

Eclissi parziale di Sole del 25 ottobre 2022 e frequenze

Costantino Sigismondi

prof.sigismondi@icra.it

(ICRA/Sapienza Università di Roma e ITIS G. Ferraris, Roma)

Submitted October 27th 2022, accepted October 31st 2022

Abstract The real partial eclipses of the Sun, which are not central on any place on Earth, are rarer than the central ones. The eclipse of 25 october 2022 observed at the Meridian Line of St. Maria degli Angeli in Rome, allowed us to determine its partial nature. The next eclipse in Rome will be on march 29, 2025 after a whole Metonic Cycle from the past one in 2006.

Sommario Le vere eclissi parziali di Sole, cioè che non sono centrali in nessuna zona del Mondo, sono più rare di quelle centrali (totali o anulari). L'eclissi del 25 ottobre 2022 osservata alla meridiana di s. Maria degli Angeli a Roma, ci ha fornito dati sufficienti per determinarne la parzialità sulla base dei soli dati osservativi e dei diametri e distanze di Terra, Sole e Luna. La prossima eclissi a Roma avverrà il 29 marzo 2025, dopo un ciclo di Metone dalla precedente del 2006.

Keywords: Celestial Mechanics, Solar eclipses, Partial Eclipses, Metonic Cycle, Saros Cycle.

Introduzione: già Carlo Magno si informava nell'anno 810 circa le due eclissi di Sole che gli astronomi avevano previsto per quell'anno. Dungal gli spiegò, in una lettera,¹ che le eclissi avvenivano ai due poli della Terra. Nell'appendice matematico-astronomica aggiungevo una discussione sulla frequenza delle varie eclissi di Sole e di Luna, concludendo che le eclissi erano equamente distribuite tra i due astri, a patto di considerare anche le eclissi penombrali di Luna, durante le quali -da un punto in penombra della Luna- si vede il Sole in eclissi parziale da parte della Terra. Adesso la questione è un caso particolare: tra tutte le eclissi di Sole quante sono quelle veramente parziali? Svolgeremo un modello geometrico per rispondere a questa domanda.

L'eclissi del 25 ottobre 2022 alla Meridiana Clementina

L'osservazione dell'eclissi sulla Linea Clementina (1702) ci

¹ Paolo Zanna e Costantino Sigismondi, Dungal Letterato e Astronomo (2004) <https://arxiv.org/abs/1211.3687>

consente di svolgere dei calcoli geometrici per localizzare il punto di centralità e capire la sua natura realmente parziale.

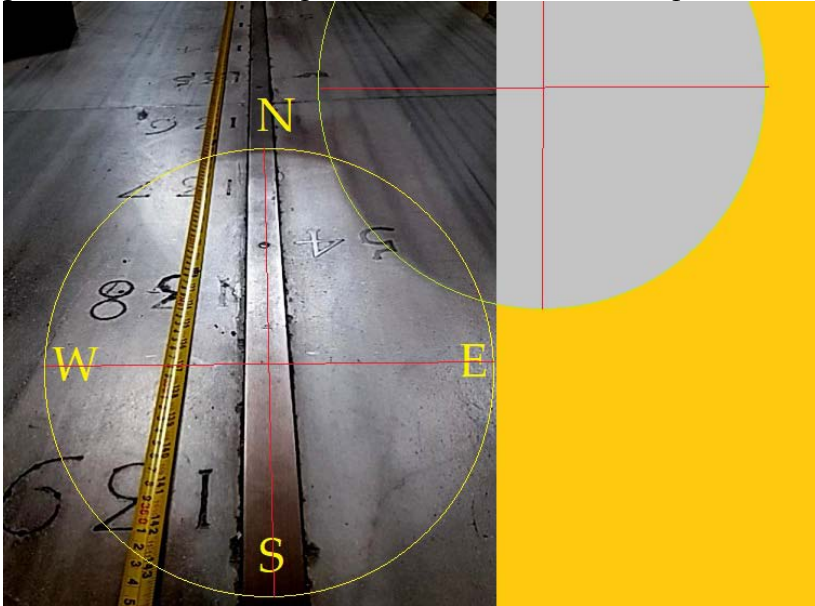


Fig. 1 L'immagine del Sole in eclissi sulla meridiana orientata come appariva in cielo alle 12:54:20. Il profilo della Luna è riprodotto con lo stesso diametro (416 pixel) e la distanza tra i centri è $256\sqrt{2}=362$ pixel=0.87 diametri.

