/s di fronte a Capo Hatteras, qual è la sezione di questo fiume d'acqua marino?
- 2) La resistenza elettrica per unità di lunghezza di un superconduttore di sezione unitaria è  $10^{(-23)} \text{ Ohm/m}$ . Quanto dovrebbe essere lungo il superconduttore per avere una resistenza di 1 Ohm?
- 3) Una goccia di liquido rosso di 1 grammo affonda nell'acqua alla velocità di 5 cm/s. Quanto vale il coefficiente di attrito beta e la sua unità di misura nel Sistema Internazionale?  $F = \beta \cdot v$ .
- 4) La velocità delle onde in acqua bassa dipende dalla profondità dell'acqua  $v^2 = (2gh)$ . Quanto vale la velocità di onde con  $h = 1 \text{ cm}$ ? Se la loro lunghezza d'onda è 3 cm quanto vale la frequenza delle onde?
- 5) La luce del Sole raccolta su un metro quadrato a mezzogiorno d'estate fornisce una potenza di 1000 W: se ho un corpo di un  $\text{m}^2$  perfettamente nero, che temperatura raggiunge?
- 6) Un tubo a sezione costante e portata costante di 1 litro al secondo si alza di un metro e poi ritorna alla quota iniziale, qual è la velocità dell'acqua nel tratto in basso e quella nei tratti in salita?
- 7) La carica di un Coulomb, 1C, è molto grande, circa  $10^{19}$  elettroni. Sapendo che il Ferro ha numero atomico 26, con 26 elettroni per atomo, quanti atomi di Fe si dovrebbero completamente ionizzare per fare 1C? Quale sarebbe la massa in grammi di questo ferro completamente ionizzato?
- 8) L'automobile è frenata dall'attrito dell'aria: a 30 m/s consuma 1 litro di gas per ogni 15 km. Se il potere calorico del gas è 33 MJ/litro e il lavoro dell'attrito è  $F \cdot s = \beta \cdot v \cdot s$  con s lo spazio percorso, calcola beta; il lavoro fatto dall'attrito uguaglia l'energia spesa per mantenere il corpo in moto.
- 9) La luce verde ha velocità  $c = 300 \text{ mila Km/s}$ , lunghezza d'onda 540 nm, qual è la sua frequenza:?

- 10) Un termosifone contiene 50 litri d'acqua, che a regime sta a 60 °C. Partendo da 15 °C quanta energia si deve somministrare all'acqua per scaldarla?
- 11) Dell'acqua scorre lungo un pendio di quota  $h=1000$  metri. La velocità di arrivo è 20 m/s; quanto dovrebbe essere la velocità raggiunta se non ci fosse attrito?
- 12) Ai capi di un circuito con una resistenza  $R$  si registra tensione 10 V e intensità  $I=2$  Ampère: qual è il valore di quella resistenza?
- 13) Un tubo di portata 6 litri al secondo ha tre diramazioni di sezione 1, 2 e 3 cm<sup>2</sup>, qual è la portata dei tre tubi a valle delle diramazioni?
- 14) La superficie di un liquido se perturbata da una goccia oscilla con frequenza 2 Hz, la velocità delle onde in quel liquido vale 1 cm/s, qual è la lunghezza d'onda?
- 15) La pentola a pressione scalda le vivande fino a 120 °C sfruttando una trasformazione isocora del vapore d'acqua. Qual è la pressione interna se a 100 °C vale una atmosfera?
- 16) La pressione di una ruota di bicicletta è 5 atm, quanto volume riempirebbe l'aria in essa contenuta ad 1 atmosfera?
- 17) La velocità di sfogo dell'aria da una valvola dipende dalla differenza di pressione tra dentro e fuori. Se dentro ci sono 5 atmosfere e fuori 1, se la sezione è un cm<sup>2</sup> qual è la velocità di uscita?
- 18) La potenza dissipata da un circuito è data da  $P=V \cdot I$ , se il circuito è Ohmico ( $V=R \cdot I$ ) quanto vale la potenza dissipata dalla corrente di 2 Ampere passanti su una resistenza di 1 Ohm?
- 19) Le onde di densità nelle nuvole hanno lunghezza d'onda di 200 m e velocità relativa al sistema delle nuvole pari a 2 m/s: quale frequenza hanno?
- 20) Una tazza di thè a 60°C tiene 200 g di liquido. La raffreddo con dei cubetti di ghiaccio fino a raggiungere 30 °C. Sapendo che il ghiaccio ha un calore latente di 80 cal/g e l'acqua un calore specifico di 1 cal/g/°C quanto ghiaccio ho usato?

- 21) Nella convezione il calore è trasportato da bolle calde che salgono contro la forza di gravità (spinta di Archimede) in modo più o meno veloce della conduzione nello stesso materiale? L'irraggiamento rispetto a conduzione e convezione è più o meno rapido per smaltire calore?
- 22) Il calore nell'Ottocento veniva studiato come un fluido, il fluido calorico, che si sposta da una sorgente calda ad una fredda. Quale flusso di calore avviene tra un litro d'acqua a 90°C e due litri a 10°C? Quale sarà la temperatura di equilibrio delle due masse d'acqua mescolate?
- 23) Una resistenza  $R=10000$  Ohm disperde su una superficie di 100 cm<sup>2</sup> tutta la potenza di una corrente di intensità  $I=2$  Ampere. Che temperatura ha quella superficie?
- 24) Le onde di densità della nostra Galassia sono distanti tra loro 10mila anni luce; l'orbita solare è lunga 120mila anni luce ed è percorsa in 240 milioni di anni, qual è la frequenza e la velocità di queste onde? E la velocità orbitale del Sole nella Galassia?
- 25) La pressione di radiazione vale  $P=I/c$  dove  $I$  è l'intensità misurata in W/m<sup>2</sup> e  $c$  la velocità della luce. Un laser ha 3 mW di potenza su un mm<sup>2</sup>, quanto vale  $P$ ?
- 26) Un casco cade da 2 metri e rimbalza a 60 cm, quale percentuale di energia meccanica assorbe nell'urto col suolo? Quale percentuale restituisce?
- 27) Quanto vale l'energia cinetica di una sfera di 2 Kg a 50 Km/h?
- 28) La sfera dell'esercizio 2) rappresenta la testa, e la velocità iniziale è di 30 km/h, dopo l'urto in cui il 70% dell'energia cinetica è assorbito dal casco, a quale velocità la testa sbatte? Spiegare perché si può usare l'equazione  $v^2=0.3v_{in}^2$ .
- 29) La libbra carolingia, o *pondus Caroli*, è un peso campione in piombo usato nell'alto medioevo, di 406 g a forma di cilindro alto 1.5 cm, di densità 11 g/cm<sup>3</sup>. Qual è il diametro del cilindro?
- 30) Una clessidra è un vaso cilindrico che consente di misurare il tempo dal livello dell'acqua al suo interno. Pieno

contiene 3 litri, 30 cm e dura 12 ore ed il buco è stretto tanto da non essere influenzato dalla pressione che cambia col livello dell'acqua. Qual è il livello dopo 5 ore? Quanta acqua rimane?

31) Durante l'alluvione del 1598 il livello del Tevere è passato da 2 m a 18 m e la sua sezione laterale da 100 m a 600m. La sezione è rettangolare e la velocità dell'acqua è 1 m/s, calcolare la portata prima e durante l'alluvione. Usare l'equazione di Leonardo  $S \cdot v = \text{Costante}$ .

32) Due pile AA in serie forniscono una ddp di 3 volt. Qual è la differenza di potenziale di ogni pila?

### **c) Struttura molecolare della Materia**

Qui lo scopo è di impratichire lo studente con l'uso del numero di Avogadro, strumento indispensabile per giungere alla comprensione delle dimensioni atomiche e molecolari.

- 1) Calcolare il peso molecolare della molecola di Idrogeno
- 2) Calcolare il peso di una grammomolecola di Idrogeno molecolare
- 3) Sapendo che l'Idrogeno liquido (è Idrogeno molecolare) ha una densità di 71 g/dm<sup>3</sup> calcolare il numero di molecole in 1 dm<sup>3</sup>.
- 4) dal dato del quesito 3 ricavare il volume di una singola molecola di H<sub>2</sub> in m<sup>3</sup>.
- 5) dal dato del quesito 4 ricavare le dimensioni di molecola di H<sub>2</sub> in m.
- 6) Riempio un volume di 8 metri cubi con 27 cubi rossi, ogni cubo rosso che dimensioni lineari ha?

### **d) Esercizi di Ottica per il 2015, Anno Internazionale della Luce**

Lo scopo di questi esercizi è di introdurre ai concetti di Campo di Vista, Diffrazione della luce e Risoluzione angolare delle foto con zoom digitale.

Il LASER non è esattamente collimato, ma la luce ne esce con una certa divergenza, noi possiamo collimare i raggi del LASER costringendoli a passare attraverso un forellino di 1 mm di diametro posto ad un metro dal nostro LASER. Il Campo di Vista,  $CdV[^\circ]=60^\circ \cdot d/F$  sotto cui si vede il diametro  $d$  del diaframma posto alla distanza  $F$  dal LASER, descrive la divergenza geometrica del fascio LASER.

1) Se viene usata la formula approssimata  $CdV[^\circ]=60^\circ \cdot d/F$ , invece che quella  $CdV[^\circ]=57.28^\circ \cdot d/F$  esatta per  $d \ll F$ , quale errore percentuale si commette?

2) disegnare lo schema dell'esperimento appena descritto, schematizzare la divergenza geometrica.

3) qual è il campo di vista del fascio LASER diaframmato?

4) qual è il diametro di un dischetto luminoso che dovrebbe essere proiettato a 6 m di distanza?

5) qual è il campo di vista ricoperto da un dischetto luminoso di diametro  $D=2$  cm proiettato a 6 m di distanza attraverso il foro da 1 mm?

6) la diffrazione della Luce modifica la divergenza geometrica di un fascio di luce che passa in un diaframma aumentandola di una quantità  $\theta$  'theta' inversamente proporzionale al diametro del diaframma  $d$  e direttamente proporzionale alla lunghezza d'onda  $\lambda$  'lambda':  $\theta[^\circ]=1.22 \cdot 60^\circ \cdot \lambda/d$ .

