

## **Energia di un sisma e oscillazioni di un pendolo**

Costantino Sigismondi (*ICRA/Sapienza e IIS G. Ferraris, Roma*)

Francesco Luigi Petracca (*IIS G. Ferraris, Roma*)

### **Abstract**

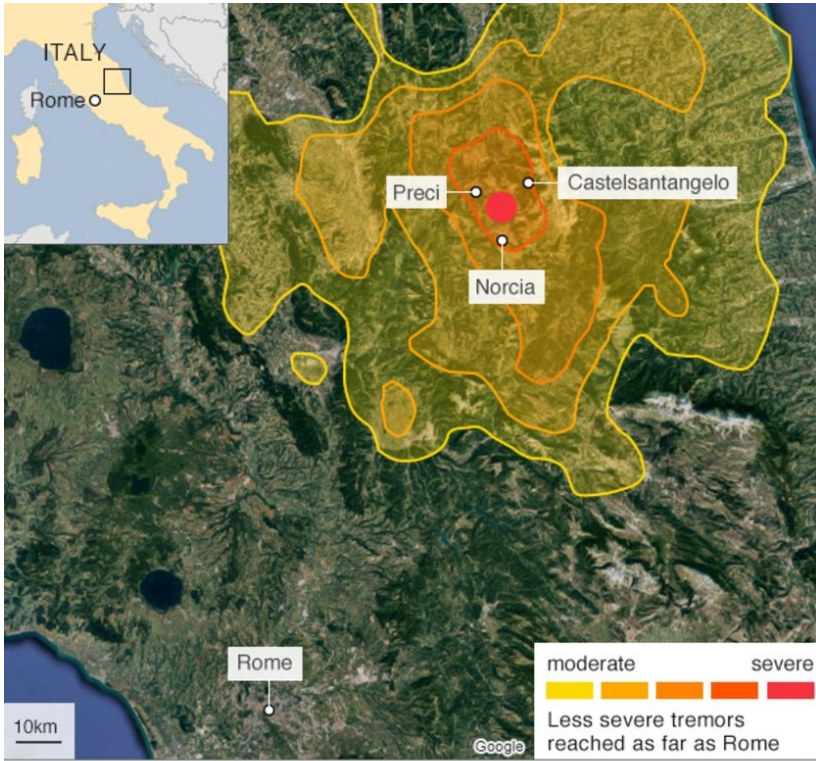
The energy released from an earthquake is related to the amplitude of the oscillations of the ground at a given distance from the epicenter. The measurements of chandelier's oscillations in Rome, for the L'Aquila 2009 and Amatrice and Norcia 2016 quakes, are used to obtain their magnitudes.

### **Sommario**

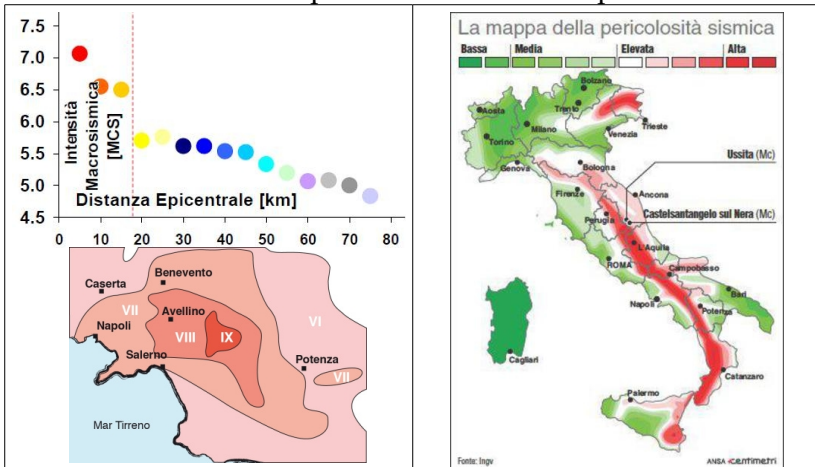
L'energia rilasciata da un terremoto a grande distanza si manifesta con oscillazioni misurabili da un pendolo (lampadario) e dirette verso l'epicentro. Le ampiezze delle scosse del 2009 L'Aquila e del 2016 Amatrice e Norcia, misurate a Roma, sono ben correlate con l'energia di quei sismi.

