

G. ARMELLINI
PROF. ORDINARIO ALL'UNIVERSITÀ DI ROMA
DIRETTORE DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMIC DI ROMA

I FONDAMENTI SCIENTIFICI DELLA ASTRONOMIA

I. Schema generale dell'universo sidereo. Oggetto e divisioni dell'astronomia. - II. La sfera celeste. Gli strumenti astronomici. - III. Le costellazioni. - IV. Il moto apparente del sole. Misura del tempo. Gnomonica. - V. Moto geocentrico ed eliocentrico dei pianeti. Le tre leggi di Keplero. - VI. La gravitazione universale. VII. Fondamenti della teoria delle orbite. - VIII. Elementi dell'orbita di un pianeta. Effemeridi dei pianeti. - IX. Calcolo di un'orbita con tre osservazioni. - X. La terra. Nozioni fondamentali di Geodesia. - XI. La rifrazione atmosferica. - XII. L'aberrazione annua delle stelle. - XIII. Parallassi diurne e annue. XIV. L'unità astronomica e le dimensioni del sistema planetario. - XV. La luna e le eclissi. - XVI. Precessione e nutazione. XVII. Cenni sopra la teoria della precessione lunisolare. XVIII. Parallassi e moti propri delle stelle. - XIX. Le velocità delle stelle e il moto del sole. - XX. Il sistema galattico. - XXI. I fondamenti della statistica stellare e il sistema locale. - XXII. La Metagalassia. - Appendice.

SECONDA EDIZIONE RIVEDUTA ED AMPLIATA

Con quarantotto figure

EDITORE ULRICO HOEPLI MILANO

1952

G. ARMELLINI
PROF. ORDINARIO ALL'UNIVERSITÀ DI ROMA
DIRETTORE DELL'OSSERVATORIO ASTRONOMIC DI ROMA

I FONDAMENTI SCIENTIFICI DELLA ASTROFISICA

I. Ricordi di fisica nucleare e di spettroscopia. - II. Ricordi di termodinamica e di fotometria. - III. Studio visuale del sole. La fotosfera solare. - IV. Studio spettroscopico del sole. Lo strato invertente. La cromosfera. La corona solare. - V. Teorie solari. VI. Metodi di osservazione dei pianeti. - VII. I grandi pianeti. VIII. I piccoli pianeti e le comete. - IX. La luna. - X. Le caratteristiche fisiche delle stelle. - XI. I tipi spettrali delle stelle. XII. Teorie stellari. - XIII. Le stelle variabili. - XIV. Le stelle binarie e multiple. Le binarie visuali. - XV. Le stelle binarie spettroscopiche. - XVI. Le stelle binarie fotometriche. - XVII. Cenni di fisica nebulare. - XVIII. La vita nell'Universo. - Appendice.

Con centodue figure



EDITORE ULRICO HOEPLI MILANO

1953

TUTTI I DIRITTI SONO RISERVATI

Industrie Grafiche Italiane STUCCHI - Milano - Via Marcona, 50
(Printed in Italy)

PREFAZIONE

Questo volume costituisce, per così dire, la continuazione od il complemento del mio trattato sopra « I fondamenti scientifici dell'Astronomia », edito dalla Casa Hoepli e che ha già visto la seconda edizione.

Come ebbi allora occasione di scrivere nella prefazione, l'astronomia generale, o posizionale — od astrometria, come spesso viene chiamata — che si occupa delle distanze, delle dimensioni, delle orbite, ecc. dei corpi celesti, costituisce la grande ossatura, il pilastro basilare della scienza dei cieli.

Ma, dopo aver solidamente stabilito questo pilastro fondamentale, dopo conosciuta (sia pure schematicamente e nelle grandi linee) la costituzione dell'Universo Sidereo, sorge il desiderio di studiare la natura fisica dei corpi che lo compongono: stelle, pianeti, satelliti, comete, meteoriti, nebulose diffuse, lucide ed oscure, gas e pulviscolo interstellare, ecc. Ed è appunto questo il magnifico campo riservato alla astrofisica e che potrebbe quasi paragonarsi al ricco fogliame, alla maravigliosa fioritura del grande albero che ha per tronco l'astrometria.

Ora si verifica per l'astrofisica, quanto già scrissi sopra l'astrometria, nella prefazione al mio libro sui « Fondamenti scientifici dell'Astronomia ». E cioè, anche per l'astrofisica, abbiamo vasti trattati dedicati specialmente agli astronomi di professione (e basterà qui ricordare i dieci volumi del grande « Handbuch der Astrophysik » di Berlino) ed abbiamo numerosi, ben fatti e piacevoli libri di divulgazione popolare. Difettano invece libri di astrofisica da porsi in mano ai nostri studenti; e cioè libri che trattino tutta la vasta materia, senza omettere nessun argomento importante e nello stesso tempo senza entrare in minuti dettagli; libri che siano scritti con chiarezza e brevità,

ed insieme anche con rigore scientifico e con i necessari sussidi del calcolo.