7) se  $\lambda=635 \cdot 10^{-9}$  m, rosso, quanto vale l'angolo di diffrazione  $\theta[^\circ]$  per un diaframma di 1 mm?

8) se  $\lambda=540 \cdot 10^{-9}$  m, verde, quanto vale l'angolo di diffrazione  $\theta[^\circ]$  per un diaframma di 1 mm?

9) a  $F=6$  metri di distanza dal diaframma il dischetto di luce rossa che si forma per diffrazione ha diametro  $D=F \cdot 1.22 \cdot \lambda/d$ , quanto è grande?

10) nel caso della luce verde quanto è grande?

11) qual è il campo di vista descritto da una stella grande come il Sole con diametro 1.5 milioni di Km posta a 4 anni luce da noi?

12) quanto vale l'angolo di diffrazione  $\theta[^\circ]$  per un diaframma di

10cm?

**e) Ottica geometrica**

- 1) Disegnare l'immagine virtuale dritta generata da una lente con fuoco  $f=15$  quadretti, quando si osserva una freccia alta 2 quadretti e posta 8 quadretti alla destra della lente sull'asse ottico.
- 2) Calcolare l'ingrandimento dell'immagine virtuale precedente
- 3) Disegnare la nostra pupilla nello schema 1) affinché possa vedere quell'immagine virtuale.
- 4) Disegnare la posizione del rivelatore digitale affinché possa vedere a fuoco l'immagine virtuale dello schema 1.
- 5) Disegnare l'immagine reale generata da una lente con fuoco  $f=5$  quadretti, quando si osserva una freccia alta 2 quadretti e posta 15 quadretti alla destra della lente sull'asse ottico.
- 6) Calcolare l'ingrandimento dell'immagine reale del punto 5).
- 7) Disegnare la nostra pupilla e il sensore digitale nello schema 5) affinché possa vedere quell'immagine reale a fuoco.
- 8) Perché se muovo una lente avanti e indietro le immagini ingrandite cambiano dimensioni?
- 9) Perché se osservo oggetti lontani con una lente convergente essi appaiono capovolti?
- 10) La lente di una fotocamera ha una focale di 3 mm, il sensore è fisso a 3 mm dalla lente. Calcolare la posizione dell'immagine  $q$ , quando l'oggetto si trova a  $p= 10, 50, 100, 1000$  e  $10000$  mm. Quali immagini sono molto fuori fuoco?

**f) Analisi del Sangue ed Errori Assoluto e Relativo**

La considerazione dei risultati delle analisi del sangue, che ciascuno prima o poi ha davanti ai propri occhi, invita a porre mente ai concetti di errori assoluti e relativi, un *must* per gli studenti di Fisica alle prime armi.

L'acido urico è il prodotto finale della degradazione delle purine (basi azotate presenti negli acidi nucleici) e viene eliminato dal rene principalmente attraverso le urine. Quando nel sangue vi è

la presenza di acido urico si parla di uricemia che si verifica per difficoltosa eliminazione renale o per eccesso di produzione. Valori nella norma: uomini 3,2-8,1 mg/100 ml; donne 2,2-7,1 mg/100 ml. *Come prepararsi per l'esame:* è consigliabile digiunare nelle 8-10 ore che precedono il prelievo.

Rispondere alle seguenti domande con i risultati numerici, unità di misura e brevi spiegazioni

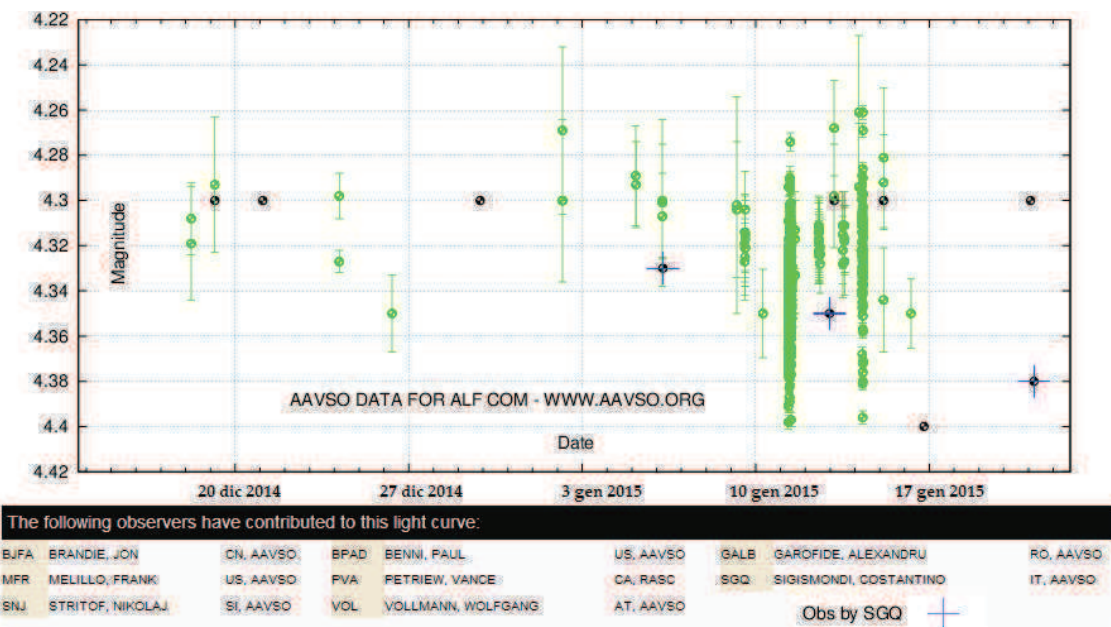
- 1) Qual è l'errore assoluto nei valori di riferimento per l'acido urico nel sangue?
- 2) Quanti mg di acqua stanno all'incirca in 100 ml di sangue?
- 3) Qual è la sensibilità, espressa in mg, con cui valutiamo la massa di acido urico presente nel sangue, che deduciamo dai valori nella norma?
- 4) Quanto vale l'errore relativo se usiamo provette da 2,5 ml?
- 5) Quanto vale il contenuto medio di acido urico in una provetta da 2,5 ml?
- 6) Nel cibo ingerisco 5 g di purine, supponendo che vadano a finire nel sangue sotto forma di acidi urici e sapendo che ho 5 litri di sangue qual è la loro concentrazione media nel sangue?
- 7) Perché è opportuno digiunare prima dell'esame?
- 8) Qual è il tempo di smaltimento dell'acido urico nel sangue?
- 9) Quali sono i valori medi della concentrazione di acido urico nel sangue umano?

**g) Misura della luminosità (magnitudine) delle stelle ed errori assoluti**

Lo scopo di questo esercizio è quello di esaminare attentamente una figura al fine di trarne tutte le informazioni possibili, anche se non sono state scritte nella didascalia relativa. Le figure, i grafici, sono parti essenziali del linguaggio di un fisico tanto quanto la gestione delle formule algebriche e della loro descrizione in termini di fenomeni fisici. Bisogna imparare a creare ottime figure e a saperle leggere.

Le seguenti misure della luminosità stellare di *Diadem*, la alfa (cioè la più brillante) della costellazione della Chioma di Berenice, sono state fatte con diversi metodi: i pallini ad occhio nudo e le altre con immagini digitali. Durante le misure la stella non ha variato la sua luminosità nella banda V=parte visibile dello spettro elettromagnetico, che nel catalogo SIMBAD (Set of Identifications, Measurements, and Bibliography for Astronomical Data) dell'università di Strasburgo vale  $m_V=4.32$

[<http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-id?Ident=alf+com&NbIdent=1&Radius=2&Radius.unit=arcmin&submit=submit+id>]



- 1) calcolare valore medio ed errore assoluto per le misure ad occhio nudo di SGQ (+)\_\_\_\_\_±\_\_\_\_\_
- 2) tracciare sul grafico il valore della magnitudine di alfa Comae nel catalogo SIMBAD
- 3) calcolare valori medi ed errori assoluti delle due «strisciate» verticali dell'11 \_\_±\_\_e del 14 gennaio\_\_±\_\_
- 4) per ogni giorno con osservazioni calcolare il valore medio delle misure e compilare una tabella
- 5) fare la media di tutti i valori giornalieri e calcolare il loro errore assoluto\_\_±\_\_
- 6) confrontare la media di tutti i valori giornalieri con il dato di SIMBAD
- 7) valuta l'errore assoluto tipico per le misure a occhio nudo (pallini neri) e per le misure digitali (tutte le altre)\_\_\_\_\_±\_\_\_\_\_
- 8) calcola l'errore statistico associato alla media di tutti i valori giornalieri\_\_\_\_\_±\_\_\_\_\_

## **Conclusioni: Fisica e senso comune**

Di tutti gli argomenti presentati si dovrebbe sempre evidenziare come possano essere sperimentati nella vita quotidiana, dove ciò sia possibile, per evitare di cadere nel tranello di considerare il “senso comune” e quindi i nostri sensi come naturalmente erranei.

Una divulgazione scientifica non priva di derive scientiste ha da tempo sfruttato lo stratagemma retorico di andare contro il senso comune, per comunicare dei risultati, con l'effetto duplice di stupire e screditare tutti i risultati precedenti.

Se lo stupore contribuisce alla fissazione di un concetto nella memoria di chi ascolta, lo screditamento del mondo antico crea un rapporto schizofrenico con gli scienziati del passato, come se essi avessero inspiegabilmente gli occhi foderati di prosciutto mentre solo nei nostri tempi finalmente possiamo capire certe cose.

I nostri sensi non sono erranei, come non è erroneo il nostro pensiero e il nostro giudizio, altrimenti sarebbe erronea anche ogni formulazione scientifica, che nasce dal pensiero umano.

Il dubbio metodico Cartesiano nasce proprio dal dubitare che i sensi ingannino, e la retorica scienziata continua ad usare questo dubbio per mostrare che all'uomo, sprovvisto di ogni sicurezza, può venire in aiuto solo la scienza con le sue verità. Salvo poi scoprire che i paradigmi scientifici sono tutti falsificabili... e giusti per l'epoca in cui vigono.

