

Solstizio d’Inverno 2022 da altezze e tempi in meridiano

Costantino Sigismondi

prof.sigismondi@icra.it

(ICRA/Sapienza Università di Roma e ITIS G. Ferraris, Roma)

Submitted December 30th 2022, accepted December 31st 2022

Abstract The winter solstice at the Clementine Gnomon in Rome, St. Maria degli Angeli is the occasion to test at the uppermost resolution of 1.77 arcsec/mm the atmospheric refraction theory at 24.7° of altitude. Not only that, but also the systematic errors of the meridian line and of reading it, due to the reflection on the marble and the angle of observation. Moreover the similar position of the solar image within 10 cm in 8 days from 18 to 25 December allows to better determine the $\Delta UT1=UT1-UTC$ value at the moment, and in comparison with the previous solstices from 2018. Regarding the calculation of the solstice’s time, this phenomenon gives the possibility to make an absolute measure by evaluating the turning time of the meridian solar image with a single mm accuracy, within the 100 mm of variation in the last Advent’s week. When the reference of a fixed star is added, as in the measures published by Francesco Bianchini since 1701, the solar ecliptic longitude $\lambda=270^\circ$ becomes the parameter to obtain by time’s interpolation. To reproduce such observational conditions and the consequent calculations we used the meridian line in St. Peter’s square in Vatican and the transits of Jupiter, which approached the γ point on December 20, 2022. Sky conditions in 18-25 December have to be good for doing a parabolic fit of the solar positions to obtain an absolute solstice’s time, while they are less important when the transit times of the Sun and Jupiter are compared, being possible to observe even out of that week.

Sommario Al solstizio invernale la meridiana Clementina offre la possibilità di fare misure con 1.77 arcsec/mm e testare la rifrazione atmosferica a 24.7° di altezza sull’orizzonte, ma anche le sistematiche dovute all’angolo di lettura sul marmo, rispetto alla direzione di riflessione dei raggi del Sole. L’istante del solstizio può essere calcolato dal fit parabolico dell’inversione dell’immagine solare che avviene nello spazio di 10 cm tra il 18 ed il 25 Dicembre. Anche la valutazione del $\Delta UT1=UT1-UTC$ viene bene in questo breve spazio facendo una statistica, in confronto con i solstizi dal 2018. Servono giorni sereni per fare questo, sia con la meridiana camera oscura nella Basilica, sia fuori a piazza san Pietro, invece il confronto tra gli istanti dei transiti meridiani del Sole e di una stella fissa può essere fatto anche fuori da queste date per ottenere per interpolazione l’istante in cui il Sole è a longitudine eclittica $\lambda=270^\circ$. Abbiamo osservato il transito del Sole e di Giove –al punto γ d’Ariete il 20 Dicembre 2022- alla meridiana dell’obelisco Vaticano e le levate dai Colli Albani e da Pescara.

Keywords: Meridian line, Santa Maria degli Angeli, San Pietro in Vatican, Tropic, Solstice, Refraction, Earth’s Rotation, Positional Astronomy, azimuth

Introduzione: La meridiana Clementina a s. Maria degli Angeli è del tipo “a camera oscura”: l’immagine solare proiettata attraverso un foro di 25 mm a 50 metri di distanza è osservata sul marmo bianco Imezio, di Atene, con la luce ambientale della Basilica. Nelle prime osservazioni di Francesco Bianchini i finestrone della Basilica venivano oscurati per migliorare al massimo il contrasto dell’immagine. Oggi noi schermiamo il finestrone Sud-Ovest con la nostra ombra, riuscendo ad osservare anche con veli di nubi o tra le nubi.¹ La posizione dell’immagine solare viene poi misurata a partire da segni lasciati con la matita sulla meridiana, prima e dopo il passaggio del Sole: almeno 2 del bordo Nord e 2 a Sud. Questa tecnica ha ormai diversi anni, ma solo dal 27 Ottobre 2018 ho cominciato a fare più segni, e la posizione della retta che li avvicina meglio tutti determina la misura del giorno. La varianza di queste misure è tipicamente tra 1 e 2 mm. Anche con le nubi la posizione del Sole può essere presa così, durante 20 minuti anziché solo nell’istante del passaggio meridiano.