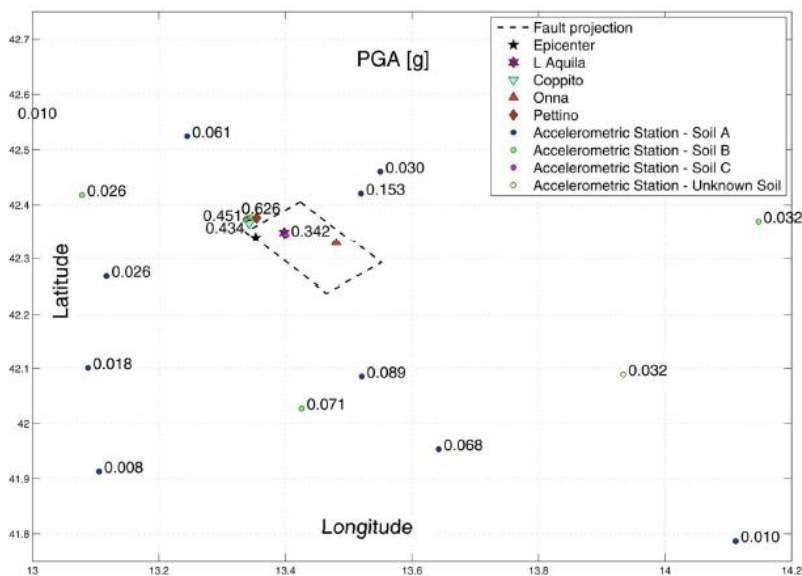
### **L'opera di Mercalli, intensità e direzione delle onde sismiche**

Lo studio dei terremoti in Italia ha visto come pioniere il padre Giuseppe Mercalli, direttore dell'Osservatorio Vesuviano. Appassionato vulcanologo, con un destino simile a Plinio il Vecchio che morì osservando l'eruzione del 79 d.C., Mercalli coordinò un lavoro di ricerca bibliografica sui terremoti storici e i danni rilevati al fine di individuarne gli epicentri ed ottenere poi la prima carta sismica d'Italia: «un terremoto accadrà dove è già accaduto» fu la conclusione del suo lavoro. La scala di danni da lui messa a punto individuava le linee iso-sismiche (alcuni punti di esse); assumendo una simmetria sferica nella propagazione delle onde e nella diminuzione della loro intensità, con tre iso-punti poteva ricavare un epicentro, centro del corrispondente circumcentro. Più punti consentivano di trovare, a tre a tre, più circumcentri ed avere una nuvola statistica per ogni epicentro sismico. La diversa risposta al sisma di terreni rocciosi o alluvionali è il limite di questa ipotesi. **Esercizio:** ricavare geometricamente il circumcentro scegliendo 3 serie di 3 «iso-punti» dalla mappa del terremoto di Norcia, determinare l'errore statistico in km.



## Danni in scala Mercalli per il terremoto dell'Irpinia 23/XI/1980.





Accelerazione massima al suolo (PGA) durante lo scuotimento sismico: ogni tacca corrisponde ad 11 km. Onde di frequenza 2 Hz e  $PGA=0.1$  g significa avere una spinta a destra e poi una a sinistra dopo mezzo secondo pari al 10% del nostro peso. Si capisce l'effetto distruttivo all'epicentro su strutture non antisismiche. A distanza di vari chilometri le oscillazioni si irradiano dall'epicentro, annullando gli effetti di campo vicino.



Le frequenze delle onde sismiche si possono accoppiare con le

frequenze proprie degli edifici o di loro parti e farli crollare prima (come fu per la scuola di S. Giuliano di Puglia, il cui tetto era stato ristrutturato in cemento armato e oscillò in antifase col resto, nel sisma del 31 ottobre 2002, o come è accaduto al corpo della basilica di S. Benedetto a Norcia il 30 ottobre 2016: questo avrebbe distrutto anche la facciata se l'onda fosse arrivata perpendicolare ad essa); stella=epicentro.

**Esercizio:** valutare la direzione più probabile di caduta di una libreria o del suo contenuto, ed il suo orientamento rispetto alle direttrici con le zone ad alto rischio sismico più vicine.

Trova la direzione del Sud con quella del Sole alle 12:10 solari.