Nell'ipotesi che Luna e Sole abbiano lo stesso diametro angolare (erano rispettivamente Sole 32'10" e Luna 32' 04") possiamo stimare che la distanza tra i centri fosse $28' \approx 0.87 \cdot 32.1'$. La direzione per aumentare la magnitudine dell'eclisse con la parallasse della Luna è verso Nord- Est.

Tuttavia dobbiamo capire se si trova un punto sulla Terra dove i centri di Luna e Sole sono allineati, e in tal caso l'eclissi è "centrale" oppure se è una vera eclissi parziale.

La geometria dell'eclissi e il punto subsolare

Il 25 ottobre 2022 il Sole era a declinazione -12° , ciò significa,

nella migliore tradizione della Geografia Astronomica, che a latitudine 12° S il Sole passa allo zenit. Roma si trova a 42° N, ossia 54° sopra il punto subsolare. Rispetto al disco terrestre illuminato dal Sole, di cui il punto subsolare rappresenta il centro, Roma è a $6378 \cdot \sin(54^\circ) = 5160$ km sopra il punto subsolare. La distanza dal limite della notte polare al mezzodì è $6378 - 5160 = 1218$ km. Entrambe queste distanze non sono lungo il meridiano, ma proiettate lungo un diametro passante per il centro della Terra. Il disco terrestre in figura 2 è delimitato dal terminatore, dove il Sole è all'orizzonte.

Poiché la centralità la troverei a Nord-Est muovendomi di 0.87 diametri lunari (nell'ipotesi di Sole "puntiforme" e quindi raggi paralleli) cioè $0.87 \cdot 3480 \approx 3027$ km, questo punto va ben fuori della sfera terrestre. Per questo l'eclissi del 25 ottobre 2022 è stata veramente parziale, per tutta la Terra.

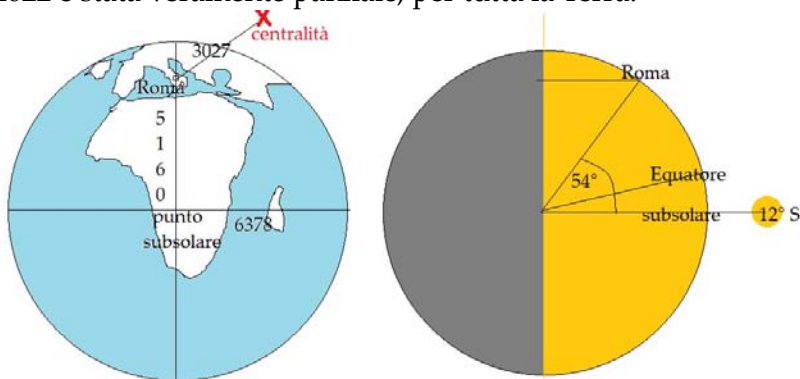


Fig. 2 Geometria dell'eclissi del 25 ottobre 2022 a raggi paralleli. Il disco di destra mostra il punto subsolare e quello di sinistra il punto di centralità. Le distanze e gli angoli sono dal centro della Terra. Il Sole è a declinazione 12° Sud. Con i dati di fig. 1 l'eclissi sarebbe massima a Nord-Est da Roma, in Siberia.