Il bordo del Sole è determinato dalla penombra e dalla Limb Darkening Function, ed appare **rossastro** nelle giornate più limpide, lo spessore di questo bordo è di circa 5 mm.



Fig. 1 Bordo rosso dell’immagine solare il 27 XII, sinistra il Sud
Il colore rosso non è semplice penombra, che è un effetto di ottica geometrica, bensì diffrazione. Il diametro meridiano efficace del foro stenopeico è 9 mm. Così anche la penombra è

¹ Come il 17, 23, 24 e 26 Dic.: <https://youtube.com/shorts/kz7EXOJSHms>

di 9 mm (a causa dello spessore di 6.1 mm del foro e dell'angolo di 24.7° con cui entrano i raggi solari) per cui è possibile anche osservare le macchie solari più grandi sulla meridiana. Il foro stenopeico efficace al solstizio invernale è un ovolo di 19.2 mm in laterale e 9 mm in meridiano. La diffrazione con un'apertura di 9 mm è pari a $11''$, che al Capricorno sono 6 mm, in luce bianca di $\lambda=550$ nm, e $14''$ ossia 8 mm in luce rossa $\lambda=700$ nm. La luce rossa è visibile solo ai bordi Nord e Sud (fig. 1) mentre non si vede al bordo Ovest quando il Sole sparisce dietro la colonna del Vanvitelli, nelle migliori condizioni di contrasto luminoso.

Asimmetria di posizione dei bordi Sud e Nord

Le misure dal 17 al 27 XII prese dalla verticale dell'immagine, da vicino, risultano meno in accordo alle effemeridi rispetto a quelle prese a 25° (fig. 2) che sono molto più scomode e meno adatte al contesto della Basilica, ma senza questa *proskynesis* non si può chiarire la differenza tra effemeridi e osservazioni al solstizio invernale vista tra il 2018 e il 2021. Il bordo Nord appare in media spostato di 8 ± 5 mm verso il 220, mentre il bordo Sud è 5.6 ± 6.5 mm verso il 215, così l'immagine s'accorcia più a Nord che a Sud.

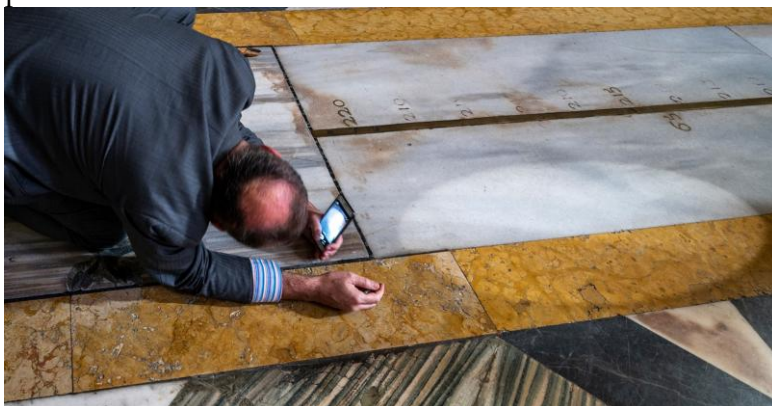


Fig. 2 Le misure della posizione del Sole il 22 XII 2022.

Con il Sole ancora vicino all'equatore avevamo verificato che

l'immagine del Sole si riflette anche dentro il marmo e così si prolunga di quasi 2 mm, che diventerebbero 5 mm al tropico del Capricorno, ma non sembra essere questa la causa delle differenze con le effemeridi. L'immagine invernale, più fioca e molto più grande, lunga 110 cm e larga 46 cm, si accorcia rispetto al suo centro un po' di più, cioè 2 mm, nella parte più distante dall'osservatore e più vicina al foro stenopeico. Inoltre il bordo settentrionale, verso il 215, viene osservato dal 220 al di là dell'immagine del Sole, mentre quello meridionale confina col buio vicino all'occhio. Il bordo Nord si immerge nel buio, mentre il Sud emerge dal buio: il livello di sensibilità dell'occhio può cambiare leggermente cercando il bordo dal buio alla luce rispetto al trovarlo dalla luce al buio, ma può esserci anche un effetto geometrico sottile, da modellizzare.