### **Il comportamento di un pendolo durante un sisma**

Il piano di oscillazione di un pendolo ideale è costante nel tempo: su questo si basa l'esperimento di Foucault al Pantheon di Parigi per provare la rotazione terrestre. I pendoli reali, come un lampadario di casa o un semplice peso attaccato ad una corda, vanno rapidamente in regime caotico descrivendo delle ellissi nello spazio, e l'ampiezza delle oscillazioni si smorza piuttosto rapidamente. Le prime oscillazioni seguono la direzione di provenienza dell'onda sismica. Occorre osservare subito le oscillazioni per determinare la direzione di provenienza e la loro ampiezza. Di seguito la tabella da Roma, Monteverde (fondo roccioso, tufo) degli ultimi sismi osservati.

| Sisma (dati EMSC)       | Intensità              | Ampiezza | Distanza epicentro   |
|-------------------------|------------------------|----------|----------------------|
| L'Aquila 6/4/09 01:32UT | 6.3M <sub>w</sub> /5.8 | 5±0.5 cm | 83 Km/ EMSC?id=      |
| Amatrice 24/8/16 1:32UT | 6.2 M                  | 6±1 cm   | 108 Km <b>525580</b> |
| Amatrice 24/8/16 2:39UT | 5.5 M                  | 1 cmPf   | 112 Km <b>525605</b> |
| Norcia 26/X/16 19:18UT  | 6.1 M                  | 6±1 cm   | 129 Km <b>539727</b> |
| Norcia 26/X/16 20:04 UT | 3.4 M                  | 0 cmPf   | 137 Km <b>539677</b> |
| Norcia 30/X/16 6:40 UT  | 6.5 M                  | 5±0.5 cm | 294*Km <b>540796</b> |

\*Il sisma più forte è stato osservato da Padova, in pianura padana, alluvionale, dove le onde risultano amplificate, gli altri tutti dalla stessa sala e con lo stesso lampadario.

Nel sisma dell'Aquila il lampadario fornì immediatamente l'indicazione che le onde non arrivavano dai vicini Colli Albani (40 Km a Sud Est) ma da oltre 90° in direzione dell'Aquila. L'ampiezza delle oscillazioni testimoniava che si trattava del disastro paventato da molti durante il lungo sciame sismico che lo aveva preceduto. Per Amatrice e Norcia ancora una volta la direzione di oscillazione permise di riconoscere la zona e intuire la gravità. **Esercizio:** se le onde sismiche viaggiano tra 2 e 8 km/s valutare l'istante di arrivo a Padova a 300 km dall'epicentro del sisma di Norcia del 30X h 7:40:18. L'ampiezza delle oscillazioni alle 7:45 era di 2 cm e alle 7:47 di 0.5 cm: valutare l'ampiezza all'arrivo dell'onda. Disegna l'andamento delle oscillazioni di un lampadario col tempo.

### **Ampiezza delle oscillazioni e distanza dall'epicentro**

Assumendo l'impulso sismico come un'onda che si propaga circolarmente a partire dall'epicentro e di durata tale che l'onda percorra la distanza  $d$ , l'energia rilasciata dal sisma nel cerchietto di raggio  $d$  si sparpaglia sulla corona circolare di raggio  $r$  e spessore  $d$ . Dunque l'intensità è  $I = E_o / (2\pi r * d)$ .

L'energia delle oscillazioni ampie  $A$  è  $E_o = \frac{1}{2} k A^2$ , l'ampiezza  $A^2(r)$  è proporzionale ad  $I$ , così  $A^2 \sim 1/r$ , da cui  $A(r) \sim 1/\sqrt{r}$ . L'onda di superficie, detta anche onde di Rayleigh, ha un fronte cilindrico ed un'ampiezza decrescente con l'inverso della radice della distanza. L'energia del terremoto sarà proporzionale al prodotto  $I * (2\pi r * d)$ , e assumendo  $d$  costante, otteniamo i seguenti valori di  $A^2 * (2\pi r * d)$ .