Ogni teoria sensata che spieghi o rappresenti un fenomeno fisico può essere rappresentata mediante un esperimento che, per lo meno in analogia, ne mostri il significato, e può dunque essere vista e toccata, in modo da essere capita e ricordata.

# La matematica cenerentola OCSE

Ciro Serpico

*(IISS Federico Caffè, Roma)*

## **Abstract**

The aim of the PISA (Programme for International Student Assessment) is to check the capability of the 15 years old students to solve practical problems in daily life, and how they will be able to spend their competences in the society and in lifelong learning. Two problems of geometry are presented.

## **Introduzione: Che cos'è PISA?**

PISA (Programme for International Student Assessment) è un'indagine internazionale promossa dall'Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico (OCSE) con periodicità triennale per accertare le competenze dei quindicenni scolarizzati. L'attenzione non si focalizza tanto sulla padronanza di determinati contenuti curricolari, quanto piuttosto sulla misura in cui gli studenti sono in grado di utilizzare competenze acquisite durante gli anni di scuola per affrontare e risolvere problemi e compiti che si incontrano nella vita quotidiana e per continuare ad apprendere in futuro. PISA ha l'obiettivo di verificare se e in che misura i quindicenni scolarizzati abbiano acquisito alcune competenze giudicate essenziali per svolgere un ruolo consapevole e attivo nella società e per continuare ad apprendere per tutta la vita (lifelong learning). Gli ambiti dell'indagine PISA sono: lettura, matematica e scienze.

## **Competenza matematica**

Per competenza matematica si intende "la capacità di un individuo di utilizzare e interpretare la matematica e di darne rappresentazione mediante formule, in una varietà di contesti.

Tale competenza comprende la capacità di ragionare in modo matematico e di utilizzare concetti, procedure, dati e strumenti di carattere matematico per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. Aiuta gli individui a riconoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo, a operare valutazioni e a prendere decisioni fondate che consentano loro di essere cittadini impegnati, riflessivi e con un ruolo costruttivo".

### **Quali risultati in Italia?**

È Shanghai la città in testa alle classifiche dei test Pisa 2012. Dietro Shanghai, ci sono Singapore e Hong Kong. Il primo paese europeo è il Liechtenstein all'ottavo posto, seguito dalla Svizzera al nono. L'Italia è al 32° posto con un punteggio più basso della media dell'OCSE in tutti e tre i campi (lettura, matematica, scienze).

Le competenze dei 15-enni italiani in Matematica si situano leggermente, ma significativamente, al di sotto della media OCSE (circa il 2 per cento, 485 punti a fronte dei 494 della media OCSE). Fra i paesi OCSE, ottengono un punteggio inferiore all'Italia solo Svezia, Ungheria, Israele, Grecia, Cile e Messico; sono equiparabili all'Italia (avendo valori che non se ne discostano in termini statisticamente significativi) Norvegia, Portogallo, Spagna, Repubblica Slovacca e Stati Uniti.

### **Cosa possiamo fare noi insegnanti?**

Possiamo cambiare il nostro modo di fare lezione in classe, passando da una didattica passiva come la "lezione frontale" ad una didattica attiva, che metta al centro l'alunno e le sue esperienze nella vita di tutti i giorni, il proprio entusiasmo nel realizzare un esperimento, la propria fantasia nel trovare una soluzione, la propria tecnologia come gli smartphone che

portano sempre con se. Bisogna catturare l'attenzione dei nostri alunni come faceva la grande Emma Castelnuovo portando in classe materiale "povero": famoso è l'esempio di un nastro inestensibile per formare figure geometriche e valutare l'area della figura che si forma mantenendo costante il perimetro.

Noi oggi abbiamo maggiori risorse rispetto alla Castelnuovo perché abbiamo le tecnologie. Perdi più i nostri alunni sono nativi digitali come spesso ci ricordiamo quando ne fanno un uso sbagliato.

Per una didattica attiva e laboratoriale diventa allora fondamentale il "laboratorio di matematica". Un semplice laboratorio lo si può creare con il software Geogebra che sfrutta la tecnologia CAS (computing algebra system) che integra e collega dinamicamente il foglio excel, il foglio grafico e il foglio algebrico.

### **L'uso delle tecnologie nella risoluzione dei problemi PISA con il software gratuito Geogebra**

Attraverso la didattica laboratoriale la classe diventa un ambiente collaborativo che cresce insieme al docente.

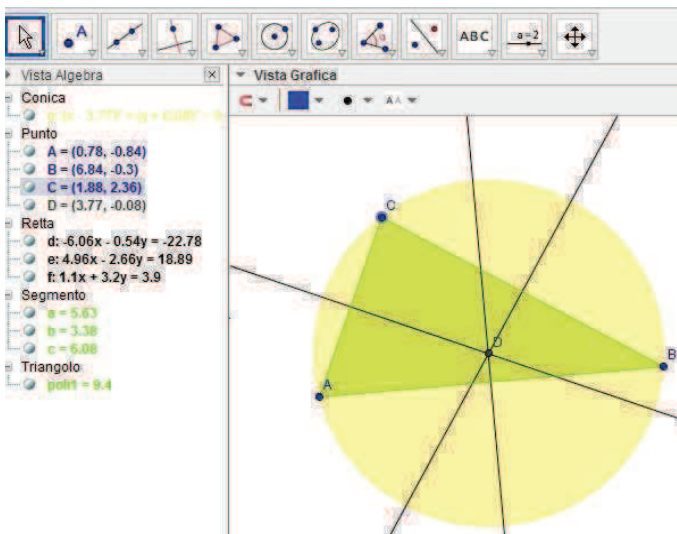
#### **Problema 1: Area di un continente**

*Stima l'area dell'Antartide utilizzando la scala della carta geografica. Mostra il tuo lavoro e spiega come hai fatto la tua stima. (Puoi disegnare sulla carta se questo può aiutarti a fare la tua stima).*

#### **Problema 2: Il lampione**

*Il consiglio comunale ha deciso di mettere un lampione in un piccolo parco triangolare in modo che l'intero parco sia illuminato. Dove dovrebbe essere collocato il lampione?*

Le figure corrispondenti sono nella pagina seguente. Gli studenti confrontandosi tra loro arrivano a soluzioni creative.



# Gerberto e le fonti del diritto

Alessandro Scimia

*(Sapienza Università di Roma)*

## Abstract

A short description of the onset of the Canonical Laws is presented from the very beginning of Christian history to the end of X century, when Gerbert of Aurillac orchestrated the deposition of Arnulf of Reims by the council of French bishops, and wrote his own defense in the synodus of Mouzon to legitimate his ordination as Archbishop of Reims after Arnulf.

## Introduzione

Ci si propone di mostrare in gran sintesi l'evoluzione del Diritto Canonico nel primo millennio dell'era Cristiana, un corpus non ancora definito in tutti i suoi elementi, ma a cui Gerberto può attingere nello stilare la sua difesa per il sinodo di Mouzon,<sup>1</sup> e nelle fasi della discussione sulla liceità della deposizione dell'arcivescovo Arnolfo di Reims, decisa collegialmente nel sinodo di Reims<sup>2</sup> dai vescovi di Francia, ma non accettata da Roma. La controversia cominciò nel 991 e si risolse solo con l'atto ufficiale dello stesso Gerberto-Silvestro II un decennio più tardi:<sup>3</sup> nessun concilio è superiore al Papa o ad un singolo vescovo.

---

1 [http://la.wikisource.org/wiki/Patrologia\\_Latina\\_Vol\\_139\\_Silvester\\_II#EXCERPTA\\_E\\_CONCILO\\_MOSOMENSI](http://la.wikisource.org/wiki/Patrologia_Latina_Vol_139_Silvester_II#EXCERPTA_E_CONCILO_MOSOMENSI).

2 [http://la.wikisource.org/wiki/Patrologia\\_Latina\\_Vol\\_139\\_Silvester\\_II#INCIPIUNT\\_CAPITULA](http://la.wikisource.org/wiki/Patrologia_Latina_Vol_139_Silvester_II#INCIPIUNT_CAPITULA).

3 [http://la.wikisource.org/wiki/Patrologia\\_Latina\\_Vol\\_139\\_Silvester\\_II#II..0ASilvester\\_II\\_papa\\_Arnulfo\\_Remensi.2C\\_.2C.ABquibusdam\\_excessibus.0Apontificali\\_honore\\_privato.2C\\_quia\\_ejus\\_abdicatio.0ARomano\\_assensu\\_caruerit.2C.C2.BB\\_concedit\\_ut.2C\\_recepto\\_baculo.0Aet\\_an\\_nulo.2C\\_archiepiscopali\\_officio\\_fungatur\\_et\\_omnibus.0Ainsignibus\\_solutio\\_more\\_perfruatur.---Ecclesiae.0ARemensis\\_privilegia\\_confirmat..0A.28Anno\\_999..29.0A.5BDuchesne.2C\\_Hist.\\_Franc.\\_script..2C\\_II.2C\\_843..5D](http://la.wikisource.org/wiki/Patrologia_Latina_Vol_139_Silvester_II#II..0ASilvester_II_papa_Arnulfo_Remensi.2C_.2C.ABquibusdam_excessibus.0Apontificali_honore_privato.2C_quia_ejus_abdicatio.0ARomano_assensu_caruerit.2C.C2.BB_concedit_ut.2C_recepto_baculo.0Aet_an_nulo.2C_archiepiscopali_officio_fungatur_et_omnibus.0Ainsignibus_solutio_more_perfruatur.---Ecclesiae.0ARemensis_privilegia_confirmat..0A.28Anno_999..29.0A.5BDuchesne.2C_Hist._Franc._script..2C_II.2C_843..5D)

## Terminologia

Il diritto canonico è costituito dall'insieme delle norme giuridiche formulate dalla Chiesa cattolica, che regolano l'attività dei fedeli e delle strutture ecclesiastiche nel mondo, nonché le relazioni inter-ecclesiastiche e quelle con la società esterna.<sup>4</sup> L'aggettivo "canonico" deriva dal greco =*canon*<sup>5</sup> e significa "regola", a sua volta derivato, forse, dall'ebraico "*caneh*" che indicava un bastone per misurare;<sup>6</sup> fu usato per la prima volta in modo inequivocabile nel Concilio di Nicea (324) per definire i "*canones disciplinares*".<sup>7</sup> Tuttavia la preferenza per tale termine iniziò a manifestarsi a partire dal VI secolo e ad essere usato regolarmente a partire da quello successivo, in quanto era in uso una varia terminologia: *ius sacrum*, *ius pontificium*, *ius decretalium*, *ius ecclesiasticum*.<sup>8</sup> Almeno per la Chiesa delle origini il termine romano "ius" non era usato né accettato: aveva troppo a che fare con l'idea dell'obbligo, della costrizione, mentre deve esser proprio della Chiesa la persuasione e il convincere.<sup>9</sup> Fu Dionigi il Piccolo (secc. V-VI) ad usare sistematicamente per primo il termine "*ius*" e gli Autori successivi ne seguirono l'esempio.<sup>10</sup>

---

4 wikipedia, [www.wikipedia.org/wiki/Diritto\\_canonico](http://www.wikipedia.org/wiki/Diritto_canonico)

5 Isidoro, *etymologiarum sive originum*, I, VI, 16.

6 Brunet-Le Vayer de Boutigny, *Dissertation sur le droit des souverains touchant l'administration de l'eglise*, Avignon, chez Girard, 1750, pag.194.

