

Il raggio della Terra da misure sullo stesso meridiano

Federico Battistiol, Elena Piccoli

(Liceo Antonio Scarpa, Motta di Livenza, TV)

Costantino Sigismondi

prof.sigismondi@icra.it

(ICRA/Sapienza Università di Roma e ITIS G. Ferraris, Roma)

Submitted December 2nd 2022, accepted December 5th 2022

Abstract The radius of the Earth was measured by Eratostenes along 7° of latitude. We repeat the experience on the same meridian of Rome, along 430 km or 3°52' of latitude. In Rome we use the Clementine Gnomon (41°54'11.2" N and 12°29'51" E) and in Motta di Livenza a vertical pole. The measures have been realized in October and December 2022 and a better calibration of both instruments come out as a side effect.

Sommario L'esperienza di Eratostene fu condotta su circa 7° gradi di latitudine tra Siene ed Alessandria, noi la ripetiamo su 3°52' tra Roma e Motta di Livenza. A Roma usiamo la meridiana Clementina (41°54'11.2" N e 12°29'51" E) e un palo verticale a Motta di Livenza (45°46'22" N e 12°36'21" E). Le misure realizzate ad Ottobre e Dicembre 2022 hanno richiesto una migliore calibrazione di entrambi gli strumenti.

Introduzione: L'esperienza di Eratostene è concettualmente molto semplice, e oggi con l'aiuto di google maps sarebbe molto facile controllare che due strumenti sono sullo stesso meridiano. Ma tre secoli avanti Cristo l'impresa richiedeva molto più che due osservazioni fatte lo stesso giorno del solstizio estivo, anche se a Syene, l'attuale Assuan, il Sole passava allo zenith al mezzogiorno locale. Infatti per conoscere se due località erano sullo stesso meridiano occorre osservare con un orologio sincronizzato col passaggio meridiano del Sole un'eclissi di Luna, e poi confrontare le osservazioni. Per farla breve il lavoro di Eratostene era possibile se una rete di osservazioni ed operazioni potevano essere realizzate e coordinate tra loro, con tutta la potenza tecnica e organizzativa del regno alessandrino alle spalle. Eratostene stesso era il direttore della Biblioteca di Alessandria, il luogo di riunione dei maggiori scienziati del Mondo all'epoca.¹

¹ [La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna.](#) By Lucio Russo | [Reviel Netz - Academia.edu](#)

Luoghi e strumenti deputati: Roma e Motta di Livenza sono sullo stesso meridiano (5' 30" di differenza: Motta è più a Est). Dunque è sufficiente confrontare la lunghezza relativa di un'ombra meridiana nello stesso istante, meglio quello del passaggio meridiano, e il gioco è fatto. Non abbiamo mai il Sole allo zenith, ma ci possiamo aspettare che in meridiano l'altezza del Sole sia sempre 3°52' di differenza in meno per il sito più a Nord. I 430 km di distanza misurabili mediante GMaps tra i due siti di osservazioni completano gli ingredienti necessari, mediante una proporzione, a trovare la circonferenza ed il raggio della Terra. $430 \text{ km} : 3.87^\circ = x : 360^\circ$. Il nostro esperimento, dunque, si limita alla verifica che la differenza tra le altezze meridiane sia 3.87° , visto che la differenza in longitudine di 5.5' dei due meridiani influisce in modo trascurabile sui risultati.

Calibrazione del palo verticale a Motta: Le misure fatte nella scuola di Motta di Livenza durante il mese di Ottobre 2022 sono servite ad individuare lo gnomone migliore allo scopo. Infatti è opportuno avere uno gnomone alto, e il bordo di un edificio può essere buono, ma è necessario anche che sia accessibile il piede della perpendicolare allo gnomone.

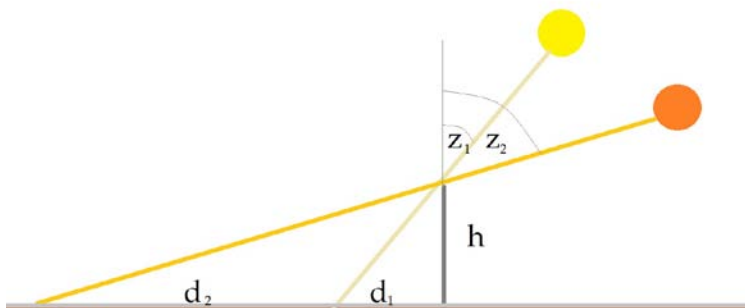


Fig. Schema della lunghezza dell'ombra a due distanze zenitali. Sono stati provati allo scopo il muro della scuola, quello della palestra ed un palo della luce, che alla fine è stato utilizzato.

