

Misura del raggio della Terra con un orologio a cronometro

Michael Richmond ()

Versione 23 dicembre 2015

tradotto e annotato da

C. Sigismondi (*ICRA/Sapienza e ITIS Ferraris, Roma*)

È possibile misurare il raggio della Terra con un solo orologio a cronometro?¹ La risposta sarà solo approssimata,² ma ciò è

¹ L'uso del cronometro è molto istruttivo, ma il cronometro manuale sportivo è purtroppo in disuso, molto più facile è che uno studente, a cui questo articolo è destinato, abbia con sé lo smartphone. A quel punto piuttosto che il cronometro consiglio di attivare il video. Anche in modalità VGA (30 frames per secondo) il video consente di selezionare i fotogrammi in cui il lembo del Sole compare per la prima volta o sparisce con una precisione di un singolo fotogramma. Col video VGA e con programmi di lettura video ordinari (da computer) riesco a vedere 15 fotogrammi nello spazio di un secondo di tempo. Svolgendo questa analisi al telefonino, con la tecnica del doppio click rapido, riesco a far avanzare e fermare il video in modo da vedere 6/7 frames in un singolo secondo di tempo. Quindi la precisione che si può raggiungere col video parte da 1/7 di secondo ossia da circa 0.14 s, nella determinazione dell'istante di sparizione. L'altro punto da tenere sotto controllo è l'altezza sul livello del mare del telefonino, che farà le veci del nostro occhio. Per questo conviene predisporre in anticipo due postazioni fisse, una "in piedi" e l'altra "sdraiata" dove si collocherà lo smartphone nella sequenza temporale raccomandata dall'autore. Avendo a disposizione l'orizzonte marino del Tirreno da Ostia noi studieremo il tramonto del Sole. D'inverno dal pontile di Ostia sono possibili due postazioni "comode": al suolo e ad un metro da terra, ma conviene predisporre qualcosa a 2 metri, con una precisione della posizione dell'obiettivo della telecamera ± 5 mm per aumentare l'intervallo di tempo tra le due sparizioni.

² Nelle annotazioni mostro le strategie per affinare questo esperimento: una precisione relativa di $0.5/2000=1/4000$ per quanto riguarda l'altezza sul livello del mare. Non teniamo conto della marea, che a Ostia può avere

meglio che niente.

L'idea di base è utilizzare un tramonto/levata del Sole o della Luna in un modo particolare:

escursioni fino a 30 cm nei giorni di Luna piena/nuova equinoziali, tuttavia in senso assoluto la quota sul livello del mare conta nel determinare l'istante di sparizione del Sole: se il mare si avvicina a noi che stiamo sul pontile (alta marea) anche l'orizzonte si alza un pochetto, e l'istante di sparizione finale del Sole anticipa rispetto ad una situazione opposta (bassa marea). Di quanto? Anche questo può essere calcolato con un modello sferico basato sul teorema di Pitagora. Riguarda alla precisione sul tempo un settimo di secondo su dieci secondi, dà una precisione relativa di 1/70. Vedendo il video al Computer e spostando di un fotogramma alla volta, la precisione raggiungibile è di 1/15 s, fino a 1/30 s nella modalità HD (60 fps, che corrispondono a 30 fotogrammi al secondo effettivi). Ci sono anche modalità più potenti fino a 200 fps, che non hanno tutti i modelli di telefonino, in tal caso la precisione scende a 1/100 s. La precisione relativa su un intervallo di tempo di 10 s (lievemente sottostimato dal dato pubblicato da Michael Richmond) varia tra 1/150-1/300 con qualunque telefonino, fino a 1/1000 con i 200 fps. La combinazione delle due incertezze attese nel calcolo (fatto con il corretto modello della Terra) è dunque la somma delle due incertezze (argomento della propagazione degli errori... che qui semplifico brutalmente, ma senza fare grossi danni) e si vede che $1/2000+1/150$ vale circa 1/150. Matematicamente con il minimo comune multiplo la somma vale $2150/300000=7.17\cdot 10^{-2}$, mentre $1/150=6.67\cdot 10^{-2}$, ma dal punto di vista fisico la differenza di $4\cdot 10^{-3}$ sposta poco rispetto a $7\cdot 10^{-2}$, incide come 4 su 70, perciò ho affermato che $1/2000+1/150$ vale circa 1/150. Tradotto in km sul raggio terrestre, dal valore di 6378 km l'errore relativo di $7.17\cdot 10^{-2}$ è pari a 45.7 km. Se vogliamo ottenere una precisione paragonabile a quella dell'esperimento di Eratostene tra Syene (Assuan) ed Alessandria d'Egitto dobbiamo usare un video. L'incertezza che avrebbe la misura fatta col cronometro non potrebbe essere migliore di $\frac{1}{4}$ di secondo, e su 10 secondi diventa 1/40, che sul raggio terrestre diventa $6378/40=160$ km, che è compatibile con quella inviata da tanushree e pubblicata da Richmond.

