

La rifrazione 47' sotto l'orizzonte di Ostia

Costantino Sigismondi

(ICRA/Sapienza e ITIS G. Ferraris, Roma sigismondi@icra.it)

Submitted September 13 2019, accepted August 31, 2020

Abstract

The depression of the horizon is determined by the sphericity of the Earth, and it is dependant on the height h above sea level. $\theta = \arctan(\sqrt{h/2R})$. The role of the refraction, which is about 33' at zero almucantar at complicates this model. The case of sea sunsets observed from Ostia, Lega Navale, from about 12 m above sea level is compared with ephemerides: they show a refraction of 41' to the airless upper solar limb at -47' almucantar.

Sommario

La depressione dell'orizzonte è un bell'esempio della sfericità della Terra, tuttavia l'angolo previsto $\theta = \arctan(\sqrt{h/2R})$ è influenzato dalla rifrazione atmosferica di 33' ad almucantar 0°. I casi di tramonti sul mare alla Lega Navale di Ostia, 12 metri slm sono confrontati con le effemeridi, e mostrano una rifrazione di 41' al lembo solare superiore ad almucantar -47'.

Introduzione

L'orizzonte marino si abbassa, rispetto ai 90° dallo zenith, per effetto del muoversi in avanti della tangente alla sfera terrestre con il sollevarsi dell'osservatore. Il mare segue la curvatura del geoide, che mediamente è pari a quella della Terra, una sfera di raggio 6378 km. A 12 m s.l.m. ci aspettiamo che l'orizzonte marino scenda di $\theta = \sqrt{h/2R} = 0.97 \cdot 10^{-3}$ rad, cioè $200'' = 3' 20''$ (1) sotto l'almucantar 0°. Precisiamo che l'almucantar resta fisso, mentre l'orizzonte marino scende se ci alziamo di h .

Dati di quattro tramonti

Sono dei giorni 11, 14, 18 marzo e 14 gen 2020, quando il Sole si è visto fino alla linea dell'orizzonte e il tramonto (sparisce il lembo sù) si è constatato con precisione, dalla webcam live.

Lembo sù @	11/3 -0.17°	14/3 -0.17°	18/3 -0.18°	14/1 -0.17°
sparizione	18:14:19.5	18:17:46.5	18:22:19±1	17:04:40

L'altezza del lembo superiore, all'istante della sparizione, è presa dalle effemeridi a 0 m slm di www.calsky.com con le coordinate della Lega Navale di Ostia: 41:43:09 N e 12:18:06 E.

Discussione: il ruolo della rifrazione atmosferica

La media dei dati osservati mostra che nelle condizioni meteo delle osservazioni, il lembo superiore del Sole spariva quando, in atmosfera standard e al livello del mare, la sua altezza sotto l'orizzonte visibile sarebbe stata di $h = -0.1725 \pm 0.005^\circ = -10' 20''$.

Poiché l'orizzonte reale è depresso a $\omega = -3' 20''$, il modello di atmosfera sotto l'orizzonte usato da calsky non rende ragione di quanto osservato, e cioè che il Sole appare $3' 20''$ più alto rispetto all'orizzonte marino.

Trascuriamo la rifrazione tra noi e l'orizzonte marino nel seguito, per semplicità, anche se sono 12,4 km di aria densa, perché sono oltre 400 km quelli percorsi dai raggi solari tangenti all'orizzonte marino dietro di esso nella troposfera.

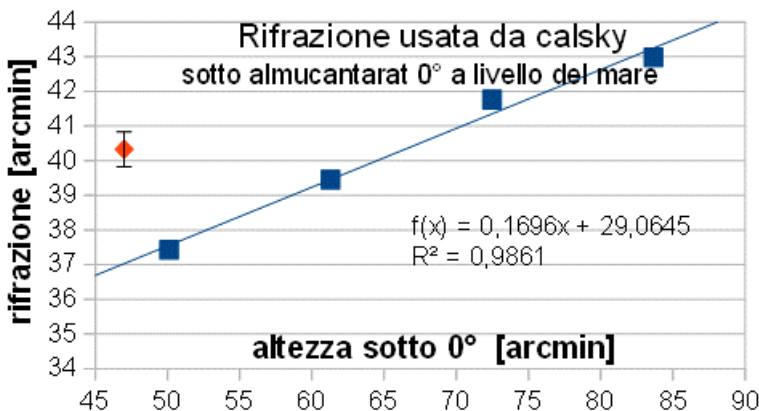


Fig. 1 Calsky adotta una rifrazione che cresce linearmente sotto l'orizzonte partendo da 29'. Duffett-Smith considera 34' ad almucantarato 0° (orizzonte a 0 m slm).

