

La penombra nell'eclissi lunare e la Limb Darkening Function del Sole

Costantino Sigismondi

(ICRA/Sapienza and ITIS Ferraris, Roma)

Presentato al XXVI Convegno del G. A. D. Gruppo Astronomia Digitale, La Spezia, 2018

submitted December, 3 2018, accepted August, 31 2019

sigismondi@icra.it

Abstract The penumbral zone during a lunar eclipse is determined by the solar Limb Darkening Function convoluted with the Earth's profile. The convolution integral is presented and a graphical solution obtained exploiting the penumbral zone cast by the solar disk with its LDF and an infinite border, present in a photo realized in purpose.

Introduzione

Il bordo dell'ombra durante un'eclissi di Luna è sfumato, e l'estensione di questa sfumatura si percepisce per circa 1/5 del diametro lunare. Cosa determina la sfumatura vicino all'ombra dell'eclissi? L'ampiezza della penombra (dove, dalla Luna, si vede una parte del disco solare) corrisponde al diametro angolare dell'intera Luna e non solo ad una sua parte, poiché Sole e Luna, visti dalla Terra, hanno la stessa ampiezza angolare.

Metodi

Presa una foto dell'eclissi ci si muove perpendicolarmente all'ombra e l'intensità luminosa cresce prima seguendo una parabola con concavità verso l'alto e poi la crescita è lineare; proprio la parabola iniziale determina l'effetto sfumatura dal buio alla luce per cui l'ombra non ha bordo netto.

Benché l'albedo della superficie lunare non sia omogenea, l'effetto sfumatura è comunque evidente come in figura 1.

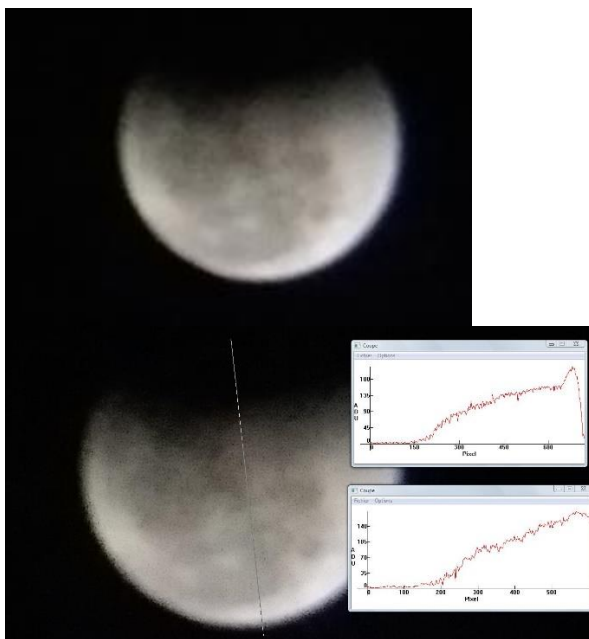


Figura 1. Eclissi di Luna del 28 luglio 2018 h 00:02:18: verso la fine della fase parziale. Istogrammi dell'intensità luminosa lungo linee perpendicolari al bordo dell'ombra fatti con IRIS.

Analogo della luce in eclissi:

La curvatura dell'ombra terrestre è quattro volte quella del disco lunare. L'ombra di un bordo rettilineo (curvatura infinita) approssima quella della Terra ed è realizzabile anche in casa fotografando il bordo di una finestra su uno schermo bianco; così abbiamo una soluzione “analogica” dell'integrale della funzione Limb Darkening (LDF) “pesata” con l'arco di Sole corrispondente e integrata su tutti i punti del disco solare visibile da un dato luogo della Luna.

Risultati

Ad una distanza di 1m 70 ho posto uno schermo bianco su cui era proiettata l'ombra. Ho preso una foto a fuoco e con buona risoluzione dell'inizio dell'ombra, che poi ho analizzato col software IRIS.

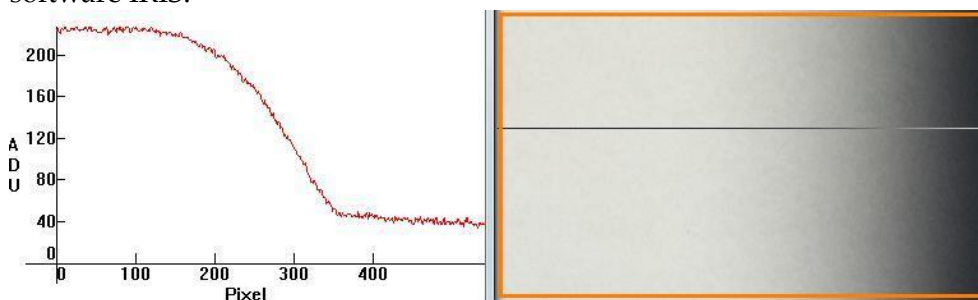


Figura 2. Istogramma e dettaglio dell'ombra del bordo di una finestra sullo schermo bianco.

Si ottiene così graficamente proprio il risultato dell'integrale della LDF pesata con l'arco.

$$2 \int_a^1 \left(LDF(x) = 0.16 + 0.84 \cdot \sqrt{1 - x^2} \right) \arcsen \left(\sqrt{x^2 - a^2} \right) dx$$

La figura 3 mostra questo integrale a partire da LDF e dalla lunghezza dell'arco passante per x.