Per una levata

1. stare in piedi davanti all'orizzonte Est
2. appena vedi il lembo superiore del Sole (Luna) che appare sopra l'orizzonte fai partire il cronometro
3. stenditi a terra velocemente
4. continua a guardare l'orizzonte Est. Il Sole (Luna) dovrebbe essere sparito -per un breve tempo- sotto l'orizzonte.
5. Come il lembo superiore del Sole (Luna) riappare, ferma il cronometro

Per un tramonto

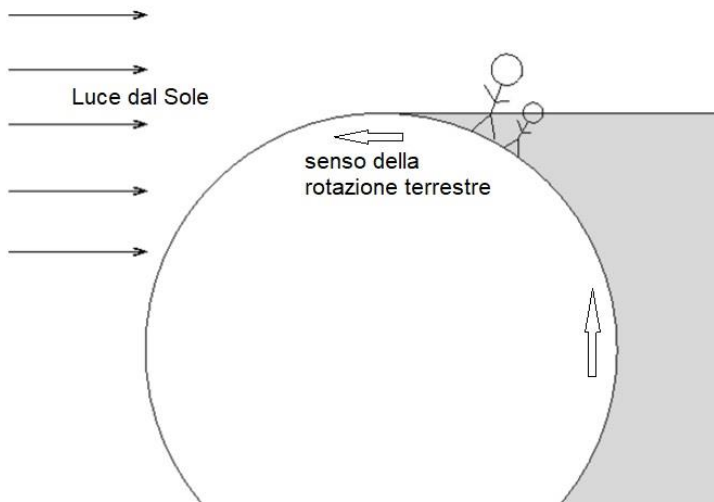
1. sdraiati a terra e guarda l'orizzonte Ovest
2. Appena vedi il lembo superiore del Sole (Luna) sparire sotto l'orizzonte fai partire il cronometro
3. Alzati in piedi velocemente
4. Continua ad osservare l'orizzonte Ovest, dove il Sole (Luna) riappare brevemente
5. Appena sparisce di nuovo il lembo superiore ferma il cronometro

Il tempo che è impiegato per Sole o la Luna a riapparire/sparire è legato all'angolo del quale la Terra ha ruotato su se stessa tra le due sparizioni (apparizioni).

Se puoi misurare accuratamente il tempo, puoi calcolare l'angolo precisamente, con la seguente proporzione:

tempo tra le due sparizioni : al giorno intero=angolo : 360°

Grande Sam e piccolo sam sono in piedi aspettando il sorgere del Sole; chi lo vedrà prima (fig. 1)?



http://spiff.rit.edu/classes/phys230/extra/earth_radius/earth_rad.html

Il Grande Sam vedrà il Sole sorgere prima perché la sua testa uscirà dall'ombra della Terra prima, il piccolo sam dovrà aspettare che la Terra ruoti un po' di più perché la sua testa esca dall'ombra.

Esattamente lo stesso effetto accade quando osservi una levata: ci sarà un momento particolare quando vedrai apparire il Sole. Se rapidamente ti sdrai, così che la tua testa sia effettivamente a livello del suolo, allora la Terra dovrà ruotare un altro poco per portarti nella luce.

Se conosci questo angolo θ , e conosci la tua altezza H , puoi usare della semplice trigonometria per calcolare il raggio della Terra R .

Provalo.