Noi sappiamo che il Sole quando è ad almucantarat $-47'$ è mediamente ancora visibile da 12 metri di quota sul livello del mare, dove l'orizzonte marino è sotto di $3' 20''$ rispetto ad almucantarat 0° . Quindi il Sole si trova $43' 40''$ sotto l'orizzonte marino. Questo è anche il valore della rifrazione che valutiamo per quell'almucantarat $-47'$.

Estrapolando questo nostro risultato a $-47'$ fino ad almucantarat 0° con la stessa pendenza adottata da Calsky ($0.1696''$) otteniamo $35'.7$.¹

Riprendiamo le effemeridi del lembo superiore alla sparizione:

Centro	11/3 -1.0451°	14/3 -1.0541°	18/3 -1.061°	14/1 -1.0491°
Lembo sù	-46'36" airless	-47'10"	-47'36"	-46'41"

A quel momento il lembo superiore era ad almucantarat $h \approx -47'$. L'orizzonte marino era a $\omega = -3'20''$ sotto quello geometrico (almucantarat 0°), così viene per l'almucantarat $-47'$ una rifrazione media di $q = 43'40'' \pm 30''$, dove Calsky prevede $37'$, cioè $6' 40''$ di meno.

Si noti che i dati airless sono dati geometrici, non dipendono dal modello particolare di atmosfera e rifrazione utilizzato.

Si noti ancora che l'almucantarat $-47'$ non è riferito all'orizzonte marino, ma a quello geometrico (a 90° dallo zenith astronomico, che possiamo considerare coincidente con la verticale del luogo).

La quota di 12 metri sul livello del mare non è sufficiente a generare una parallasse solare significativa (tutto il raggio terrestre darebbe circa $8''$ e quindi solo con queste dimensioni in gioco cambierebbe di poco l'almucantarat).

¹ L'andamento lineare, adottato da calsky, è una scelta semplificativa, che può non corrispondere all'andamento reale della rifrazione totale nei dintorni dell'orizzonte, dove sappiamo -per altro- che varia anche di $4'$ da un giorno all'altro in dipendenza del meteo lungo la linea di vista col Sole.

La formula di Gauss per la rifrazione in aria

Un raggio luminoso tra A e B non segue la retta AB, ma una *curva di rifrazione* che rivolge la sua concavità verso il basso, dove la densità dell'aria è maggiore (eccetto in casi di miraggi). Rispetto alla retta AB la curva parte con un angolo $\delta\phi = k\omega/2$ dove $k=0.1306^2$, e ω è l'angolo formato dalle verticali in A e B. A è il punto d'osservazione e B l'orizzonte marino, da cui $\omega=\theta$. Altri autori usano un k diverso, sia maggiore che minore.³ $\delta\phi=8''$ usando per $k=0.08$; dovrebbe essere la correzione per i 12.4 km tra la webcam e l'orizzonte marino. Tuttavia questo angolo solleva l'orizzonte e anche la luce solare che viene occultata da esso, quindi questo effetto non dovrebbe avere influenza sulla valutazione dell'indice di rifrazione fatta prima.

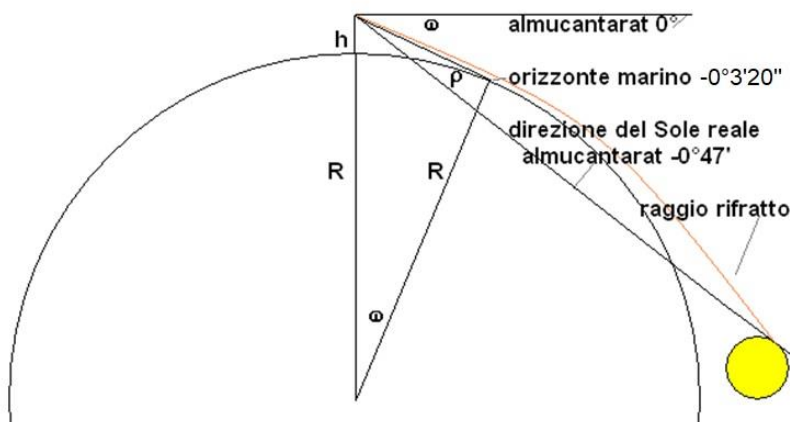


Fig. 2 il percorso del raggio rifratto, tangente all'orizzonte marino a 12.4 km dall'osservatore. L'orizzonte è sotto di ω allo almucantarato 0° , il raggio è rifratto di un angolo ρ dagli strati di atmosfera attraversati **dietro** l'orizzonte visibile.