Il solstizio da misure di posizione come negli anni passati il fit parabolico porta con sé **l'effetto perielio**, per cui il Sole si allontana dal 220 più velocemente di quanto si avvicini, giacché il perielio segue il solstizio di 15 giorni circa. Il fit parabolico ha perciò una valenza più didattica che tecnica.

Infatti se l'ora del solstizio viene stimata alle 22:13 con i dati tra il 17 ed il 25, aggiungendo il dato del 26 Dicembre arretra alle 21:44 del 21 Dicembre, che è l'unico giorno in cui non si è riuscito ad osservare nulla. Tra il 17 ed il 27 su 11 giorni solo 1 è stato off, 3 ottimi e negli altri 7 abbiamo ottenuto dati.

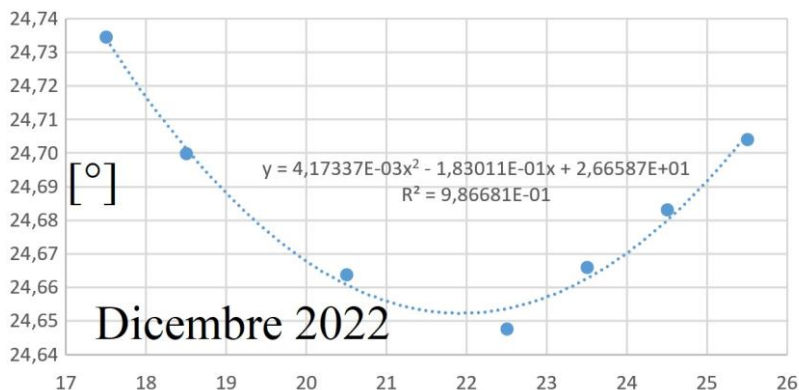


Fig. 3 Altezze del Sole alla meridiana Clementina. Solstizio invernale calcolato alle 22:13 del 21 dicembre, 34 minuti prima rispetto alle effemeridi IMCCE. L'effetto perielio arretra progressivamente il minimo della parabola, anche se da dati col Sole alla stessa altezza (metodo *alla Nicola Cusano*).

Alla meridiana dell'obelisco di San Pietro in Vaticano questo metodo si può applicare, ma non all'ombra e alla penombra che sono difficilissimi da determinare in piena luce del giorno. Nella fig. 3 ho fotografato l'Obelisco di Dogali, appena fuori santa Maria degli Angeli, e la sua ombra. La stella sommitale non si vede controsole, la sua ombra è sfumata, e si forma ad oltre 15 metri. A san Pietro questa distanza diventa 100 metri.

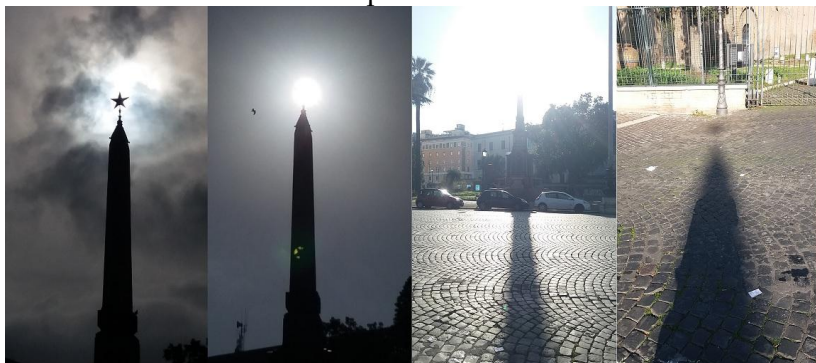


Fig. 4 Obelisco di Dogali a Roma, il 24 ed il 25 dicembre 2022. Dunque per le misure di posizione si possono sfruttare solo la

ghost image (la stella verde sullo sfondo dell'obelisco nella seconda immagine di fig. 3) e la proiezione al suolo con il telescopio sulla stessa linea di vista. La risoluzione angolare migliora in proiezione, ma il contrasto nelle giornate di foschia è basso. L'istante del transito è accurato alla frazione di secondo, ma il confronto della posizione apparente del Sole rispetto alla base della croce sopra l'obelisco tra due transiti dipende dalla posizione verticale dell'asse del telescopio. A 100 m di distanza dalla croce dell'obelisco 1 cm perpendicolare alla linea di visita corrisponde a 20", pari ad 1/60 dello spostamento del Sole tra il 12 ed il 19 dicembre 2022².