Geometria della striscia di totalità

L'approssimazione di raggi paralleli va bene per distinguere

l'eclissi parziale da quella centrale in base all'allineamento dei centri. Se è fuori dal disco terrestre è parziale, se no, centrale. Accenniamo ora alle eclissi centrali, e poiché i raggi del Sole non sono paralleli, la striscia di totalità durante un'eclissi non è ampia 3480 km, bensì meno di un decimo di tale valore. Alla distanza media Terra-Luna di 378000 km nel punto sublunare, sulla superficie della Terra, i raggi del Sole formano tra loro un angolo di 1/100 di radiante, e quindi spazzano 3780 km a quella distanza, ossia soli 300 km in più del diametro lunare, avremmo così un'eclissi anulare. Per la totalità è necessario che la Luna sia più vicina, e con continuità si può passare dall'eclissi ibrida (anulare-totale) a quella totale vera e propria. Nel punto sublunare l'eclissi ha sempre la magnitudine massima, e prima e dopo la distanza tra l'osservatore e la Luna aumenta perciò la magnitudine diminuisce. Rispetto alla geometria di raggi paralleli che ha semplificato notevolmente i calcoli, ci rendiamo conto che comunque la centralità dell'eclissi dipende solo dalla linea di vista con i centri di Sole e Luna, se poi il cono d'ombra della Luna si chiude prima di arrivare alla superficie della Terra l'eclissi è anulare, se la chiusura del cono avviene dentro la superficie della Terra, l'eclissi è totale.

Magnitudine dell'eclissi del 25 ottobre 2022 alle 12:54:20

Sempre utilizzando la foto di figura 1, possiamo stimare la **magnitudine pari al rapporto tra diametro occultato e tutto il diametro solare**. Sulla fig. 1 sono 98 pixel su 416 di diametro del Sole, quindi la magnitudine $M=0.2283$ in quel momento. Le effemeridi (Stellarium 0.20) danno $M=0.169$. Questo è il limite della foto, ritoccata con 55% in verticale e 60% in orizzontale dall'originale; un algoritmo che non restituisce l'ellissi reale, perché non è stata presa dalla verticale. La foto in fig. 3 (originale fotografato da Enrico Giuliani) lo è quasi

esattamente, e ci consente calcoli più accurati. E' stata accorciata del 60% in verticale, proporzione trovata empiricamente, ma determinata dal Sole alto 36° sopra l'orizzonte o 54° dallo zenit. La Luna entra di 76.5 pixel e il diametro del Sole è di 475 pixel.



Fig. 3 Eclissi di Sole alle 12:53 del 25 ottobre 2022 prima di toccare la linea meridiana. La magnitudine misurata è 83 px su 462, $M=0.177$, senza correzioni di penombra del foro stenopeico. Le effemeridi per la stessa ora e luogo danno $M=0.176$, con differenza 0.5%: l'algoritmo usato è corretto.

Con la figura 3 possiamo ripetere i calcoli fatti con la fig. 1. La distanza tra i centri è $100-17.7=82.3\%$ del diametro del Sole e della Luna, quindi 2864 km, verso Nord-Est: ciò non muta il risultato di fig. 2, comunque l'eclissi è parziale.

Tempi di transito dei bordi solari e dei corni lunari

È possibile ricostruire la geometria dell'eclissi con la precisione relativa dell'1% considerando i tempi di passaggio dei lembi solari e dei "corni" lunari sulla meridiana, e le loro posizioni.

Sole: $t_1=12:53:13$; $t_2=12:55:30$ non visibile estrapolato dal 26-X

Luna: $t_1=12:55:00.5$; $t_2=12:55:28.5$

Sole: lembo Sud	28345 mm	lembo Nord	27786 mm
-----------------	----------	------------	----------

Luna: corno Sud	28109 mm	corno Nord	27843 mm
-----------------	----------	------------	----------

Traducendo in altezza sopra l'orizzonte quelle posizioni, al netto della rifrazione di Cassini $60'' \cdot \tan(z)$, si ottiene con 20353.44 mm di altezza del foro stenopeico