Raggio della Terra da due timing dello stesso tramonto

²Così in G. Pigozzi, *Topografia*, R. Giusti, LI (1919) v.III Altimetria, p.14.

³D. Gaifillia, et al. *Geoscience & Geomatics* 4. 8-14 (2016) danno $k=0.08$

Si tratta di un esperimento didattico⁴ proposto sulla scala dell'altezza di una persona, disponendo dell'orizzonte marino. Sono stati fatti vari tentativi al mare durante i mesi da dicembre a febbraio 2020, utilizzando video e segnali sonori per sincronizzare i tempi di sparizione, ma raramente il risultato dell'esperimento -quando il Sole tramontava sull'orizzonte marino e non su un tetto di nuvole- portava ad un risultato plausibile per il raggio solare. La ragione principale dovrebbe risiedere nel fatto che spesso il Sole è tramontato non sull'orizzonte marino, ma su un riflesso-miraggio più vicino all'osservatore. Ciò realizza -di fatto- un orizzonte più vicino all'osservatore e la percezione di una Terra sferica più piccola.

Andamento della rifrazione atmosferica con l'almucantarato

Se la rifrazione decresce linearmente con l'almucantarato a da $a=0^\circ$ con $q \approx 36.5'$ si passa a $q \approx 43.7'$ scendendo ad $a=-47'$, dobbiamo pensare che questo accada anche con $a>0^\circ$ e con la stessa inclinazione (*Natura non facit saltus*). L'aumento continuo della rifrazione non fa durare il tramonto (da contatto a sparizione) più tempo perché un tramonto è misurato rispetto ad un dato almucantarato, che corrisponde con l'orizzonte marino dell'osservatore, e questo viene attraversato sempre nello stesso intervallo di tempo. Però il tramonto è ritardato per effetto della rifrazione, tanto più, quanto più lo si guarda da più in alto. Nei tramonti osservati ad Ostia con questa finalità e fino a 5 m s.l.m. (belvedere finale di via Cristoforo Colombo), il ritardo tra due sparizioni osservate da diversa altezza s.l.m. è stato solo dovuto al cambio di altezza angolare dell'orizzonte marino con 3.3 metri di dislivello al max, non a evidenti ragioni di rifrazione, fatta eccezione per i riflessi-miraggio che hanno sempre accorciato

⁴M. Richmond (2015), tradotto in questo stesso numero di Gerbertus.

il ritardo. Quando si sono determinate le condizioni di forte rifrazione (aria fredda e bassa, come il 25 dicembre 2019 e il 1 gennaio 2020, e ancora il 28 febbraio 2020) risultava impossibile misurare l'intervallo tra le due sparizioni per la sua estrema brevità, e per la lunghezza della fase finale (Sole a forma di linea sull'orizzonte, come nell'effetto Novaja Zemlja).

Tramonto del 28 febbraio 2020, dalla spiaggia Stella Polare

Riporto i dati di questo tramonto, che non è stato registrato in video. Due postazioni 30 cm slm in ginocchio testa sulla sabbia e in piedi 200 cm slm. Il riflesso non è stato presente né in g né p. Il Sole era abbagliante non aveva gradiente luminoso verticale. Gli ultimi 10 secondi del tramonto in g, e p il Sole era una linea sull'orizzonte marino. Fine: $\Delta t = 9$ s tra g e p.

g: 17:59:31 p 17:59:40, circa 1km a Ovest della Lega Navale.

In due circostanze è capitato di vedere un uomo sul litorale che si fermava ad osservare il tramonto, e circa un minuto prima che sparisse dalla webcam lui si muoveva, segno che non vedeva più il Sole sopra l'orizzonte; per l'uomo la rifrazione corrispondente alla sua depressione sarebbe $q \approx 37'$, per la webcam a 12 metri d'altezza $q \approx 43.7'$: ciò significa che il Sole nella sua discesa sotto l'orizzonte rallenta, quasi frena.