| E/d Aquila       | Amatrice I        | Amatrice II       | Amatrice III  | Norcia I          | Norcia II         |
|------------------|-------------------|-------------------|---------------|-------------------|-------------------|
| 2075             | 3888              | 117               | 0 (*Pf)       | 4644              | 7350              |
| $M_L = 5.8$ ref. | $M_{calc} = 6.07$ | $M_{calc} = 4.55$ | Non calcolata | $M_{calc} = 6.15$ | $M_{calc} = 6.35$ |

L'energia dei terremoti nella scala Richter è ottenuta calcolando il logaritmo del rapporto con un terremoto campione, quello dell'Aquila di  $M_L=5.8$ . I dati ottenuti sono in buon accordo con quelli pubblicati da EMCS in tabella 1. L'errore di misura tipico di 0.5 cm applicato alla misura di Padova porta la Magnitudo calcolata  $M_{calc}=6.35\pm 0.10$  a ricomprendere il valore  $M=6.5$  pubblicato da EMCS, confermando la bontà del metodo. Il terremoto di Norcia di 6.5 risulta così 4 volte più intenso di quello dell'Aquila, anche se le oscillazioni in questo caso sono state rilevate su terreno alluvionale ed in un edificio diverso. Nonostante gli errori di misura siano abbastanza grandi, a causa della natura improvvisa degli eventi, gli ordini di grandezza in gioco sono centrati, salvo il terremoto di Amatrice II da  $M=5.5$  con  $1\pm 0.5$  cm di oscillazione, che da'  $M_{calc}=4.6\pm 0.3$ , una magnitudo al di sotto di EMCS. **Esercizio:** ricavare le magnitudo dei terremoti osservati nei casi del mass/minimale dell'oscillazione rilevata.

### **Frequenze tipiche di un sisma**

Oltre all'ampiezza e all'accelerazione di picco a terra (PGA) la frequenza delle onde sismiche, quando si accoppia con la frequenza propria degli edifici, determina i danni. Vicino all'epicentro le onde sono a lungo periodo 2-5 s e lontano si registrano frequenze da 30 Hz (fondi rocciosi, rigidi) a 1 Hz (fondi soffici, con effetti del sisma più disastrosi).

### **L'inerzia e gli effetti delle onde sismiche a grande distanza**

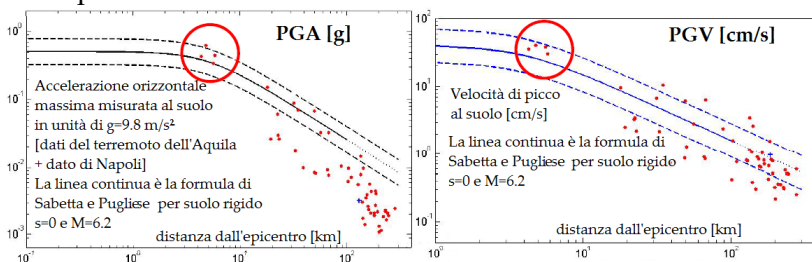
Le due misure con Pf indicano che è stato avvertito uno scricchiolio del pianoforte a coda, e per il sisma di 5.5 anche un'oscillazione del lampadario. La scala Richter era inizialmente stabilita come il logaritmo dell'ampiezza dell'oscillazione di un sismometro standard a 100 km dall'epicentro:  $A=1\mu m$   $M=0$ ;  $A=1mm$   $M=3$ .  $M=\log A[\mu m]$ .<sup>1</sup> Il

---

1 Questa equazione che introduce i logaritmi nella formula prevederebbe

sisma di  $M=3.4$  è stato rilevato solo dallo scricchiolio del pianoforte a coda e nessun movimento percepibile del lampadario. Lo scricchiolio è avvenuto nell'istante di arrivo dell'onda a Roma, tempo misurato con l'orologio campione dell'INRIM online, e questo fatto consente di dire che il terremoto è stato registrato.

L'inerzia di un pianoforte di 2 quintali e mezzo è tale che la scossa anche minima, con  $PGA=0.001$  g, produce per un istante una forza equivalente da un peso di 250 g, la minima a poter far scricchiolare il pianoforte. La scossa di  $M=5.5$  pure fu percepita con lo scricchiolio, ma anche un'oscillazione del lampadario di  $1\pm 0.5$  cm attorno al punto di equilibrio era visibile. Due magnitudini di meno  $M=3.4$  significa  $1/10$  di mm di oscillazione, inapprezzabile alla vista. **Esercizio:** dalla formula di Sabetta e Pugliese (1996)  $\log(a_{\max})=-1.562+0.306M-\log(\sqrt{(d^2+5.8^2)}+0.169s)$ , con  $s=0$  per suoli rigidi e  $s=1$  per suoli deformabili,  $d$  distanza dall'epicentro in km e  $a$  in unità g, ricavare l'accelerazione di picco a terra a 100 km di distanza dall'epicentro di un sisma di  $M=7$ .