Fig. 5 Sole proiettato il 19 dicembre 2022 sulla meridiana di s. Pietro. Centro della lente del cannocchiale a 31 cm di altezza sulla meridiana e 66 cm di distanza verso l'obelisco, dalla stella nera del Capricorno. La proiezione in meridiano è a destra, col Sole dietro il profilo della base della croce sommitale.

Proiezioni del Sole alla meridiana di s. Pietro

I telescopi utilizzati monocoli da 7x18, 14x25 e 16x40 sono stati montati su treppiede e la lente obbiettiva è stata collocata in modo da formare un angolo di 25° con la stella nera del solstizio e l'orizzontale, così da essere allineata sempre nello

² 12 e 19 dicembre 2022 da San Pietro <https://youtu.be/H68rvNbZTGE>
28 dicembre <https://youtu.be/A1U7WkuXKYc>

stesso modo con l'obelisco e realizzare al meglio le condizioni delle misure differenziale.



Fig. 6 Le proiezioni meridiane del Sole dietro l'obelisco il 12, 19, 28 e 29 dicembre 2022; i tiranti, la base e l'asse verticale della croce sono ben visibili e servono per allinearle tra loro.

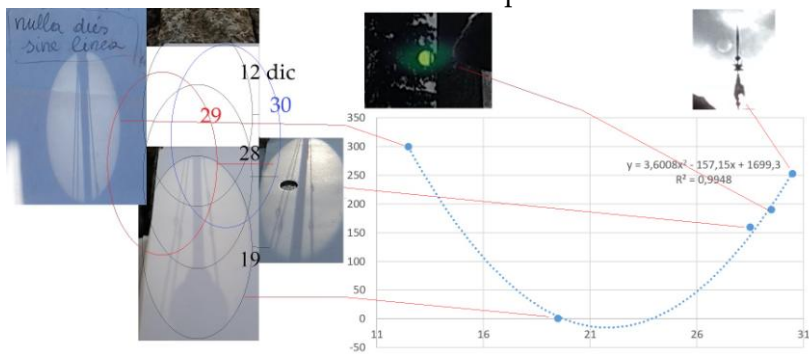


Fig. 7 Mediante i riferimenti della croce ho allineato le immagini del Sole ottenendo l'istante del solstizio il 21 dicembre alle 19:43±2 ore, tre ore prima delle effemeridi.

L'angolazione con cui l'immagine proiettata è stata ripresa rispetto alla verticale, varia da una ripresa all'altra, e si aggiunge all'errore sistematico del perielio con uno statistico.

L'obelisco-meridiana di san Pietro offre la possibilità di confrontare il passaggio meridiano del Sole con quello delle stelle e raggiungere così una migliore precisione sul solstizio.

Lungo la meridiana al Capricorno 1' corrisponde a 6 cm, quindi il puntamento può essere considerato preciso. Nelle immagini dirette il diametro del Sole è di 37 pixel, l'incertezza di 1 px corrisponde quindi ad 1' (per il 29 ed il 30 dicembre).

ΔT_1 e la de-rotazione della Terra si misura confrontando il ritardo/anticipo³ del passaggio sulla meridiana rispetto alle effemeridi. È possibile fare una media di questi tempi, presi rispetto all'orologio radiosincronizzato, visto che la parte della meridiana interessata da questa misura è la stessa entro 10 cm a s. Maria degli Angeli e entro 25 cm a san Pietro. La varianza della media di N dati è $1/\sqrt{N}$ l'incertezza del singolo dato che vale 0.25 s, ottenendo valori entro ± 0.1 s.