Usando il timing si assume che la Terra ruoti uniformemente, e che il Sole scenda a velocità angolare costante, determinabile in vari modi appena prima che esso tocchi l'orizzonte marino.

Questa ipotesi non può essere usata se non per dislivelli molto piccoli, per i quali $\omega \leq 2'$, ma spesso a queste altezze si forma il riflesso del miraggio, dato dall'incidenza radente con l'aria sotto condizioni di inversione termica, viste in molti casi.

Rallentamento della discesa del Sole all'orizzonte

Le osservazioni dalla webcam della Lega Navale di Ostia permettono di stabilire la rifrazione $q=43.7'$ ad altezza $h=-47'$, utile per preparare un modello cinematico di tramonto, sul cui timing impostare la misura del raggio terrestre. Partendo da una rifrazione $q=36.5'$ all'orizzonte 0° , possiamo assumere che la rifrazione cresca linearmente di $\delta q=8'$ a $47'$ sotto l'almucantarato 0° . Quindi alla velocità angolare di ingresso del Sole nell'orizzonte marino almucantarato 0° dobbiamo sottrarre un termine di frenata: l'equazione della velocità diventa $v(-h')=v(h=0^\circ) - (h'/47') \cdot \delta q$

Algoritmo per la rifrazione totale nei tramonti 2019-2020

Si riprende il video (o a occhio nudo) del tramonto, sincronizzato con UTC e si determina l'istante di sparizione dell'ultimo lembo del Sole dietro l'orizzonte t_{end} .

Si calcolano le effemeridi del bordo superiore del Sole, in assenza di atmosfera, per quell'istante di sparizione $h_{effem}(t_{end})$ es. $=-45'$

Si determina la depressione dell'orizzonte nel luogo di osservazione scelto, conoscendo la quota sul livello del mare d_{orizz} es. $=-4'$

La rifrazione $p = -h_{effem}(t_{end}) + d_{orizz}$ che nel nostro esempio vale $41'$.

Questo algoritmo considera la depressione geometrica dell'orizzonte di ogni postazione osservativa, senza includere un incremento della rifrazione (lineare con la depressione).

Infatti se l'orizzonte si deprime, la linea di vista incontra più atmosfera sulla sua strada dall'osservatore all'orizzonte marino, e anche dall'altro lato. È ragionevole aspettarsi che l'aumento di percorso ottico nell'atmosfera si manifesti con una maggiore rifrazione totale.

Ridurre la rifrazione a quota zero

Per confrontare situazioni diverse quanto alla quota di osservazione bisogna trovare un algoritmo opportuno.

Partiamo dall'esempio del 21 agosto 2020.

Il Sole è sparito a 2.6 m slm rispetto a 0.8 m slm circa 8 secondi dopo. Non sempre si riesce a valutare la differenza di tramonto con la quota in modo così evidente: dipende dalle condizioni di rifrazione differenziale all'orizzonte.

Dal punto di vista puramente geometrico (in assenza di atmosfera) l'orizzonte osservato in piedi a 2.6 m è 41.46'' sotto quello colto dalla telecamera a 0.8 m.

Se la velocità di discesa del Sole fosse costante, 215 s per 1897.4'' di diametro solare angolare, quei 41.46'' dovrebbero essere percorsi in 4.7 s. Il valore osservato è circa il doppio, a prova di incertezze di misura, segno che la velocità di discesa sotto l'orizzonte è rallentata, o -equivalentemente- l'indice di rifrazione è aumentato.

Questo accade perché naturalmente l'indice di rifrazione aumenta perché si intercetta più aria radente alla sfera terrestre alzando la quota della visuale.

Come nel caso qui studiato a -47' con rifrazione 43.7'. Con Calsky possiamo assumere -0.17'/rifrazione/altezza.

In altre circostanze la distanza angolare tra i due punti di vista viene percorsa in una frazione di secondo, in questo caso non possiamo pensare che sia presente una forte discontinuità tra le proprietà fisiche dell'atmosfera sopra e sotto l'orizzonte geometrico. Quindi ciò che cambia è la posizione dell'orizzonte effettivo.