Sole: lembo Sud	35.6571°	lembo Nord	36.2000°
-----------------	----------	------------	----------

Luna: corno Sud	35.8846°	corno Nord	36.1440°
-----------------	----------	------------	----------

E rispetto al centro del Sole

Sole: lembo Sud	-16.285'	lembo Nord	+16.285'
-----------------	----------	------------	----------

Luna: corno Sud	-2,640'	corno Nord	+12.923'
-----------------	---------	------------	----------

Queste 4 coordinate vengono riportate sulla figura circolare, di raggio 16.285°. Per i tempi, invece, il raggio risulta maggiore, infatti traducendo i tempi in angoli, rispetto al centro del Sole:

Sole: $t_1 = -16.75'$; $t_2 = +16.75'$ non visibile estrapolato dal 26-X

Luna: $t_1 = 9.53'$; $t_2 = 16.385'$

Per via dell'effetto penombra che è massimo in questa direzione, ossia la dimensione geometrica del foro stenopeico influisce sulla dimensione angolare trasversa del Sole, di 25 mm, oscurati a 14 mm, su 35 metri di distanza focale (1/2500) cioè 1.37' in più, che fanno 0.69' per il raggio. Questo modello geometrico è poi ulteriormente corretto dalla luminosità del cielo (velato o sereno) per cui la correzione effettiva era 0.465' durante il transito in eclissi. In definitiva abbiamo 4 punti per il Sole e 2 per la Luna, con l'ipotesi aggiuntiva che la Luna ha lo stesso raggio del Sole.

Riportando i punti presi sulla meridiana (le y vincolate a stare sul cerchio del Sole) in figura abbiamo una magnitudine $M=0.139$, una volta fatta passare una Luna di uguale diametro al momento del passaggio meridiano, significativamente inferiore al valore delle effemeridi, mentre riportando i tempi (le x vincolate a stare sul cerchio solare) si ottiene $M=0.1712$ in ottimo accordo con i valori delle effemeridi $M=0.169$.

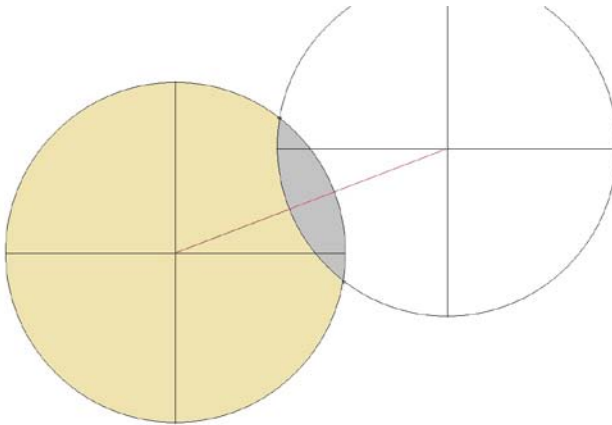


Fig. 4 Sole e Luna dalle posizioni dei lembi, forzati su due cerchi uguali. $M=0.139$

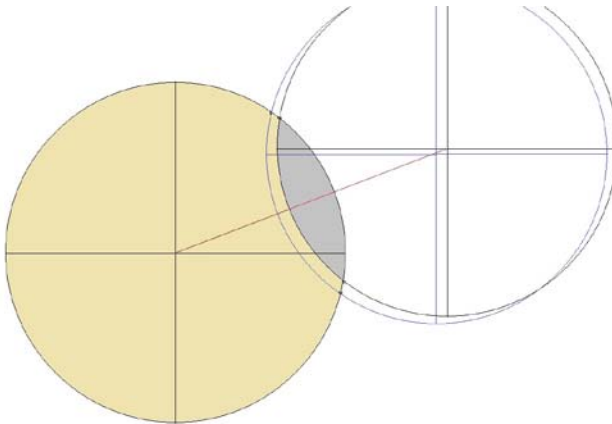


Fig. 5 Sole e Luna dai tempi di passaggio in meridiano, forzati su due cerchi uguali. $M=0.1712$ (cerchio lunare blu più a sinistra)