Analogamente si possono confrontare i dati del 2022 con i solstizi precedenti e troviamo a s. Maria degli Angeli ΔT_1 invariato entro ± 0.1 s.⁴ Anche a san Pietro abbiamo misurato i transiti meridiani del Sole il 12, 19 e 28-30 dicembre precisi al secondo con le effemeridi, ma sappiamo che uno spostamento minimo dell'asse dell'obbiettivo del telescopio rispetto all'asse della meridiana si riflette subito nella misura di 6.6 mm=1 s.



Fig. 8 Lente del telescopio in asse con la meridiana il 28 dic '22.

Il confronto tra il passaggio del Sole e di una stella fissa in meridiano era il metodo usato per determinare l'istante del solstizio e di tutti gli altri ingressi nei 12 segni zodiacali. Il problema posto dalla velocità variabile di avvicinamento al tropico, della coordinata altezza h , che addirittura si inverte di

³ Al solstizio invernale il passaggio meridiano a Santa Maria degli Angeli è in ritardo di 23 s, a piazza San Pietro è in anticipo di 18 s.

⁴<https://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/EarthOrientationData/eop.html>

segno viene risolto esaminando la longitudine eclittica o l'ascensione retta che crescono linearmente col tempo.

h è direttamente legata alla declinazione δ dall'equazione $h=90^\circ-(\text{latitudine}+\delta)$. La longitudine eclittica λ oppure l'ascensione retta α , hanno sì delle variazioni in velocità per la seconda legge di Keplero, ma sono molto più limitate, e quindi l'interpolazione lineare tra due osservazioni, prima e dopo il solstizio, va più che bene. Ho osservato Giove mentre era prossimo al punto γ d'Ariete dal 20 al 29 Dicembre 2022.

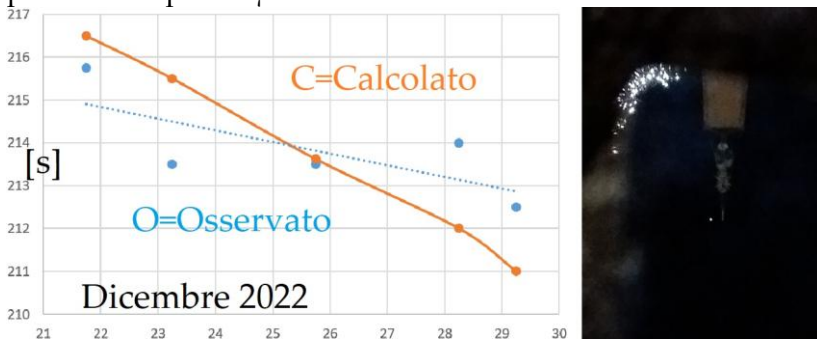


Fig. 9 Giove al meridiano dell'obelisco vaticano riflesso sullo specchietto posto sulla meridiana (a destra). Sull'asse y: tempo medio [s] che manca alle 24 ore tra un passaggio e l'altro.

Il giorno solare medio è 24 ore +30 s al perielio e -30 s all'afelio.

Il giorno siderale vale sempre 24 ore $-(3 \text{ m } 56 \text{ s}=236 \text{ s})$.

Lo scostamento O-C con O=osservato e C=calcolato (teoria) è dovuto al posizionamento dello specchietto al centro della linea meridiana di granito non orizzontale e liscio. O-C=2s significa che il ri-posizionamento ogni sera è stato esatto entro 3 mm. Le **misure** sono **differenziali**, ossia prese dallo stesso punto dello strumento e nelle stesse condizioni, proprio come abbiamo cercato di fare col Sole al solstizio invernale.

Oltre l'intervallo medio tra i transiti è passato di 24 ore - 3m 36s a 24h -3m 32s, che mostra chiaramente che **Giove** non è fisso e si muove verso Est (**in moto diretto**) ed anche **in accelerazione**, in modo da posticipare il suo passaggio rispetto

ad una stella fissa⁵ tra 20 e 24 secondi al giorno.

In questo modo abbiamo anche potuto valutare la differenza tra il passaggio del Sole e quello del punto γ d'Ariete in meridiano e stimare l'istante del solstizio invernale quando questa vale esattamente 6 ore, per interpolazione di una coppia di passaggi meridiani del Sole e del punto γ . Queste osservazioni oggi sono possibili solo all'obelisco di piazza san Pietro, poiché la finestra sopra il foro stenopeico di s. Maria degli Angeli non si può più aprire per le stelle e i pianeti.