La luce del Sole, infatti, può riflettersi sull'atmosfera, prima che il disco "tocchi" l'orizzonte marino; tale riflessione avviene anche a 2' sopra l'orizzonte marino, determinando uno dei tanti tipi di miraggio. Al termine del tramonto la luce finale sparisce alla stessa altezza sopra l'orizzonte marino del punto di primo contatto con il riflesso (miraggio). Con questi miraggi

ricordo che l'intervallo tra la fine dei tramonti tende ad essere piuttosto piccolo. Quindi il punto di riflesso dovrebbe essere più distante dell'orizzonte marino, ossia al di là di esso. Quando l'intervallo è minore di 1 s, la velocità angolare essendo sempre dell'ordine di $1900''/190\text{ s} = 10''/\text{s}$, abbiamo un angolo inferiore a $10''$, che per 1 metro corrisponde a 20.6 km, porterei comunque questa stima a $\Delta t < 0.5\text{ s}$, con $d > 40\text{ km}$. Per avere la riflessione sull'aria (miraggio) ossia la **riflessione totale interna**, occorre che l'indice di rifrazione dell'aria sottostante sia minore di quello dell'aria sopra⁵ ed il rapporto tra gli indici di rifrazione sia opportuno. L'aria è più pesante in basso, ma se c'è aria calda sopra e molto fredda sotto, per esempio con un vento da Nord, o con l'arrivo di un fronte freddo, si può determinare l'inversione termica responsabile di questo miraggio.

D'inverno a Ostia il Sole tramonta nella direzione della Sardegna, Cagliari, che in linea d'aria si trova a 160 km. L'aria calda che si è elevata dalla superficie dell'isola può fornire quello strato ad indice di rifrazione minore. Lo spessore di 2' a 160 km vale 100 m, poiché 30' sono circa 1600 m.

Se soffia vento forte le differenze di temperatura tra sopra e sotto tendono ad annullarsi e si perde l'effetto miraggio.

A 200 km $10''$ sono circa 10 m, mentre $1''$ (percorso in 0.1 s) è 1m.

Riduzione della rifrazione a quota zero

Supponiamo di avere l'istante di sparizione, per un dato punto di osservazione otteniamo con le effemeridi l'altezza (almucantarato, e negativo) del lembo superiore del Sole senza atmosfera.

L'almucantarato del Sole sarebbe lo stesso se osservassimo il tramonto da 5000 m di quota, ma in questo secondo caso

⁵ Come accade guardando la superficie acqua-aria da sotto l'acqua.

l'orizzonte sarebbe sceso sotto di due volte lo stesso diametro del Sole e la rifrazione aumenterebbe man mano che scende. A quota zero non c'è l'effetto della depressione dell'orizzonte. La depressione d' a 0.17' per minuto d'arco di depressione, aggiunge 0.17d' alla rifrazione totale.

Per tenere conto di questo nell'esempio precedente abbiamo 4' di depressione dell'orizzonte. $0.17 \times 4 = 0.68'$, quest'ultimo valore va sottratto a 41', restando quindi 40.32' di rifrazione totale.

La rifrazione totale ottenuta considerando il lembo airless e depressione geometrica dell'orizzonte include l'aumento della rifrazione sotto l'orizzonte geometrico. Lo scorporo togliendo 0.17' per ogni primo d'arco sotto l'orizzonte, accettando il modello lineare di Calsky. Nei casi pratici tra il livello del mare e 12 metri sopra (osservazioni di Ostia) questa differenza è inferiore a 0.57' e massima per le osservazioni ai 12 metri di quota della terrazza della Lega Navale.

Valori della rifrazione totale al livello del mare caso ON/OFF

L'ultima luce del Sole cadente è determinabile con una buona precisione, anche migliore di 0.1 s, bastando il singolo fotogramma di un video. È un caso simile alle eclissi totali di Sole, quando occorre determinare l'inizio e la fine della totalità, sia pure con un contrasto luminoso meno esagerato, tra luce solare e fondo cielo. Poiché serve questo istante e la misura della quota sul livello del mare, la rifrazione totale è una grandezza, in principio, misurabile con buona precisione, prossima al secondo d'arco. A Ostia, dall'estate all'inverno la rifrazione cambia da 31' a 36', ma queste differenze si possono determinare anche da un giorno all'altro, a seconda dei venti.