Frequenza delle eclissi parziali di Sole

Usando lo stesso approccio dei raggi paralleli per la figura 2 ragioniamo sull'allineamento dei centri di Sole e Luna. Le

distanze medie rispettive dal centro della Terra sono di 149,6 milioni di km e di 384400 km. I diametri di Terra e Luna sono 12756 km e 3480 km. Le proiezioni del centro della Luna che cadono sul disco terrestre (proiezione della semisfera illuminata dal Sole) corrispondono ad eclissi centrali; quelle che cadono fino ad un raggio lunare dal disco sono eclissi parziali. Dunque il rapporto tra l'area della sola corona circolare di un raggio lunare RL attorno al disco terrestre e quella del disco di raggio RL+RT lunare + terrestre è la frequenza cercata. In formule ciò è dato da

$\varphi = [(RL+RT)^2 - RT^2] / (RL+RT)^2 = 1 - RT^2 / (RL+RT)^2$. Sostituendo i valori dei raggi terrestri e lunari si ottiene $\varphi = 0.3827$

Questo risultato non tiene conto della variazione delle distanze di Sole e Luna dal centro della Terra, pertanto è solo indicativo. Dal punto di vista della frequenza possiamo consultare un sito specializzato in eclissi: [timeanddate](https://timeanddate.com).² La statistica su 1000 anni di eclissi solari è disponibile anche su altri siti,³⁴ in particolare ci sono 840 eclissi parziali, 791 anulari e 635 totali e ancora 114 ibride. Quindi la frequenza delle parziali su tutte è $\varphi = 840/2380 = 0.3529$, vicino al nostro modello.

Periodicità Metonica delle eclissi

Ci sono molti articoli sulle periodicità delle eclissi, il più completo è di Fred Espenak, della NASA.⁵ Per quanto riguarda la prossima eclissi a Roma, il 29 marzo 2025, questa capiterà 19 anni dopo un'altra nel 2006. La periodicità di 19 anni, trovata da Metone nel VI secolo a. C., riporta la Luna nella stessa fase e nello stesso giorno dell'anno, entro 2 ore di precisione. È stata sufficiente per questa eclissi solare, ma le

² <https://www.timeanddate.com/eclipse/once-in-a-thousand-years.html>

³ <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEcat5/SE2001-2100.html> qui sono 34.4%

⁴ <https://vaonis.com/duration-frequency-solar-eclipses>

⁵ <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEsaros/SEperiodicity.html>

coniunzioni del 29/3/1987⁶ e 2044³ non danno eclissi a Roma, mentre le eclissi totali di Luna del 21/1/2000, 2019 e 2038 ci sono.⁷ Il Saros risulta più accurato nella ripetizione delle eclissi.

Diametro del Sole e misure stenopeiche di durata dell'eclissi

Il principio è semplice: si misura la durata osservata dell'eclissi e la si confronta con quella teorica delle effemeridi, calcolate a diametro solare standard di 1919.26" ad 1 UA, e dal rapporto dei tempi di durata si ottiene il diametro puntuale.

Per l'eclissi osservata in s. Maria degli Angeli abbiamo due filmati di inizio e fine riportati al sito

https://www.youtube.com/playlist?list=PLJaer2KV492_Nu3nC aB3LhVxKXsAHhR7S

Quello di inizio mostra 11:25:36 come istante iniziale, mentre sul posto il riconoscimento è avvenuto 45 secondi dopo.



Fig. 6 Fotogrammi del video di inizio eclissi (11:28:00) con la Luna in alto e di quello di fine eclissi (13:10:40) Luna a sinistra.

Nel video finale l'istante di fine eclissi è nascosto dalle nubi, per cui bisogna operare un'estrapolazione. È comunque dopo le 13:18:10, momento in cui la magnitudine dell'eclissi è il 6 %.