Calcolo del solstizio invernale dal confronto Sole-Giove

Con Giove vicinissimo al punto γ abbiamo calcolato quando il transito del Sole era esattamente sei ore prima di quello del γ .

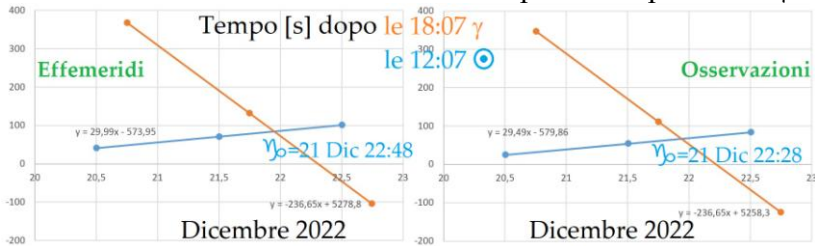


Fig. 10 Sinistra dati teorici da effemeridi, destra osservazioni.

Giove ha raggiunto il giorno 20 dicembre la longitudine $\lambda=0^\circ$ a latitudine eclittica $\beta=-1^\circ 20'$, per cui in meridiano il punto γ passava dopo Giove $80/15 \cdot \sin(\epsilon)$ [min]=2.11 min =127 s dopo.⁶

All'istante del transito di Giove del 20 Dicembre 2022 ho aggiunto 2 min 7 s per trovare il punto γ e poi ho sottratto 3 min e 56 s per la rotazione della Terra (tempo siderale) ogni giorno successivo. L'intersezione tra le due rette avviene 20 minuti in anticipo sul dato delle effemeridi per l'ingresso in Capricorno del Sole 21 dicembre 2022 alle 22:48. λ e β di Giove le ho prese dalle effemeridi, ma potevo sostituirle con le coordinate di una stella fissa vicina al punto γ o all'eclittica e

⁵ Il giorno siderale è pure influenzato dal $\Delta UT1$, ma in misura $< 1/3600$ s

⁶<https://www.youtube.com/playlist?list=PLJaer2KV49281o79YUMmJ9QAdUpOfI8QV> Tutti i transiti di Giove all'Obelisco Vaticano qui analizzati

seguire il metodo che usava Bianchini (1703) alla meridiana di s. Maria degli Angeli. Di fatto la costanza della rotazione terrestre permetteva di osservare un transito di una stella una sola volta, e quello del Sole almeno due volte, prima e dopo il “cardine dell’anno” cioè un solstizio o un equinozio, e la sua determinazione veniva fatta per interpolazione lineare e non parabolica come facciamo noi usando solo le posizioni.



Fig. 11 Il Sole e il Capricorno il 27 Dicembre 2022.

Nella foto 11 il bordo meridionale lambisce il numero 219, sotto di 202 mm dal 220, il cui segnale è immerso nel riflesso del finestrone. Il Capricorno è fatto da Francesco Tedeschi 1702 su disegno tratto dall'Uranometria di Johannes Bayer del 1603.

Metodi di Galileo e Cusano all'orizzonte per il solstizio venne riferito da Galileo per il tramonto al solstizio estivo: egli notava l'avvicinarsi progressivo del punto occiduo ad un promontorio e il suo riallontanarsi. È un metodo noto fin dalla notte dei tempi, così come lo era quello **di Nicola Cusano** che ha ottenuto la data del solstizio facendo la media tra due giorni in cui il Sole passava per lo stesso punto nel cielo (individuato da un tubo fisso, ma anche da un riferimento fisso all'orizzonte). Per il solstizio invernale 2022 abbiamo dati delle levate sui Colli Albani e dal lungomare di Pescara.



Fig. 12 Levate del Sole a Roma dai Colli Albani. La percentuale indicata a sinistra è dello spazio tra la vetta a sx e a dx del Sole. Il fit parabolico di questi dati restituisce il 22 dicembre h 12.