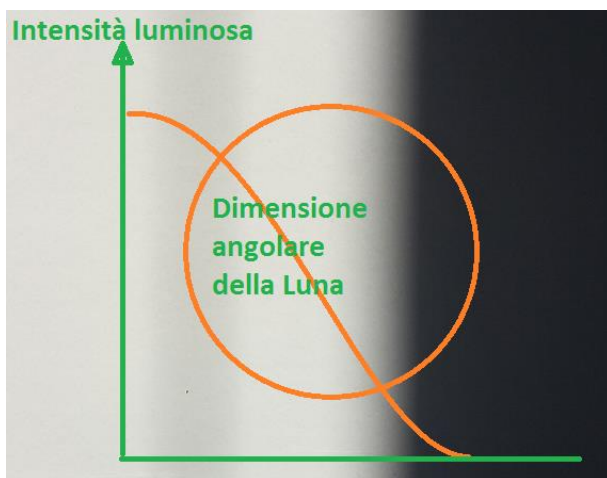
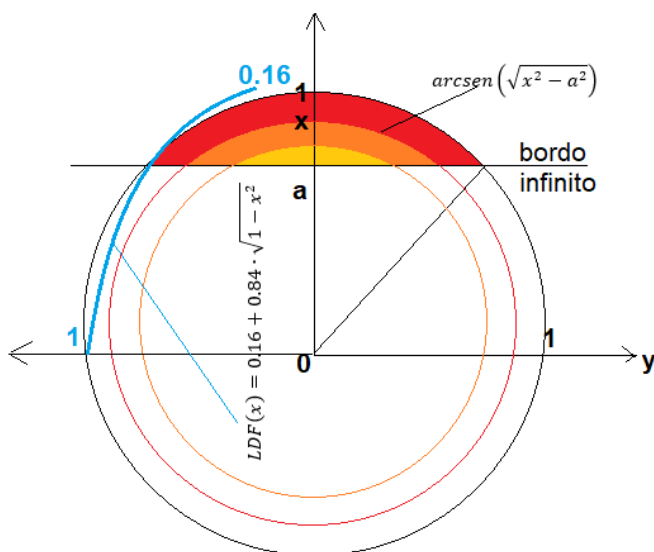


Figura 3. Sull'asse delle x è fissata la coordinata a dove sta il bordo infinito del corpo che produce l'ombra. Le sezioni di Sole colorate dal rosso cupo all'arancio, al giallo sono via via più centrali, in accordo con l'andamento della LDF (in blu, e a sinistra) che cresce dal 16% al bordo del Sole fino al 100% al centro del Sole. La funzione arcoseno dà la lunghezza dell'arco di cerchio che ha l'intensità

LDF(x). L'intensità di luce che arriva sullo schermo è data dai prodotti della LDF(x) per gli archi di cerchio corrispondenti, sommati per tutti i valori di x compresi tra a ed 1, da cui l'integrale qui sopra scritto. Nella parte destra insieme alla dimensione angolare della Luna sovrapposta alla foto del limite dell'ombra da bordo infinito, si riporta la curva di salita dell'intensità luminosa (l'integrale della LDF pesato con gli archi di cerchio di Sole). Si vede che la sfumatura dell'ombra corrisponde proprio alla parte dove l'integrale cresce parabolicamente.

Conclusioni

La soluzione analitica di questo integrale esiste solo nel caso di "Sole rettangolare" in cui il termine a moltiplicare la LDF è costante per tutti i valori di x. Anche una soluzione numerica dell'integrale con il bordo infinito avrebbe richiesto un programma di calcolo piuttosto complicato, mentre la soluzione analogica utilizzando la foto dell'ombra prodotta dal bordo di una finestra offre un risultato grafico immediato, nella parte sinistra della figura 2. Nel calcolo completo si dovrebbe considerare il bordo curvo della Terra, ma ciò non cambia qualitativamente i risultati ottenuti col bordo infinito, già in buon accordo con gli istogrammi della figura 1 fatti con IRIS [6].

Le eclissi lunari hanno ancora segreti da svelare: nessuno [1, 2 sono testi classici] aveva ancora parlato della relazione tra Limb Darkening Function del Sole e bordo dell'ombra nell'eclissi lunare.

Da Rogerson [5] ho preso la LDF adattato poi alle forme funzionali di Richmond [3] e Cowan [4].

Referenze

- [1] Couderc, Paul, *Les Éclipses*, Presses Univ. de France 1971, 100.
- [2] Espenak, F. <http://www.mreclipse.com/>
<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/LEcat5/appearance.html>
- [3] Richmond, M.,
<http://spiff.rit.edu/classes/phys440/lectures/limb/limb.html>
- [4] Cowan,
<https://www.pp.rhul.ac.uk/~cowan/astro/limbdark/ldcurves.jpg>
- [5] J. B. Rogerson Jr., *Astrophys. J.* 130, 985 (1959).
- [6] C. Buil <http://www.astrosurf.com/buil/iris-software.html>