⁶ https://en.wikipedia.org/wiki/Solar_eclipse_of_March_29,_1987

⁷ <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/LEdecade/LEdecade2001.html>

L'estrapolazione da 5 fotogrammi compresi tra 4 min 24 s e 7 min 26 s dall'inizio del video porta all'azzeramento della corda 490 s, cioè 8 min 10 s dopo l'inizio -alle 13:10:31- del video, quindi alle 13:18:41.



Fig. 7 Le immagini di cui sono state misurate le corde in rapporto alla lunghezza del diametro, per estrapolare l'istante di ultimo contatto tra Sole e Luna. Si tratta di immagini proiettate dalla lente equinoziale (fatta nel 2000) della cupola d'ingresso di Santa Maria degli Angeli, poco fuori fuoco; le macchie solari apparivano oblunghe: è l'astigmatismo di Petzval intra o extra focale.

La durata osservata dell'eclissi è stata 2 ore – 7 min +5 s, 6785 s, la durata teorica era tra 11:25:31 (-5 s) e 13:19:00 (+19 s) 6811 s. Non è il diametro solare che si è ridotto di 6.76", ma l'effetto penombra del foro stenopeico pari a -1.4", inferiore a quello dovuto al defocus della lente di focale circa 21 metri, -5.4".

L'ottica del foro stenopeico concepita nel 1702 è la scelta migliore per l'eliometro di S. Maria degli Angeli, e con altezze $\leq 32^\circ$ dà imaging con risoluzione di 1 arcsec, con la visibilità delle macchie solari.

L'estrapolazione della corda di lunghezza nulla

Per capire la procedura seguita nella figura 7 descriviamo ora l'equazione della lunghezza della corda al trascorrere del tempo. Benché la corda sia ottenuta dall'intersezione di due

cerchi, trattiamo l'esempio di una corda ottenuta facendo intersecare una retta con un cerchio. La retta si muove a velocità costante, e la geometria più semplice è farla muovere parallelamente all'asse delle ordinate, con equazione $y=1-t$.

Il cerchio si prende di equazione $x^2+y^2=1$

Così l'intersezione ha coordinata $x^2=1-(1-t)^2=2t-t^2$

Senza estrarre la radice quadrata vediamo subito che la lunghezza della corda $2x$, che noi misuriamo dalle foto, è una funzione complicata del tempo: una radice quadrata di una parabola con la concavità verso il basso. Per questo conviene fare il grafico di x^2 in funzione del tempo così viene una parabola con la concavità verso il basso, il cui zero è proprio l'istante di primo o ultimo contatto tra Sole e Luna.

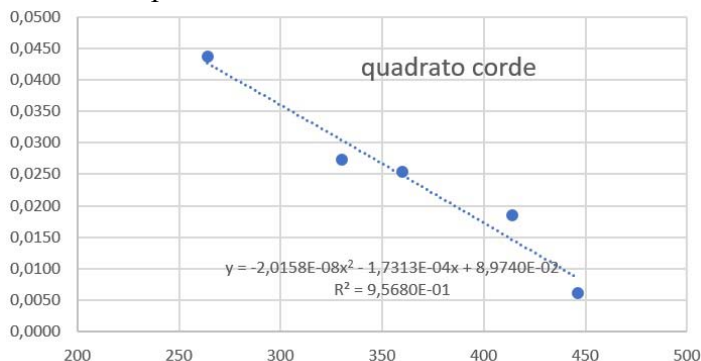


Fig. 8 Le corde individuate sul lembo solare dal disco nero della Luna, sono state misurate in pixel, e rapportate al diametro per evitare errori di scaling delle immagini.

Questo metodo, con immagini meglio definite, ha permesso di calibrare la risoluzione di un telescopio da 3" con l'eclissi del 2021, ed ora la lente equinoziale da 2" sistemata sulla cupola dall'astronomo Salvador Cuevas Cardona nell'anno 2000.

Referenze: C. Sigismondi, Gerbertus 14, 159 (2021)