**Esercizio:** con oscillazioni  $x=\sin(x*\sqrt{K/m})$  come da forza elastica  $F=Kx$ , calcolare la velocità e l'accelerazione derivando rispettivamente una e due volte la formula per le oscillazioni. Confrontando l'accelerazione massima con quella della formula di Sabetta e Pugliese (1996), valutare l'ampiezza

---

un'oscillazione di 1 metro per la magnitudo 6.

massima delle oscillazioni a 100 km di distanza per lo stesso sisma di  $M=7$ . **Esercizio:** Il Colosseo, simbolo di Roma, è privo del semicerchio Sud esterno alto 50 m, crollato nel terremoto di  $M=7$  del 1348 con epicentro a 70 Km da Roma, valutare la PGA che lo ha distrutto con la formula di Sabetta e Pugliese con  $s=1$ , e per il lato Nord, con  $s=0$  (roccia), ancora intatto e tamponato con i due speroni Stern (1807) su ordine di Pio VII.

### **Concetti di sismografo e sismoscopio**

Un **sismografo** deve essere indipendente dalla terra di cui deve misurare le oscillazioni nelle tre direzioni spaziali.

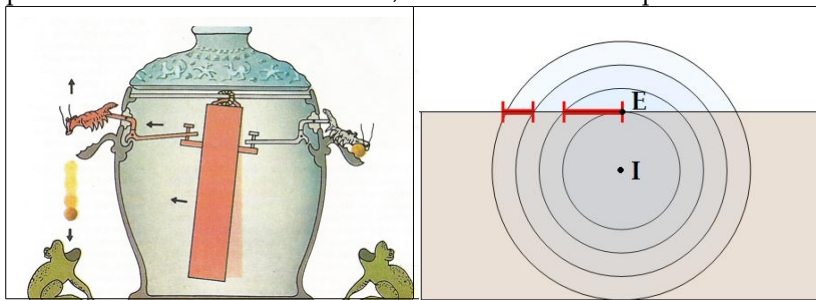
Le scosse hanno una frequenza caratteristica, l'ampiezza delle oscillazioni del pendolo al termine della sequenza sismica (qualche minuto, eccetto casi clamorosi come il terremoto di Lisbona del 1755 dove furono 6 minuti) può non rappresentare bene l'energia rilasciata del sisma, per l'accoppiamento tra la frequenza propria del pendolo e le frequenze del terremoto.

Il periodo di oscillazione è  $T=2\pi\sqrt{(\ell/g)}$ ; più il pendolo è lungo maggiore è il periodo. Con  $\ell=1\text{m}$  il pendolo oscilla (da un estremo all'altro e ritorno) in 2s. Se una scossa sismica con periodo 2s, ovvero frequenza 0.5 Hz agisce su quel pendolo agisce in fase, cioè ad ogni periodo dà una spintarella proprio come si fa su un'altalena, e l'ampiezza cresce di volta in volta.

Se la scossa invece avviene con frequenza diversa da quella propria del pendolo, il pendolo corto (dal comportamento rigido, come avesse meno inerzia) tende a seguire il suo supporto e non mostra oscillazioni all'osservatore e alla carta scorrevole e solidale col supporto su cui scrive il pennino del sismografo attaccato al pendolo, mentre il pendolo lungo tende a restare fermo rispetto al supporto e il pennino lascia la traccia sismica sulla carta. Si fecero pendoli  $>100\text{ kg}$  di  $\ell=30\text{ m}$ .

Per individuare il punto dell'orizzonte da cui arriva l'onda sismica si usavano i **sismoscopi**, basati sempre sull'idea dell'inerzia: una palla in bilico veniva spostata dall'equilibrio al passaggio dell'onda e la direzione di caduta era quella di provenienza. Sotto: il sismoscopio cinese di Chang Heng (130 d.C.): dà la direzione senza essere

presenti al momento della scossa, dalla rana che ha la palla in bocca.