La sua verticalità è l'ipotesi più difficile da verificare nella pratica, e sono state necessarie due misure di cui una vicina al solstizio invernale, quando la sua ombra è più lunga. Infatti poiché la lunghezza "d" dell'ombra su un piano orizzontale dipende dall'altezza sullo stesso piano della sommità dello gnomone "h", se ho due valori di $d=h \cdot \tan(z)$ per due valori diversi di z , posso ricavare il valore del parametro h da due o più misure della lunghezza dell'ombra meridiana.

Servono almeno due misure poiché la deviazione dalla verticale del palo, che è sistematica, è presente nello stesso modo nelle due misure $d=h \cdot \tan(z)+d_{\text{sist}}$.

Lo scopo delle misure a Motta è stato quello di ridurre l'incertezza su $d_{\text{sist}} < 5$ mm. In questo modo l'angolo zenitale del centro del Sole, o del suo bordo più alto, misurato col palo verticale dovrebbe essere conosciuto con una precisione migliore di 5 mm su 5000, ossia di una parte su mille, circa 3'.

Calibrazioni allo gnomone Clementino: sono in corso dal 2018 per la campagna IGEA-ZIA, e in questa occasione un tassello in più è stato conseguito. Infatti abbiamo legato tutte le misure al punto dell'equinozio usando un unico metro metallico di 10.5 m. Questa operazione è stata fatta passando sotto il passaggio vetrato che fu collocato tra $z=45^\circ$ e $z=42^\circ$, ed ha subito messo in evidenza discrepanze di qualche millimetro sui riferimenti prima e dopo il vetro. Come zero di riferimento abbiamo usato le effemeridi di Stellarium 0.20, quando la differenza con le misure risultava inferiore ad 1 mm e non c'erano anomalie dell'indice di rifrazione, dovute ad anomalie di pressione atmosferica o del gradiente termico verticale,² cioè in giorni sereni e stabili.

Analisi dati con lo spigolo della palestra della scuola si è risolto il sistema $d=h \cdot \tan(z)+d_{\text{sist}}$ con i dati del 6 e del 20 ottobre 2022, con z da effemeridi, ed è venuto $h=9.547$ m 118

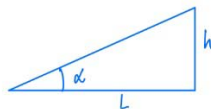
² C. Barbieri, Lezioni di Astronomia, Zanichelli, Bologna 1999.

mm in meno di quanto misurato col distolaser. L'altro parametro $d_{\text{sist.}}=339$ mm, si può spiegare se lo spigolo della palestra è sporgente di 34 cm rispetto al muro sottostante, pur non essendoci elementi aggettanti.

MISURE NOTTA DI LUENZA
ESPERIMENTO ERATOSTENE

Edificio: PALESTRA

Altezza: $h = 9,665$ m



DATA	ORA	LUNGHEZZA OMBRA L (m)	ANGOLO	EFFEMERIDI
6/10/2022	12:57:42	12,12	$38,57^\circ$	$39,02^\circ$
20/10/2021	12:54:22	14,60	$33,50^\circ$	$33,8^\circ$

Prendendo invece per buona la misura di h e calcolando le altezze angolari del Sole nei due giorni il Sole risulterebbe 0.45° e 0.3° più basso delle effemeridi, e quindi la differenza con Roma inferiore di $0.37^\circ \pm 0.07^\circ$ ai 3.87° , con la conseguenza che la circonferenza polare della Terra sarebbe più grande.

Bordo dell'ombra e penombra: il bordo superiore del Sole si mostra sopra un edificio, quindi l'inizio dell'ombra corrisponde alla proiezione a Terra del bordo superiore, di $16' = 0.267^\circ$, al centro del Sole (effemeridi). La penombra non viene distinta chiaramente dall'ombra, e se il Sole appare più basso è perché l'ombra è stata valutata più lunga, e non più corta come si avrebbe prendendo il bordo superiore del Sole.

Questo argomento è a favore della presenza di $d_{\text{sist.}}=339$ mm, che si aggiunge alla vera lunghezza dell'ombra. È chiaro che con due sole misure i parametri h e $d_{\text{sist.}}$ ottenuti col sistema portano i risultati delle osservazioni nella direzione del raggio della Terra corretto, visto che a S. Maria degli Angeli la precisione delle misure angolari è sempre entro alcuni secondi d'arco.