7 <http://faculty.cua.edu/pennington/Canon%20Law/ShortHistoryCanonLaw.htm#Cresconius>

8 wikipedia, *ibidem*

9 Brunet-Le Vayer, *op. cit.*, pag.194.

10 Brunet-Le Vayer, *op. cit.*, pag.194.

## Periodo Storico

La trattazione ha ad oggetto una brevissima storia del diritto canonico dalle origini al sec. XI, con speciale riguardo alla scuola di Reims, alla figura di Incmaro di Reims e Gerberto di Aurillac. In questo arco temporale è possibile distinguere tre periodi:

- a) dalle origini a Costantino
- b) da Costantino ai Carolingi
- c) dai Carolingi al secolo XI.

## Dalle origini a Costantino

Le prime comunità cristiane, ovunque presenti nell'Impero Romano, non erano governate da un corpo di leggi generali, ma si organizzavano in base alla *Traditio*<sup>11</sup> e alle Sacre Scritture.<sup>12</sup> Se è chiaro a cosa ci si riferisce con Sacre Scritture, occorre spiegare cosa si intendeva per "*Traditio*", che è costituita dal complesso degli insegnamenti cristiani non inclusi nella Bibbia e si distingue in *Traditio divina* (precetti trasmessi direttamente da Gesù agli Apostoli) e *humana*, che, a sua volta, può essere "*apostolica*" (precetti insegnati dai Dodici alle genti) e "*ecclesiastica*" (risultante dalle opere dei Padri della Chiesa). Giuridicamente la *Traditio* si configura come consuetudine, in rapporto alla Bibbia intesa come *ius divinum scriptum*. Lo stesso S. Paolo nella sua lettera ai Romani scriveva che la fede in Cristo sostituisce la legge secolare con la ricerca della salvezza.<sup>13</sup> Laddove fossero sorte questioni, sia tra fedeli, sia dottrinarie, queste erano facilmente risolte dall'intervento del Vescovo, in quanto diretto successore degli Apostoli, coadiuvato, all'occorrenza, da presbiteri o dai membri anziani

---

11 F. Galasso, Medio Evo del diritto, vol.I, Milano, Giuffrè, 1974, pag.171 (nota 12).

12 Pennington, ibidem.

13 Lettera ai Romani, 7:3-12 e 10:1-11

della comunità.<sup>14</sup>

Nella cristianità delle origini, dunque, le uniche fonti del diritto canonico erano soprattutto i Vangeli. Alcune comunità, soprattutto in Oriente, scrissero manuali,<sup>15</sup> ma avevano valenza locale e riguardavano specifiche materie come, ad esempio, i sacramenti e la liturgia.<sup>16</sup> Tali testi erano concepiti soprattutto come guida per il clero e quindi utilizzabili in misura decisamente limitata dai laici; inoltre derivavano la loro cogenza dal discendere direttamente dagli Apostoli e non perchè promanavano dall'autorità ecclesiastica. Non abbiamo prove che i cristiani di comunità diverse si riunissero per risolvere problemi dottrinari o disciplinari almeno fino al II sec.; certamente si riunivano con regolarità all'interno delle rispettive comunità per risolvere questioni di valenza locale.

Anche i primi Concili tenuti in Occidente (il primo di cui si hanno notizie sicure è quello di Cartagine, tenuto tra il 220 e il 230) erano considerati validi e le loro decisioni rispettate solo nell'ambito del territorio cui facevano parte i Vescovi intervenuti. Come si vede, queste assemblee divennero una fonte di produzione del diritto canonico molto presto; a dar loro un giusto fondamento giuridico, Giovanni Crisostomo li fa ricomprendere in Atti 15 ssgg., sebbene tutti gli studiosi moderni neghino che la riunione di Gerusalemme descritta nel passo biblico abbia qualcosa a che fare con i Concili (o Sinodi, i termini sono equivalenti, almeno per i primi secoli). Bisogna anche tener presente che i cristiani erano perseguitati dalle autorità imperiali e, di conseguenza, con evidenti problemi di riunione in luoghi pubblici; da qui deriva l'esiguo numero di

---

14 Brunet-Le Vayer de Boutigny, op. cit., pag.8.

15 Uno dei più conosciuti è la Didaché, forse originariamente scritta in greco per una comunità siriana e contenente gli insegnamenti degli Apostoli e regole di liturgia e sacramentali.

16 Pennington, ibidem.

Concili rispetto ai secoli successivi. Molto cambierà con il secolo IV e la salita al trono di Costantino: il IV secolo rappresenterà una svolta importante per la Chiesa e il diritto canonico.

### **Da Costantino ai Carolingi**

Nel IV sec. assistiamo a grandi novità per il diritto canonico, sia per quanto riguarda le fonti di cognizione che per quelle di produzione.

A partire dall'editto di Milano (313), la Chiesa diventa, per il diritto pubblico romano, "*collegium licitum*",<sup>17</sup> e comincia ad evidenziarsi in modo netto ed ufficiale (anche da parte dell'Imperatore) il riconoscimento del primato del Vescovo di Roma sugli altri Vescovi.<sup>18</sup> Con la libertà di culto di cui i Cristiani potevano finalmente godere, il numero dei Concili aumentò considerevolmente: è del 314 quello di Arles,<sup>19</sup> nel quale, per la prima volta, non si fa menzione della partecipazione di laici; da questo Sinodo in poi iniziano le assemblee in cui la volontà del solo clero costituisce l'unica fonte legittima di creazione di norme canoniche. Ma quello più famoso è sicuramente il Concilio di Nicea (325) c.d. *ecumenico* (=universale),<sup>20</sup> ossia riconosciuto da tutta la Chiesa, sebbene vi avessero partecipato circa 300 Vescovi su 1800 e quasi tutti provenienti dalla sola parte Orientale dell'Impero.<sup>21</sup> In quella sede, vennero stabiliti canoni per l'organizzazione della Chiesa come Istituzione, prendendo a modello le strutture

---

17 Calasso, op. cit., pag.170.

18 Monachino, Il primato nello scisma donatista, *Archivium Historiae Pontificiae*, 2, Roma 1964, pagg.7 e ssgg. Pontificia Università Gregoriana, *Facultas historiae ecclesiasticae*.

19 Pennington, op. cit.

20 Wikipedia, Primo concilio di Nicea.

21 Wikipedia, op. cit.

dell'Impero Romano.

Fu lo stesso Imperatore Costantino ad indirlo ed a presiederlo; tutti i partecipanti ebbero le spese rimborsate dallo Stato, come ne fossero stati funzionari in trasferta, e le statuizioni godettero del potere pubblico per la loro attuazione. Costantino aveva certamente tratto la Chiesa dall'ombra delle catacombe alla luce del Sole con l'editto del 313 ma si comportava come un Imperatore romano cui spettava la carica di Pontifex Maximus: un capo civile, politico cui spettava anche il compito di governare il fenomeno religioso, con un comportamento che oggi definiremmo di cesaropapismo;<sup>22</sup> ma questo l'istituzione religiosa non poteva accettarlo e già nel secolo seguente vedremo la reazione, cominciata soprattutto con Papa Gelasio I (492-496).

Un'ultima, importante considerazione su Costantino e la sua influenza sul diritto canonico: egli aveva esentato i sacerdoti dalla giurisdizione civile, sottomettendoli alla competenza del loro Vescovo e i Vescovi a quella del Metropolita. Su questo solco giurisdizionale si mosse il concilio di Sardica (342-343) stabilendo che la sede romana sarebbe stata l'ultima istanza di appello per i processi ecclesiastici e che, senza il Papa, nessun Vescovo poteva essere deposto.<sup>23</sup> Bisogna dire, però, che,

---

22 Etimologia incerta; forse coniata per la prima volta dal pastore protestante Justus H. Boehmer (+1749) in: *Ius ecclesiasticum protestantium: Usus hodiernus iuris canonici iuxta seriem Decretalium ostendens et ipsis rerum argumentis illustrans*, vol V, Halae-Magdeburgicae 1756-1785. L'autore attribuì la definizione "cesaropapista" al I° libro del *Codex* di Giustiniano nel quale sono contenute molte Costituzioni imperiali da Costantino a Giustiniano stesso che regolavano questioni ecclesiastiche. Solo successivamente e ad opera di altri studiosi, il termine cesaropapismo assunse il significato più ampio che gli diamo oggi: un Sovrano politico, civile che promulga leggi che invadono il territorio che avrebbe dovuto essere proprio, specifico della legislazione ecclesiastica.