Dimensione dello spettro all'orizzonte

Più critica è la determinazione dell'allargamento spettrale che si determina tra il bordo verde (talvolta blu) superiore del Sole e il bordo rosso inferiore. L'atmosfera, infatti, esercita un effetto prismatico sul disco solare, non tanto per la sua forma a cuneo, quanto per la differenza di indice di rifrazione lungo i differenti cammini ottici che i raggi del Sole hanno tra il lembo superiore e quello inferiore.

In casi estremi abbiamo assistito anche al Sole tripartito (effetto Novaja Zemlja, la mattina del 1 gennaio 2020, con tre strisce luminose sovrapposte all'orizzonte) ma in generale possiamo assumere un indice di rifrazione che aumenta con la quota angolare sopra l'orizzonte, in modo da produrre una rifrazione totale che vale circa $33' - 0.17 \cdot h'$

Il diametro solare vale $32'$, e produce una variazione dell'indice di rifrazione lungo la sua estensione verticale pari a $5.44'$ ossia $326''$ di schiacciamento.

Cosa accade a livello dei diversi colori?

Cercheremo di capirlo a partire da come si misura.

Lembo rosso: è il primo a toccare il mare, e l'istante di contatto è il più difficile a rilevarsi perché il cannocchiale produce molta luce diffusa che riduce il contrasto luminoso.

Quando va bene la precisione può avvicinarsi al secondo di tempo, e quindi il risultato finale ai $10''$ di precisione.

Lembo verde-blu è l'ultima luce, è facile determinarlo in termini assoluti UTC con un video e anche a occhio nudo (solo questo ribadiamo che fornisce la rifrazione assoluta).

Dalla differenza tra il diametro solare angolare e quello determinato dall'equazione $\Delta t \cdot 15'' \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\alpha)$ del diametro solare misurato ad almucantarato zero, con α angolo di ingresso del Sole rispetto all'orizzonte,⁶ si calcola la separazione spettrale tra rosso e verde (blu) all'orizzonte marino.

I valori ottenuti sono molto variabili, tra $10''$ e $430''$.

⁶ Chiamato "parallattico" in Stellarium 20.2, ma non condivido questo nome

La formula di Airy, di riferimento, per le stelle a distanza zenitale minore di $z < 50^\circ$ vale $\tan(z)''$.

Questa formula diverge per $z > 90^\circ$, noi troviamo valori limite molto diversi tra loro, che nemmeno le varie incertezze di misura possono giustificare, segno che questa grandezza è molto variabile.

L'indice di rifrazione in funzione della lunghezza d'onda produce una dispersione cromatica dal blu al rosso che va da $10''$ a $430''$.⁷

Tra il rosso e il blu ci sono circa 300 nm di differenza, per l'aria l'indice di rifrazione varia di 7 milionesimi in quell'intervallo, e il numero di Abbe vale quasi 90.

d

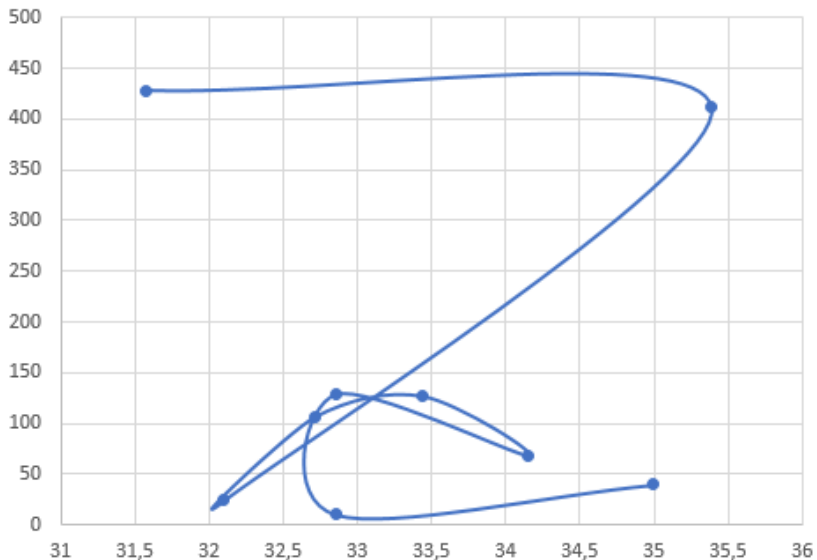


Fig. 3 La dimensione spettrale in secondi d'arco all'orizzonte marino, in funzione della rifrazione totale. Da destra in basso: 13.9.2019, 23, 24 e 31.12.2019, 16.2.2020, 13, 19, 20 e 21.8.2020. Gli ultimi tre tramonti hanno sperimentato giorni di forte

⁷ <https://refractiveindex.info/?shelf=other&book=air&page=Ciddor>

maestrale 18 (nuvole all'orizzonte) e 19.8, poi in progressiva quiete, 20 e 21.