A Pescara abbiamo la webcam davanti allo stab. La Prora, da cui si può vedere il sorgere del Sole tutti i giorni dell'anno. Gli azimut del punto ortivo del Sole sono stati presi in pixel e divise per un segmento fisso individuato sul ponte sul mare.

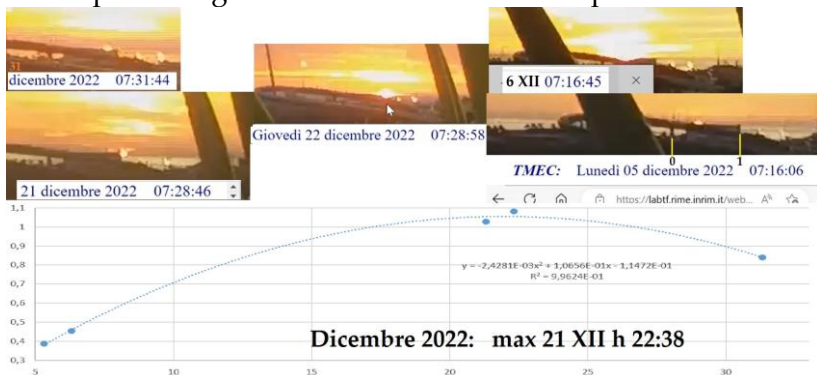


Fig. 13 Le levate attorno al solstizio invernale 2022 a Pescara, le posizioni sono in pixel dallo zero (riquadro del 5 dicembre) e normalizzate alla distanza tra lo zero e l'uno. Il solstizio viene con soli 10 minuti di anticipo sulle effemeridi (effetto perielio). Grazie alla posizione fissa della webcam e al riferimento preso sul Ponte del Mare che passa il Porto Canale (tra 0 e 1), abbiamo una determinazione del solstizio molto accurata.

Conclusioni: L'uso della meridiana Clementina dal 1999 al 2022, sempre al mezzodì, ci ha abituato a studiare gli ANNI CARDINES solstizi ed equinozi dal punto di vista dell'immagine solare sulla meridiana. La migliore precisione con cui si determinano gli istanti dei CARDINES è 1 mm su 1100 mm di immagine al solstizio invernale e su 210 all'estivo. La velocità in declinazione si annulla e servono tre punti distanziati per trovare l'istante del solstizio, affetti dall'apside, cioè perielio il 4 gennaio e afelio il 4 luglio, che rendono asimmetrica la parabola tra i tre punti. Agli equinozi 1 mm su 360 mm si realizzano con 11 mm all'ora di velocità in declinazione e quindi l'incertezza di 1 mm=6 minuti.

L'asimmetria riscontrata nel collocamento dell'orlo Nord e Sud

sul marmo di circa 2 mm influenza la procedura di analisi della posizione dell'immagine, oltre alla deviazione locale dal vero Nord della linea meridiana.

Le stesse problematiche si ritrovano a piazza san Pietro, dove il rivelatore (telecamera, specchio e telescopio per proiettare il Sole) deve essere collocato ogni osservazione nello stesso punto delle altre osservazioni per fare misure differenziali.

Nelle misure a s. Maria degli Angeli il Sole è proiettato sulla meridiana da un foro fisso, in quelle di san Pietro il Sole si staglia sulla croce sommitale vista da un punto fisso; a seconda del meteo lo si osserva in proiezione dal telescopio o direttamente con la telecamera.

Tuttavia da piazza san Pietro è possibile osservare anche le stelle, ed abbiamo seguito Giove sia per la sua forte luminosità che la vicinanza al punto γ d'Ariete. In questo modo abbiamo avuto la possibilità di conoscere l'istante del transito del punto γ e confrontarlo con quello del Sole, le cui effemeridi sono state validate al secondo: il solstizio invernale in Capricorno si ricava così entro 20 minuti dal vero.



Fig. 14 Il Sole bisecato dalla croce sull'obelisco il 30 XII alle 12.

Referenze C. Sigismondi: Gerbertus **14**, 57; 269; 287 (2021)

Video su [youtube](https://www.youtube.com/watch?v=...) di transiti e levate il mese di dicembre 2022.