23 Vacca, *Prima sedes a nemine iudicatur*, ed. Pontificia Università

soprattutto durante i processi penali del IV e V secolo, tale regolamento non sempre venne osservato, come nel caso di Papa Damaso I (366-384) accusato di sedizione ed omicidio dinanzi all'Imperatore.

Sul finire del IV secolo, quasi coeva all'editto di Teodosio, appare una importante novità nel campo del diritto: le lettere del Papa, che, mutuando un termine dal diritto romano, vennero chiamate "*decretales*" o "*rescripti*". Si trattava di lettere di risposta a questioni portate all'attenzione di Roma da parte dei Vescovi, sugli argomenti più diversi. La prima di cui abbiamo notizie sicure è quella che Imerio, Vescovo di Tarragona (Spagna), scrisse a Papa Damaso; Damaso non rispose ma lo fece prontamente il suo successore Siricio (384-399). Al termine della lettera Siricio invitava Imerio a trasmetterla a tutti i confratelli Vescovi della penisola iberica: fin da questo primissimo periodo, il Papa stesso, quindi, concepiva i suoi "*rescripti*" come aventi norme autoritative e generali per intere regioni.<sup>24</sup>

Il V sec. fu contraddistinto dalla graduale accettazione da parte di Roma dei canoni conciliari tenutisi in Oriente;<sup>25</sup> se ne fecero delle traduzioni dall'originale greco che cominciarono a circolare tra gli ecclesiastici e ad avere forza cogente. Novità degna di nota per il diritto, è il fatto che S. Leone Magno (440-461) elevò quattro lettere (*rescripti*) di Innocenzo I (401-417) a livello dei canoni e Papa Zosimo (417-418) in una lettera del Marzo 418 inviata ai vescovi del concilio di Cartagine, per la prima volta afferma che, secondo la tradizione dei Padri, l'autorità della sede apostolica è tale che nessuno ha mai osato discuterne le deliberazioni, facendo derivare tale affermazione

---

Gregoriana, Roma 1993, pag.25, vedi anche nota 47.

24 Pennington, op. cit.

25 Pennington, op. cit.

da quanto Cristo dice a Pietro in Matteo 16:19 "Qualunque cosa legherai in terra sarà legato anche nei cieli, e qualunque cosa scioglierai in terra sarà sciolto anche nei cieli".<sup>26</sup>

Durante il papato di Gelasio I (492-496) le norme canoniche erano divise in tante raccolte e scritte in diverse lingue. Proprio in questo periodo si ebbe il primo tentativo di compilare una unica collezione di canoni: è la *Collectio Dionysiaca*, in quanto composta da Dionigi il Piccolo. Questi era un monaco della Scizia, vissuto dapprima a Costantinopoli e poi trasferitosi a Roma. Lo scopo principale era quello di dare una nuova e più fedele traduzione ai canoni conciliari, dovuta al fatto che era parimenti versato in greco ed in latino. Il suo lavoro si compone di due parti: una dedicata ai Concili (con 165 canoni stabiliti nei Concili che vanno da Nicea 325 a Costantinopoli I 381) ed un'altra con la raccolta di lettere decretali da Siricio (384) ad Anastasio II (498). Entrambe le raccolte erano organizzate cronologicamente; Dionigi le riunì in un unico Corpus Canonum. Nell'ultima versione, commissionata da Papa Ormisda (514-523), Dionigi mise sia la versione originaria in greco che quella latina, cosicché il lettore poteva fare un facile ed immediato confronto tra i due testi.<sup>27</sup> Questa *Collectio Dionysiana* non fu mai considerata come una raccolta ufficiale<sup>28</sup> ma ebbe grande fama ed impiego in Europa. Altre raccolte furono compilate in molte parti della Cristianità; tra queste una degna di nota è la *Collectio Hispana*.

Nel VI e VII sec. in Spagna si tennero numerosi Sinodi i cui canoni furono uniti a quelli dei concili orientali così da formare una raccolta cui vennero aggiunte lettere decretali fino al periodo di Papa Gregorio Magno (590-604). L'autore di

---

26 Vacca, op. cit., pag.26.

27 Pennington, op. cit.

28 Pennington, op. cit.

questa *collectio* è anonimo<sup>29</sup> ma diversi studiosi la attribuiscono a Sant'Isidoro di Siviglia<sup>30</sup> chiamandola, quindi, *Collectio Isidoriana*.

Una raccolta simile per vastità ed importanza fu quella che, in Oriente circa cinquantanni dopo l'opera di Dionigi, fece Giovanni di Antiochia, conosciuto anche come Giovanni Scolastico, il quale, oltre agli usuali canoni conciliari, incluse alcuni estratti della codificazione giustiniana (soprattutto le *Novellae*) riguardanti la Chiesa e la disciplina per i sacerdoti. L'opera è conosciuta col titolo di "*Collectio LX titulorum*". Poichè l'autore era Patriarca di Costantinopoli, il suo lavoro ebbe grandissima autorità e tutte le raccolte canoniche successive in Oriente si basarono proprio sul suo lavoro.

A conclusione di questo breve passo sulle "*collectiones legum Ecclesiae*" eseguite nelle diverse regioni d'Europa, non si può passare sotto silenzio l'altrettanto vasta opera di falsificazione. Uno dei falsi più celebri è quello della c.d. *collectio pseudo-isidoriana* compilata, probabilmente in Francia attorno all'850, da un certo Isidoro Mercatore o Peccatore;<sup>31</sup> tale raccolta comprende canoni conciliari veri e lettere decretali apocrife.<sup>32</sup> Lo stesso autore (ma vedi nota 15) spiega all'inizio dell'opera la motivazione che lo ha spinto a scriverla: facilitare la ricerca tra una pluralità di testi normativi che avevano ormai raggiunto un numero considerevole. Ma, forse, il vero scopo era quello di rafforzare il potere pontificio e affermare

---

29 Pennington, op. cit.

30 Calasso, op. cit.

31 La grafia cambia a seconda della *collectio* falsificata presa in esame; infatti non si tratta di una sola raccolta ma della falsificazione di una pluralità di opere che uscirono da uno stesso ambiente, più che dal lavoro di un'unica persona.

32 Enciclopedia Treccani.

l'indipendenza dei Vescovi dal Re.<sup>33</sup> Questa raccolta, malgrado la notevole presenza di errori, già in quel tempo facilmente individuabili, ebbe grande successo e fu spesso utilizzata: perfino Abbone di Fleury, nel sostenere la tesi contraria a quella di Gerberto nel processo che doveva stabilire la validità della sua nomina a Vescovo di Reims, ne utilizzò alcuni estratti.<sup>34</sup>

### **Dai Carolingi a Gerberto d'Aurillac**

Dalla caduta dell'Impero Romano d'Occidente (476) al battesimo del re Clodoveo (496) ad opera di S. Remigio (*Saint Rémi*) passano pochi anni; da questo momento in poi si stabiliranno feconde relazioni tra il regno dei Franchi e la Chiesa.

Nei primi anni del suo regno (771-814), Carlo Magno chiede al Papa Adriano I di inviargli una raccolta di Canonici: il Papa gli offre in dono la *Collectio Dionysiana* (con alcune aggiunte e modifiche rispetto all'originale, cosicché fu chiamata *Collectio Dionysiana-Hadriana*). La dieta di Acquisgrana dell'802 la dichiarerà codice ufficiale della Chiesa dei Franchi, dandogli valore generale.<sup>35</sup>

Nel frattempo c'era stato un atto del Sovrano che tanta importanza ebbe per la nascita delle "*scholae*" e del conseguente studio del diritto: si tratta dell'*Admonitio generalis* (789); in essa Carlo ordina che i sacerdoti prendano con sé dei ragazzi, sia di nascita libera che servile, e che li ordinino in scuole presso ogni cattedrale o monastero.<sup>36</sup>

A Reims, l'arcivescovo Tilpin, il fedele Turpino della Chanson

---

33 Wikipedia, Pseudo-isidoro.

34 Vacca, op. cit., pag. 152.

35 wikipedia, collectio\_dionysiana.

36 Barbero, Carlo Magno. Un padre dell'Europa, ed. Laterza, Bari 2006, pag. 257.

de Roland, non avrà certamente mancato di seguire le istruzioni del suo re, ma, nelle fonti, l'istituzione scolastica in questa città appare solo a partire dal vescovo Incmaro (845-882), con la citazione del nome di Sigloardo, direttore ed insegnante, il cui compito era non solo di dirigere la scuola ma anche di controllare tutte le scuole della diocesi.<sup>37</sup> Cominciano ad arrivare studenti anche da altre parti di Francia e la biblioteca dello studio viene arricchita da Incmaro. Dopo una temporanea caduta degli studi dovuta alle invasioni normanne, gli insegnamenti riprendono con vigore al tempo dell'arcivescovo Folco (883-900) il quale si premura di chiamare famosi maestri. La celebrità della scuola di Reims raggiunge l'apogeo tra il 972 e il 996 con Gerberto d'Aurillac,<sup>38</sup> colui che viene considerato come l'uomo più dotto del suo tempo, un pre-umanista sempre alla ricerca di antichi manoscritti, filosofo, musicista, astronomo, matematico, raro esempio di spirito universale.<sup>39</sup>

Nella seconda metà dell'XI secolo è san Bruno di Colonia (1030-1101), prima di trasferirsi alla Chartreuse, che ridà lustro alla scuola, dopo esserne stato studente.

Nel periodo di massimo splendore, abbiamo sicura notizia che a Reims erano attive almeno tre *scholae* collegate ad un monastero o cattedrale: Saint-Rémi, Saint Nicaise e Saint-Thierry.<sup>40</sup> Le cronache del XII secolo riportano che c'erano talmente tanti studenti che sembrava superassero il numero degli abitanti.<sup>41</sup>

La figura di Incmaro (806-882) rimane particolarmente

---

37 [www.cndp.fr/cndp\\_reims/ressources/dossier/bicentenaire\\_rectorat/demouy.pdf](http://www.cndp.fr/cndp_reims/ressources/dossier/bicentenaire_rectorat/demouy.pdf).

38 [www.cndp.fr](http://www.cndp.fr), ibidem.

39 [www.cndp.fr](http://www.cndp.fr), ibidem.