### Velocità delle onde allontanandosi dall'epicentro

Seguendo il metodo di Sebach (Tuccimei, 1912) le onde concentriche equispaziate rappresentano i picchi delle oscillazioni sismiche che partono dall'ipocentro I. Sulla sua verticale E, l'epicentro le oscillazioni sono solo verticali e l'intersezione con la superficie terrestre dei picchi delle onde avviene ad intervalli di spazio via via minori, per cui la velocità delle onde di superficie si riduce.

### Periodo Proprio delle Strutture – Risonanza

Anche il suolo soggetto a sisma è caratterizzato da un periodo di vibrazione dominante. Il problema nasce in risonanza quando i periodi fondamentali della struttura e del suolo sono molto simili.

### Azione Sismica

Accelerazione sismica verticale **agv** (es. persona in piedi in ascensore che parte o si ferma) nasce una forza verticale  **$F = -m \cdot agv$**  che fa “aumentare” o “diminuire” il peso. Accelerazione sismica orizzontale **agh** (es. persona in piedi in un bus che parte o frena improvvisamente) nasce una forza orizzontale  **$F = -m \cdot agh$**  che può far cadere la persona. **Azione Sismica Forze d'inerzia  $F = m \cdot a$**

Il movimento del terreno può quindi danneggiare un edificio a causa di forze d'inerzia che nascono per effetto della vibrazione della massa dell'edificio stesso. La massa dell'edificio determina l'entità di queste forze. La massa è una caratteristica dell'edificio (dipende dal materiale utilizzato, dalla forma strutturale, dalla sua configurazione) e poiché la forza è proporzionale alla massa, l'aumento della massa generalmente provoca un aumento della forza.

## **Periodo Proprio delle Strutture**

Il periodo proprio di una struttura è il tempo impiegato dalla struttura stessa per compiere un'intera oscillazione, causata da una perturbazione iniziale. **Casi limite:** pendolo corto=più rigido=struttura con meno massa. Pendolo lungo, meno rigido.

## **Conclusioni**

Lo studio delle onde sismiche qui presentato ha riguardato eventi sismici con epicentro tra 83 e 294 km e magnitudo da  $ML=5.8$  a  $ML=6.5$  per i maggiori, includendo due eventi minori di  $ML=5.5$  ed  $ML=3.4$  rilevati da uno scricchiolio del pianoforte a coda, su cui ha agito una lievissima accelerazione laterale dovuta al passaggio dell'onda sismica. Si tratta dunque di osservazione di onde a grande distanza dall'epicentro. Un pendolo semplice permette di individuare con precisione e al momento del sisma la direzione di provenienza delle onde sismiche. L'ampiezza di oscillazione del pendolo è collegata all'energia del terremoto dal prodotto del suo quadrato con la distanza dall'epicentro. L'ampiezza di oscillazione del pendolo è proporzionale all'ampiezza del fronte delle onde sismiche di superficie, che in orizzontale è almeno del 50% superiore alle oscillazioni rispetto alla verticale. I dati dal 2009 al 2016 mostrano una buona correlazione con le magnitudo pubblicate, una volta nota 'r' distanza epicentrale, confermando bene la legge dell'ampiezza del fronte d'onda cilindrico  $A(r) \sim 1/\sqrt{r}$ .

## **Referenze**

- G. Panza, Lezioni Lincee 2012; «onde sismiche» Treccani online
- I. Iervolino, Il terremoto dell'Aquila, 2010
- G. Spirito, Le Iscrizioni del Laterano, 2001 (crollò nell'849 e nel 1348)
- R. Funicello et al., I Sette Colli, Guida Geologica di Roma, 2006
- F.C. Ponzo, R. Di Tommaso, Sismologia, dispense Univ. Basilicata
- Sito EMCS «search earthquakes» per i dettagli di ciascun sisma
- G. Tuccimei, Elementi di Geologia e Geografia Fisica, D. Alighieri MI, 1912.
- J. Needham, L. Gwei-Djen, J. H. Combridge, J. S. Major, The hall of heavenly records, Korean instruments and clocks 1380-1780, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.