La variazione dei parametri misurati è decisamente maggiore che durante la stagione invernale.

I punti con i valori di d'' più bassi sono stati raggiunti nelle giornate più ventose 13.9, 23.12 e 19.8, ma a rifrazione totale ben diversa tra 35' e 32'. La più ventosa in assoluto è stata il 23.12.19.

Gli ultimi due valori, che completano la parte superiore della "Z", sono stati presi da 8 m sul livello del mare 20 agosto (dalla duna di sabbia più alta) e da 0,8 metri l'ultimo il 21 agosto: entrambi mostrano una dispersione di oltre 400'', pur sperimentando una differenza nella depressione dell'orizzonte di quasi 2' tra i due punti di osservazione. La rifrazione totale invece varia di 4 minuti d'arco, la massima variazione registrata, e in un solo giorno. L'azione rimescolante e rinfrescante del vento deve aver aumentato la rifrazione totale del 19 agosto, al valore estremo del 20. La giornata successiva, con poco vento, ha favorito lo stazionamento di aria calda e umida sopra il mare, riducendo la rifrazione complessiva al valore più basso della figura.

Conclusioni

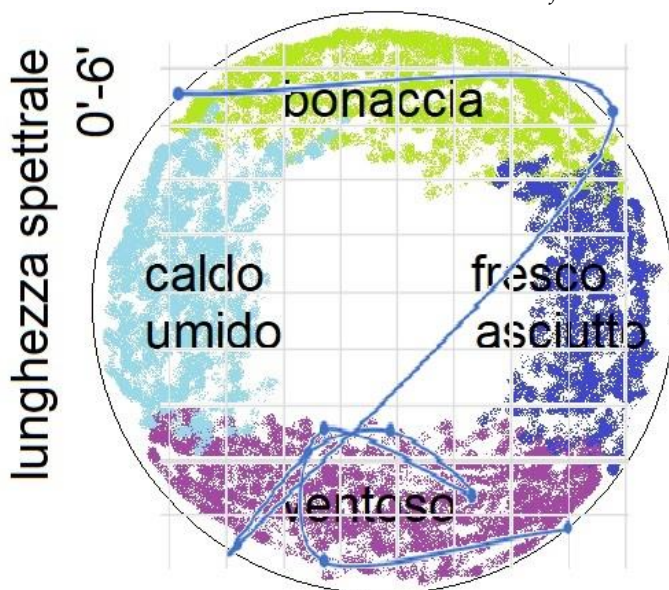
Riassumendo (tentativamente) nel grafico bidimensionale di figura 3, le varie condizioni meteorologiche relative alla temperatura/umidità e velocità del vento, possono contribuire al tipo di tramonto osservato:

sotto: vento forte

sopra: bonaccia

destra: fresco asciutto

sinistra: caldo umido



rifrazione all'orizzonte 31'-36'

Fig. 4 Schema riassuntivo della relazione esistente tra lunghezza spettrale e rifrazione assoluta all'orizzonte in dipendenza delle varie circostanze meteorologiche.

Il green ed il blue flash appaiono con grande dispersione e condizioni intermedie tra il caldo umido ed il fresco asciutto (mezza stagione). Il caso del 16 febbraio 2020 è stato eminente, ma non si è ripetuto nei giorni precedenti o seguenti, e si colloca in basso a destra, ma non in posizione estrema. Il 20 e 21 agosto 2020 hanno mostrato tramonti con un discreto green e accenno di blue flash, nella parte alta dello schema di fig. 4.

L'osservazione di altri tramonti con la misura di questi due parametri potrà raffinare meglio questo schema di figura 4, che in ultima analisi serve a prevedere il raggio verde o quello blu, più raro, a partire dalle condizioni meteo locali.

Referenze P. Candy, *Le meraviglie del Cielo*, Il Castello 1998