40 [www.biblisem.net/etudes/guiregli.htm](http://www.biblisem.net/etudes/guiregli.htm)

41 [www.cndp.fr](http://www.cndp.fr), ibidem.

importante. L'analisi dei suoi scritti giuridici, infatti, permette di affermare che, nella Francia del IX sec., l'*Epitome Iuliani*, opera della legislazione romana, era conosciuta e veniva utilizzata, ma apre anche la questione sul reale grado di conoscenza diretta delle fonti romane da parte dello stesso Incmaro: le citazioni da lui riportate sono sempre intermedie da quelle di altri autori ecclesiastici come S. Ambrogio o S. Agostino o Gregorio Magno o, addirittura tratte dalle false Decretali, tanto da far pensare che venissero scritte più per dar prova di scienza che non per richiamare un argomento giuridico romano.<sup>42</sup>

Bisogna dire che Incmaro fu il primo a negare autorità alle cc.dd. false Decretali ed alle lettere Decretali in generale: secondo il suo pensiero le lettere del Papa, seppur col dovuto rispetto per uno scritto pontificio, NON facevano "legge" se non venivano inserite nel *Corpus* dei canoni, ossia se non subivano quel processo detto di "canonizzazione" ( come abbiamo già visto per quanto riguarda i quattro *rescripti* di Innocenzo I elevati al rango dei canoni conciliari da S. Leone Magno). Senza tale processo, venivano deposte negli archivi, donde ne deriva la differente locuzione latina: "*referre in scrinia; referre in Canones*".<sup>43</sup> Bisogna sottolineare un punto importante: veniva negata l'*auctoritas* delle decretali, vere o meno che fossero, NON la loro autenticità che rimase incontestata fino al XVI secolo.<sup>44</sup>

Quello finora delineato, è il quadro normativo entro cui Gerberto ed Arnolfo di Orléans si trovano ad agire nel

---

42 Gaudemet, Le droit romain dans la pratique et chez les docteurs aux XI<sup>e</sup> et XII<sup>e</sup> siècle, Cahiers de civilisation médiévale, 1965, vol.8, Num. 8-31-32, pagg.365-380, in particolare nota 11 e nota 40.

43 Brunet-La Vayer de Boutigny, op.cit.

44 Pennington, op.cit.

giudizio che deve decidere della validità dell'elezione di quest'ultimo a vescovo di Reims. Un breve excursus storico è necessario per inquadrare la situazione: alla morte dell'arcivescovo di Reims Adalberone (989), era stato eletto Arnolfo che aveva anche giurato fedeltà al re Ugo Capeto. Dopo pochissimo tempo, violando il giuramento, aveva consegnato la città, a quel tempo una delle più importanti di Francia, a suo zio Carlo di Lorena acerrimo rivale dei capetingi. Il Re si era rivolto allora al Papa Giovanni XV affinché rimuovesse il Vescovo fellone. Da Roma non giunse nessuna risposta. In virtù di ciò, il sovrano decise di convocare un concilio, secondo l'uso che, nel regno franco, risaliva a Carlo Magno. Nell'assemblea riunita nel monastero di Saint-Basle de Verzy (991), si scontrarono due opposte visioni del diritto canonico: da un lato Abbone di Fleury,<sup>45</sup> il quale, in base alle false Decretali e alle epistole vere di alcuni Papi (soprattutto Damaso I), affermava che nessun concilio può far decadere un vescovo senza il beneplacito del Papa; dall'altro lato Arnolfo di Orléans, in stretto contatto con Gerberto di cui aveva preso le difese, sostiene che nessun potere è superiore a quello di un Concilio, neppure quello del Papa; tanto più in un momento dove sul soglio di Pietro si succedevano uomini noti per le loro nefandezze ed iniquità, assolutamente in contrasto coi grandi Papi del passato come Leone Magno, Innocenzo, Gelasio I, Gregorio Magno.<sup>46</sup> Egli riuscì a convincere l'assemblea e i presenti si pronunciarono a favore dell'elezione di Gerberto. Saputo ciò, il Papa chiese ai Vescovi del regno franco di venire a Roma ma il Re proibì loro di muoversi e convocò un nuovo sinodo a Chelles (995), dove fu confermata

---

45 wikipedia, Abbone\_di\_fleury

46 Per avere una idea delle iniquità e nefandezze in cui furono coinvolti i Papi nei secc. X e XI vedi Vacca, op. cit., pag.152 e nota 8).

la decisione presa anni prima.

È curioso notare come il processo contro Arnolfo di Reims fosse diventato un processo contro il papato.<sup>47</sup>

Appena un anno dopo il concilio di Chelles, Ugo Capeto morì e Gerberto venne a perdere il sostegno regio; inoltre Gregorio V, nel concilio di Pavia (995), decise di sospendere dalle loro funzioni tutti i Vescovi che avevano partecipato alla deposizione di Arnolfo di Reims. A seguito di tale decisione, Gerberto fu abbandonato dai suoi sostenitori e dai suoi chierici. Per evitare un possibile scisma, preferì andare ancora una volta alla corte di Ottone III (997), lasciando la sede di Reims dove fu ristabilito Arnolfo.

## Conclusioni

Da papa, Gerberto reintegrò l'Arcivescovo Arnolfo della Chiesa di Reims (cf. nota 3), poi in carica fino al 1030. Il principio che nessun Concilio può essere superiore al Papa e ad un singolo Vescovo, *de facto*, si consolidò con questo affare di Arnolfo di Reims, così che la regola *Roma locuta, causa soluta* si è confermata.

Invece la prima storiografia protestante screditava la successione petrina, e proprio in Silvestro II trovò occasione di farlo<sup>48</sup> col mostrarlo simoniaco e gallicano, per aver forzato la successione episcopale prima e papale dopo, di R in R... cioè da Reims a Ravenna e da questa a Roma: *scandit R in R ad R*, come recita il gioco verbale ideato dallo stesso Gerberto per ricordare i suoi trasferimenti da Vescovo.

---

47 Vacca, op.cit., pag. 152

48 Anche il Cardinale Baronio ne fu influenzato negativamente nei passi dei suoi *Annali Ecclesiastici* (1607) proprio riguardanti Silvestro II.  
[http://www.icra.it/solar/sigismondi/GerbertoOperaOmnia/GERBERTO\\_ATT12003.pdf](http://www.icra.it/solar/sigismondi/GerbertoOperaOmnia/GERBERTO_ATT12003.pdf)

# Gerbertian paths for the Jubilee

Costantino Sigismondi

(ICRA/Sapienza Università di Roma and ITIS G. Ferraris)

## Abstract

Gerbert before becoming Pope Sylvester II came several times in Rome, as reported in his Letters and in the biography of Richerus. Eight places in Rome can be connected with Gerbertian memories. 1. The Cathedral of St. John in the Lateran where the gravestone of his tumb is still preserved near the Holy Door; 2. the “Basilica Hierusalem” (Santa Croce) where Gerbert had the stroke on May 3<sup>rd</sup> 1003 which lead him to death on May 12<sup>th</sup>; 3. the Aventine hill, with the church of the Knights of Malta in the place where the palace of the Ottonian Emperors was located; 4. the church of St. Bartholomew in the Tiber Island built in 997 under Otto III; 5. the Obelisk of Augustus in Montecitorio to remember the relationship between Gerbert, Astronomy and numbers which led the birth of the legends on Gerbert magician; 6. St. Mary Major end of the procession of August 15, 1000; 7. St. Paul outside the walls with the iconography of the Popes and 8. St. Peter's tumb end of all *Romaei* pilgrimages. This Gerbertian path in Rome suggests one way to accomplish the pilgrimage suggested by Pope Francis in the Bulla *Misericordiae Vultus* (14) of proclamation of the new Jubilee.

## Introduction

At the turn of year 1000 Gerbert was Pope in Rome, and he was still adressed for his scientific authority with official letters as the one of Adelbold on the volume of the sphere.

He wanted to restore the prestige of the Lateran as the visible chair of the Bishop of Rome, and he succeeded in it with his culture, his books, his instruments, astronomical and mathematical, his fellows students, and, his faith and his vision of the Europe, unified by Christianity and by the Sacred Roman Empire oriented toward the second Rome, Byzanthium. Rome had again the role of Imperial city in the vision of Otto III and Gerbert, but not for the local families.

## Rome Gerbert and the pilgrims

Rome is the Holy City since the primacy of the Bishop of Rome, the Pope, as successor of the Apostle Peter become a strong reality among the Christians. Already in the first century St. Ignatius of Antioch recognized the Pope having the *primacy of charity*, and the Christian community of the 'Eternal City' was the largest one in terms of number of people and of martyrs. Rome was the real cradle of Christianity for the first centuries, after the beginning in Palestine and Ellenistic world. Coming in Rome to pray "*ad limina apostolorum*" and on the tombs of martyrs become a practice well before the first Jubilee proclaimed by pope Boniface VIII on February 22, 1300.

In the biography of Gerbert written by Richerus of Reims (998) and in the Letters of Gerbert several times are mentioned his trips to Rome. In 971 he followed the bishop Atto of Vich<sup>1</sup>, expert in Mathematics, from Catalonia; later he followed his Archbishop Adalberon of Reims to Rome. Richerus of Reims reported also their prayers at the tumb of the Apostoles, like all *Romaei* pilgrims used to do.

### 1. The Cathedral of the Lateran with the tumb of Gerbert

The Emperor Constantine built the first Basilica, the Cathedral of St. John in the Lateran, *the mother of all churches, Omnium Ecclesiarum Mater et Caput*, in the World.

Gerbert chosen his papal name of Sylverster II to remember and renovate the fruitful relationship between Constantine

---

1 Atto was killed in Rome on August 21, 971 in the Suburra in an assault. Gerbert impressed the Pope John XIII and Otto I with his knowledge in Music and Astronomy, but decided to leave Rome to Reims with the scholasticus Gerannus to continue the studies. The impression of this permanence in Rome had to be very negative both from the scientific and social point of view, but the opportunity to know the Imperial family had consequences for all his career.

and Pope Sylvester, between temporal and spiritual power, between Otto III and himself.<sup>2</sup> The Lateran symbolized all these things together with the *primacy of the papacy*; and he cared for its prestige<sup>3</sup> and selected this church for his tomb.