Se avrai la possibilità fai questo esperimento più volte in differenti occasioni.³ Come i risultati sono in accordo tra loro?⁴

La risposta dipende dalla tua latitudine? Tutti i diagrammi che ho disegnato sono riferiti ad un osservatore all'equatore. Ciò

³ Nel tramonto a Ostia del 14 dicembre 2019 (si veda il canale youtube di Costantino Sigismondi) e anche in quello da Roma, visto insieme, dell'11 dicembre 2019, l'ultimo lembo di Sole è stato visibile solo al telescopio, poiché il velo di nubi ne accoglieva la luce rendendo impossibile distinguere ad occhio nudo l'evento di tipo ON/OFF della sparizione della luce. In questo caso occorrono due postazioni fisse con telescopio, e una singola persona, a meno di un puntamento molto veloce non riesce a includere nel video anche la seconda sparizione.

⁴ Nella nota 2 abbiamo valutato a priori l'incertezza di misura, sulla base di calcoli. È possibile che qualche fattore che influisca sul risultato di un esperimento non sia stato considerato nei calcoli; la maniera migliore di includerlo è allora fare più volte l'esperimento e vedere come i risultati si presentano. In Fisica questo serve anche a controllare il modello che abbiamo del fenomeno che stiamo studiando. Se i dati vanno in accordo col modello, significa che il modello spiega bene il fenomeno, se i dati se ne discostano significa due cose: o che il modello è sbagliato e va cambiato, oppure che i dati sono soggetti ad errori di misura da eliminare, o entrambe le cose insieme. Questo modo di procedere in Fisica è la peculiarità del metodo scientifico. Un modello è sempre messo alla prova dai dati sperimentali, e questi devono essere presi nel miglior modo possibile. Le parole di Harlow Shapley (1885-1972), astronomo che nel XX secolo studiò la struttura della nostra Galassia, sono esemplificative: “Le Teorie vanno e vengono, una buona osservazione resta per sempre”. Questa citazione me la riferì, a Yale, Dorrit Hoffleit (1907-2007) che aveva lavorato con Shapley ad Harvard, quando lavoravo lì nel 2000-2002. Su internet troviamo delle citazioni, anche umoristiche, di Shapley, quella più vicina sembra la seguente: “nessuno si fida dei modelli, eccetto chi li ha concepiti, e tutti si fidano delle osservazioni, eccetto chi le ha fatte”. Benvenuti nell'affascinante mondo della Fisica, e... a buon intenditor, poche parole...

influisce?⁵

Accolgo volentieri i reports da chiunque abbia fatto questo esperimento. Per favore spedisci i tuoi risultati a mwrsp@rit.edu e li includerò in una versione aggiornata di questa pagina.

Per un'altezza di 165 cm è stato preso un tempo di 10 s, con raggio terrestre pari a 6200 km.

⁵ La latitudine del luogo è uno dei dati che occorre inserire nella pagina web di calcolo dell'inclinazione della traiettoria del Sole rispetto ad una linea parallela all'orizzonte. Sappiamo bene che al momento del transito meridiano il Sole “si muove” parallelamente all'orizzonte. Poco prima sale, e poco dopo scende, sempre continuando il suo moto diurno da Est verso Ovest. Se al momento del passaggio meridiano del giorno 14 dicembre, quando il Sole appare a 24.926° sull'orizzonte di S. Maria degli Angeli a Roma, ci spostassimo 25° più a Nord, alla latitudine $41^\circ 54' 11'' + 25^\circ =$ quasi 67° che cosa vedremmo? Il Sole che si muove radente all'orizzonte. Quanto tempo impiegherebbe a tramontare? Diversi minuti...perché la traiettoria è quasi parallela all'orizzonte. Pensate che nelle regioni polari il tramonto e la fase crepuscolare può durare anche un mese attorno agli equinozi. Dunque senz'altro bisognerà tenere conto della latitudine... ma non lo faccio prima di avere dati miei in mano. Fin'ora ho solo misurato le durate dei tramonti dal contatto del lembo inferiore alla sparizione di quello superiore. In qualche video riferisco quando lo vedo sparire io circa 40 cm più in alto della videocamera, ma ora faremo l'esperimento per bene.

Le eccezioni a questo modello geometrico, a causa delle differenti condizioni di rifrazione, sono molteplici, e discusse nell'articolo sulla rifrazione a $47'$ sotto l'orizzonte di Ostia.