The gravestone of Gerbert with a long inscription, made by Sergius IV, has been preserved by Francesco Borromini during the works for renovating the Basilica, wanted in 1648 by Innocent X for the Jubilee of 1650. This inscription decorates the second pillar of the right nave, the one of the Holy Door, firstly opened by Alexander VI in 1499, when this jubilee tradition started.

## 2. Santa Croce in Hierusalem

The inscriptions present in Santa Croce were recorded by ancient chroniqueurs and reported the legend of the death of Gerbert, who suffered a stroke while celebrating mass in this Basilica, called Hierusalem, built with some ground brought from Jerusalem by St. Helen, mother of the Emperor Constantine. This happened on May 3<sup>rd</sup> and Gerbert died on the 12<sup>th</sup>.<sup>4</sup> A legend deals with the explanation of the place where Gerbert had the stroke<sup>3</sup> and on the following decision to be buried in the Lateran.<sup>5</sup>

---

2 Obviously without imagining the sudden death of the young Emperor less than 3 years after his election as Pope.

3 G. De Spirito, *Silvestro II e il Laterano*, in *Archivum Bobiense Studia* IV, 727 (2001).

4 According to a legend Gerbert built a metal head, an *automa* capable to answer yes or not to every question, so he knew that he would not die if avoided to go in Jerusalem. The magic property of this head was possible thanks to the devil, to which he would have been grateful not only for this head, but also for his papacy... with the final loss of his soul. The prophecy of the metal head come true in the church called Jerusalem.

5 To avoid the devil having his body the legend tells that Gerbert ordered to cut in many pieces his body and to put it on a chariot driven by oxen

These legends survived until now, along with the magic properties of his tumb, dripping water during the election of a new pope. The Lateran's canonical Rasponi assisted in 1648 to the aforementioned works for the renovation of Lateran. He described the opening of the tomb of Sylverster II and his body was found intact, with the pontifical paraments and suddenly all vanished at the contact with the air, excepted the ring and the pastoral, disproving all these pulp and gore legends.

### **3. The Aventine hill and the Imperial palace in Rome at the time of Gerbert**

The palace of the Ottonian Emperors was on the Aventine hill, and today there are no evident relics. Probably it was located where the Malta's Knights garden, church and palace are. The church of the Knights of Malta was made by the famous author of roman gravures Giovanni Battista Piranesi.

The Emperor Otto II died there in 983, december 7. He felt in depression after his military defeat at Capo Colonna (982). He saved his life, but lost all the princes and the soldiers. Otto II declined so rapidly, despite of his young age; that his son Otto III was sacred king at 3 years old while he was alive.<sup>6</sup>

A long period of regency was strongly protected by the archbishop of Reims and after directly by Gerbert until Otto III become adult at 16 years old. Gerbert frequented the palace when Otto I was emperor, and for the wedding of Otto II in 972 and later when Otto III was in Rome.

This long effort to maintain the imperial family has seen the correspondence between Gerbert and the Queen St. Adelaide

---

and to bury him where the oxen would stop. This happened in front of the Lateran.

- 6 A representation of Otto II, his wife Teophano and Otto III is in the museum of Cluny in Paris.

wife of Otto I (dead in 999) and Teophano, wife of Otto II. The dynasty which would unify Europe under a Christian Emperor should be preserved, but this project end for the untimely death of Otto III in January 1002, in Paterno under the mount Soratte, for malarial fevers, during one of his displacements to maintain his military action on Italy from North to South.

In Rome he was not welcome by the people because of the local dominant family of Crescenzi: they preferred to maintain their power (often used on the Pope himself) instead of belonging to the Emperor who elected Rome as his seat, with the perspective of bringing newly this city in the center of the political history.

#### **4. St. Bartholomew, Otto III, St. Adalbert and Poland**

Related to the time of Gerbert in Rome is St. Bartholomew on the Tiber Island, built in 997 under Emperor Otto III, where there is also a memory of the martyrdom of St. Wojtech, Adalbert, the apostle of Poland.<sup>7</sup>

Gerbert knew personally Adalbert through the imperial court to which he was acquainted and when he become Pope, Gerbert-Sylvester II installed the first dioceses in Poland in year 1000, and Cracow, from which the Pope of year 2000 John Paul II came, was one of them.

#### **5. Gerbert, Astronomy and the treasure of Augustus**

A legend which mixes Astronomy, History and fantasy links Gerbert to Montecitorio square. This legend is grounded on the writtens of Wilhelm of Malmesbury which depicted Gerbert as a magician in the *Historia Regum Anglorum*, and has

---

<sup>7</sup> M. Pupillo, *St. Bartholomew's on the Tiber Island*, A. Guerini, Milano 1998.

been developed by others along the centuries: Gerbert would have discovered the treasure of Emperor Augustus thanks to his unique capability to interpret encrypted messages left from the past architects. The shadow cast by the Obelisk of Campus Martius helped him to understand the true location of the treasure of Augustus.<sup>8</sup> Finally he visited this place in nighttime finding a golden world with statues that disappeared after an abrupt motion of his servant who tried to bring some gold. The legend is grounded on the astronomical knowledge of Gerbert who probably continued his astronomical observations from a tower<sup>9</sup> of the Lateran and in 996 built in Magdeburg an astronomical clock, as Tietmarus reports in his chronicle of 1029.

In Montecitorio square the Obelisk of Augustus has been restored in 1792, because he felt down probably in 1048 after an Earthquake.<sup>10</sup>

## 6. St. Mary Major and Gerbert

As a Pope of year 1000 Gerbert made a night procession between St John and St Mary Major for the feast of the Assumption of Mary of 15 August, and this is the path to follow from the Lateran to the *Liberian Basilica*, built for the Christian people by the Pope with the money of the community “Xyxtus Episcopus Plebi Dei” is the dedication written by Sixtus III on the triumphal arch. Sixtus V made via Merulana between St. Mary Major and the Lateran.

---

8 C. Sigismondi, *La Sfera da Gerberto al Sacrobosco*, UPRA, Roma, 2008, p. 5.

9 E. Millosevich, *Dalla Torre di Babele al laboratorio di Groninga*, Scientia XII (1912) n. 25, quoted by G. Monaco, *L'Astronomia a Roma dalle originia al Novecento*, Osservatorio Astronomico di Roma, 2000, p. 48.

10 The fall of the Obelisk occurred 40 years before Wilhelm of Malmesbury writing. News about the Obelisk were in Plinius the Elder.

## **7. Saint Paul outside the walls, and the iconography of Gerbert**

Among the four papal Basilicas, St Paul outside the walls is the place with the traditional iconography of the Popes. The figure of Gerbert is the standard mode to represent the philosopher, with pointed beard. A similar iconography is also used to represent St. Paul, the *doctor gentium*. In the *Evangeliarium* of Echternach, Gerbert is represented, probably by an eye witness, with white hairs, dressed as an Archbishop with the pallium and standing at the right side of the throne of Emperor Otto III, spiritually sustaining the temporal kingdom.

## **8. The Vatican Basilica and Gerbert**

St. Peter, the Prince of the Apostles, suffered his martyrdom on the cross and was buried in the Vatican cemetery, and there after Constantine, a Basilica was built. There Gerbert had the occasion to leave traces of his fine intellectual work with the composition of the inscriptions on the gravestones of the Emperor Otto II and for the Pope Gregory the V, his predecessor. The tomb of Gregory the V is in the Vatican papal cemetery, the grotto under the Basilica.<sup>11</sup>

## **Erminia Maria Santi, Gerbert and the Jubilees: a dedication of this volume to her memory**

Erminia Maria Santi wrote in 2003 "Conversation on Gerbert and the Music". She was always proud to be born in the holy year of the Redemption 1933. In a certain sense, which belongs indeed to Gerbert's views, her death is also related with a Holy Year. In fact Gerbert used the symbolism of number 273 in

---

11 A detailed study on this inscription with numerological contents hidden under the geometry of the text is in Flavio Nuvolone, *Gerbertus* vol. 1.

Carme Figuratum representing the days of pregnancy<sup>12</sup> and Sunday July 6, 2014 (her death) preceded of 273 days the Sunday of Easter April 5, 2015, and in the octave of Easter Pope Francis has published the *Bulla Misericordiae Vultus*, official proclamation of the new Jubilee 2015-2016.

The Gerbertian congress of 8<sup>th</sup> May, 2015 preceeds of 7 months the opening of the new Jubilee of the Divine Mercy (December 8, 2015) and follows of 10 months Erminia Maria's funeral (July 8 2014).

This new Jubilee is either a gift and a surprise for the Church but is also the fruit of the prayers of many persons like Erminia Maria Santi, in their unknown humbleness.

Erminia Maria Santi cared the publication of the previous number of GERBERTVS with her silent but real contribution of draft corrections.

Her presence in the Roman Congresses dedicated to Gerbert was constant, starting with her contribution to the Millennium Congress in the Lateran, where physically she could not attend because of a broken ankle recovery. She has helped the realization of this long series of 13 annual events with the corresponding publications which witnessed the work done and stimulated new work for the following meetings.

Erminia shared with us the dream to see Gerbert honored as Saint, and we rejoiced together when Pope Benedict XVI named him among the Popes of "Venerate Memory" who practiced astronomy (Angelus of Sunday 21 december 2008).

Erminia Maria is now in the condition to know Gerbert in person, in the dimension of the Resurrection in the glory of the Angels and the Saints, that she contemplated and meditated always in all her life.

---

12 F.G. Nuvolone, private communication.

# Stelle e pianeti artificiali per esperimenti di ottica ondulatoria al telescopio

Costantino Sigismondi

*(ICRA/Sapienza Università di Roma and ITIS G. Ferraris)*

## Abstract

Pointing a laser beam on a diaphragm of 1mm at 1m of distance can be obtained a diffraction pattern of about 2cm at 6m. The diaphragm reduces the angular opening of the beam to 200". The diffraction pattern angular opening results of 700", but the point-like nature of the source is far from being obtained with the diaphragm. An artificial star is obtained by using a metal sphere of 5mm, located at 50m of distance from us. When the sphere is illuminated in a cloudy day, the reflected light comes from all surface, yielding a source of 20" (artificial planet) while when the day is clear the light comes only from the Sun and the dimension of the reflected image is 2.5/100mm, and its angular dimension becomes 0.1" (artificial star). Observing with a telescope these sources it is possible to see stellar diffraction patterns in daytime, suitable for school lessons. The artificial planet does not show diffraction. The distinction between Uranus, Neptune and background stars can be successfully seen with a 76mm objective telescope: their angular dimensions, 3", are big enough to not have Airy rings, visible on same magnitude stars.

## Introduzione

La diffrazione della luce permette ai raggi luminosi di aggirare gli ostacoli e perdere la loro collimazione nell'entrare nell'obbiettivo di un telescopio. Una sorgente puntiforme posta a distanza infinita dall'obbiettivo manda raggi paralleli all'asse ottico, e le regole dell'ottica geometrica mostrano come questi raggi vengano focalizzati in un solo punto, detto fuoco. La diffrazione rompe questo parallelismo generando una deflessione  $\theta \approx \lambda/D^1$  che per un telescopio di  $D=76\text{mm}$  in luce visibile, con  $\lambda=520\text{ nm}$ , vale  $\theta \approx 7 \cdot 10^{-3}$  radianti cioè  $\theta=0.4''$ .

---

1 La formula esatta  $\theta=1.22\lambda/D$  per il raggio del disco centrale di Airy.

## Diffrazione e diametro angolare apparente

Una stella ha un diametro angolare molto inferiore al raggio del disco centrale di Airy  $\theta=0.4''$ ,<sup>2</sup> ma la diffrazione genera un dischetto di queste dimensioni angolari, attorno a cui si può osservare anche un sottile primo anello di diffrazione di raggio doppio, ed altri anelli via via più deboli, se il telescopio è molto ben collimato e le condizioni osservative per fette.

Urano o Nettuno hanno un diametro angolare geometrico attorno a  $3''$ , 7 volte il disco di Airy per un telescopio di 76mm di apertura, non si osservano più i dischi di diffrazione.

Per il principio di sovrapposizione ogni punto del disco planetario produce una sua figura di diffrazione; il risultato della combinazione di tutti i dischi con relativi anelli è un disco di diametro  $0.8''$  maggiore di quello geometrico del pianeta, ma la zona nera tra disco e primo anello che si potrebbe osservare al bordo del pianeta è ricoperta dagli anelli generati dai punti immediatamente interni al bordo planetario. Questo fa sì che gli anelli spariscano, e l'informazione sull'estensione angolare del pianeta maggiore di quella di una stella di pari magnitudine è evidente dalla mancanza dei dischi di Airy. Si può dimostrare graficamente che gli anelli di Airy si perdono per diametri angolari della sorgente  $\theta > \lambda/D$ .

- 
- 2 La stella brillante più vicina, *Rigel Kent* o alfa Centauri, a 4.3 anni luce da noi, è poco più distante di 1 Parsec, da cui la distanza Terra-Sole, 1 UA, appare sotto un angolo di  $1''$ . Geometricamente la tangente di  $1''$ , pari ad  $1/3600^\circ$ , è pari al rapporto  $1/206265=1\text{UA}/1\text{pc}$ . Il diametro angolare medio del Sole è pari a  $32'$  o  $1920''$ , alla distanza di alfa Centauri apparirebbe sotto un angolo di  $0.007''$ . Solo la stella supergigante *Betelgeuse* arriva ad un diametro angolare di  $\theta=0.047''$ , misurato con l'interferometro di 3m da Michelson e Pease al telescopio di Mt Wilson nel 1920. (Dorrit Hoffleit, *Bright Stars Catalogue*, Yale University Observatory, 1982, p. 391, e C. A. Chant, J. of the Royal Astron. Soc. of Canada, Vol. 15, 1921, p.133). La diffrazione da telescopi di diametro inferiore a 2m è maggiore del diametro angolare delle stelle.

### I casi di Urano e Nettuno e dei satelliti di Giove e Saturno

Urano e Nettuno<sup>3</sup> hanno diametri angolari tra  $2''$  e  $3''$  e sono perciò adatti per verificare la loro natura "planetaria" dall'assenza delle figure di Airy. Anche i quattro satelliti Galileiani e Titano di Saturno, Cerere e Vesta, tutti visibili anche con un telescopio di 76mm, sono corpi di diametro sufficientemente grande per verificare questa proprietà. Titano e Ganimede hanno  $\theta=0.7''$  e  $1.3''$ , Cerere e Vesta  $\theta=0.5''$  e  $0.3''$ .

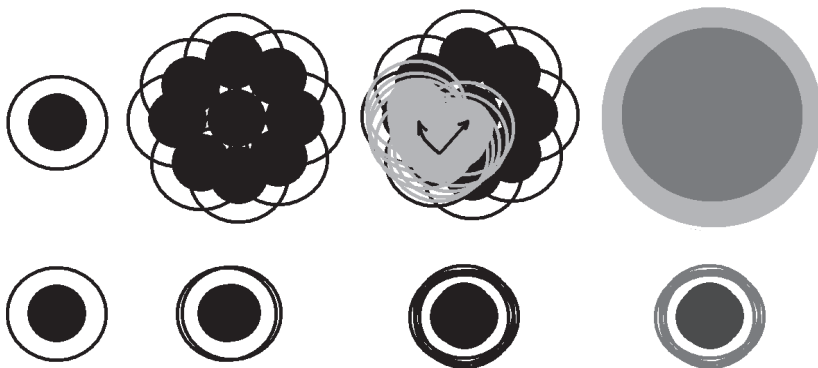
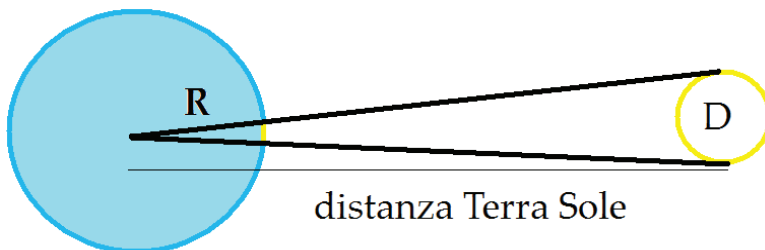


Figura 1. A sinistra la Point-spread function, PSF, di un'apertura circolare, ossia la figura di diffrazione di una sorgente puntiforme vista attraverso l'obbiettivo circolare di un telescopio. Si è rappresentato solo il primo anello di diffrazione; il diametro del disco centrale di Airy vale  $\theta \sim \lambda/D$ . Sopra, da sinistra a destra si vede il risultato progressivo della sovrapposizione di PSF elementari per ciascun punto di una sorgente S1 di diametro angolare  $\theta = \lambda/D$ . Sotto la sorgente S2 ha un diametro angolare  $\theta = 0.1\lambda/D$ . S1 appare come un disco sfumato ai bordi largo 4 volte il diametro geometrico originale  $\theta = 4\lambda/D$ , nel caso di S2 gli anelli di diffrazione restano visibili; per un telescopio di 76mm di obbiettivo a  $\lambda = 520 \text{ nm}$   $\theta = 0.1\lambda/D = 0.04''$ . La stella Betelgeuse dal diametro angolare  $\theta = 0.047''$  mostra gli anelli di diffrazione, mentre Titano  $\theta = 0.7''$  no.

3 Osservati a Lanciano con un Newton 76/700 a 175x: sono identici alle stelle di uguale luminosità, tranne che per l'assenza di anelli di Airy.

## **Stelle artificiali per collimare i telescopi**

Usando delle palline di acciaio di 5 mm di diametro a 50 metri di distanza, nel caso di cielo sereno, con cielo azzurro, l'immagine sulla sfera riflettente del Sole ha dimensioni  $2.5/100$  mm, cioè  $R/100$ , dove  $R$  è il raggio della sferetta e  $\theta \sim 1/100$  è l'angolo in radianti sotto cui si vede il Sole da Terra.



*Fig. 2 La dimensione dell'immagine del Sole sulla sferetta di acciaio.*

Nel caso di cielo nuvoloso, la luce del Sole è sparpagliata su tutto il cielo, e la sferetta riflette il cielo su tutta la sua superficie, dunque l'immagine luminosa è larga 5mm.

Nel caso con Sole l'immagine vista da 50m sottende un angolo di  $\theta \sim 2.5/100/50000 \text{ rad} = 0.1''$ , mentre con le nubi  $\theta \sim 5/50000 \text{ rad} = 20''$ . Così abbiamo una sorgente puntiforme quasi stellare, la "stella artificiale", che mostra la sua PSF ed una estesa di tipo planetario, con  $\theta \sim 20''$ , senza gli anelli di diffrazione. La collimazione dei telescopi stelle artificiali sfrutta la simmetria delle figure di diffrazione.

## **Conclusioni**

L'osservazione degli anelli di diffrazione da sorgente puntiforme attraverso un obbiettivo di diametro dato è un'esperienza di ottica ondulatoria cruciale in Astronomia. Urano, Nettuno e i satelliti Galileiani e Titano non li mostrano per la loro dimensione angolare rilevante, rispetto alle stelle.

# Indice

Costantino Sigismondi

*Gerbertus Musicus Rogatus a Pluribus*  
1

Erminia Maria Santi

*Conversazione su Gerberto e la Musica*  
9

Marek Otisk

*The Philosophical and Mathematical Context  
of two Gerbert's Musical Letters to Constantine*  
19

Costantino Sigismondi

*Problemi e di Fisica e Astronomia  
ed il metodo di Gerberto docente*  
39

Ciro Serpico

*La matematica cenerentola OCSE*  
65

Alessandro Scimia

*Gerberto e le fonti del diritto*  
69

Costantino Sigismondi

*Gerbertian paths for the Jubilee*  
83

Costantino Sigismondi

*Stelle e pianeti artificiali per esperimenti  
di ottica ondulatoria al telescopio*  
91