Ed appunto per colmare una tale lacuna, ho scritto questo libro, che — come il libro gemello sopra i fondamenti di astronomia — è principalmente dedicato agli studenti dei nostri corsi universitari. Ma esso può essere letto con frutto da tutti coloro, che s'interessino di cose astronomiche e che abbiano compiuto il primo biennio delle nostre facoltà di matematica e fisica; o che almeno possiedano gli elementi del calcolo infinitesimale ed abbiano le conoscenze fondamentali di fisica.

Mentre ringrazio l'Editore della cura posta per la buona riuscita di questo libro, mi auguro che esso incontri da parte degli studiosi lo stesso favore che ha avuto il mio trattato sopra i fondamenti di astronomia.

G. ARMELLINI

BIBLIOGRAFIA ASTROFISICA

I. - Trattati.

Limitandoci ai principali trattati moderni, scritti con indirizzo nettamente scientifico, ricorderemo anzitutto il grande *Handbuch der Astrophysik* (Berlin, Springer) in sette volumi (di cui alcuni doppi) e quindi

- G. ABETTI: *Il Sole* (Milano, Hoepli, 1952).
 R. G. AITKEN: *The binary stars* (New York, Mac Murtrie, 1918).
 G. ARMELLINI: *Trattato di Astronomia Siderale*, Vol. I: *Parte Generale*; Vol. II: *Le Stelle*, Vol. III: *Le Nebule* (Bologna, Zanichelli, 1936).
 W. BECKER: *Sterne und Sternsysteme* (Leipzig, Steinkopff, 1950).
 J. BOSLER: *Astrophysique* (Paris, Hermann, 1928).
 G. BRUHAT: *Le Soleil* (Paris, Alcan, 1931).
 C. F. CHAMBERS: *The story of the comets* (Oxford, Clarendon, 1909).
 S. CHANDRASEKHAR: *An introduction to the study of the stellar structure* (Chicago, Un. Press, 1950).
 A. EDDINGTON: *The internal constitution of the stars* (Cambridge, Un. Press, 1926).
 A. FRESA: *La Luna* (Milano, Hoepli, 1952).
 K. GRAFF: *Grundriss der Astrophysik* (Leipzig, Teubner, 1928).
 J. JEANS: *The Universe around us* (Cambridge, Univ. Press, 1929).
 J. JEANS: *Astronomy and Cosmogony* (Cambridge, Univ. Press, 1928).
 M. MAGGINI: *Il pianeta Marte* (Milano, Hoepli, 1939).
 G. MÜLLER und E. HARTWIG: *Geschichte und Literatur des Lichtwechsels der veränderlichen Sterne* (Leipzig, Poeschel, 1920), completato da H. SCHNELLER (Akad. Verlag, Berlin, 1952) per quanto riguarda la letteratura delle stelle variabili nel periodo 1915-1950.
 C. P. OLIVIER: *The meteors* (Baltimore, Wilkins, 1925).
 C. H. PAYNE: *Stellar atmospheres* (Cambridge Obs. Mass. 1925).
 C. H. PAYNE: *Variable stars* (Harvard monogr. 5: 1938).
 S. ROSSELAND: *Astrophysik auf atom. Grundlage* (Berlin, Springer, 1931).
 K. SCHILLER: *Einführung in das studium der veränderlichen Sterne* (Leipzig, Barth, 1923).

- H. SIEDENTOPFF: *Grundriss der Astrophysik* (Stuttgart, Wiss. Verlag, 1950).
 O. STRUVE: *Stellar evolution* (Princeton, Univ. Pr. 1950).
 A. UNSOLD: *Physik der Sternatmosphären* (Berlin, Springer, 1938).

II. - Riviste.

Oltre ai *Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei Lincei* (Roma), alle *Memorie della Società Astronomica Italiana* (Milano) ed al *Coelum* (Bologna), che pubblicano spesso lavori di grande interesse astrofisico, ricordiamo tra le principali riviste periodiche dedicate espressamente all'astrofisica, le seguenti:

- Astrophysical Journal* (Chicago).
Zeitschrift für Astrophysik (Berlin).
Annales d'Astrophysique (Paris).
Contributions de l'Institut d'Astrophysique de Paris (Paris).
Effemeridi delle stelle variabili ad eclissi (pubblicato annualmente in latino «sine flexione» dall'Osservatorio di Cracovia).

III. - Cataloghi ed Atlanti.

- R. G. AITKEN: *New General Catalogue of double stars* (Washington, Carnegie Inst., 1932); completato da INNES per l'emisfero australe.
 M. F. BALDET: *Liste générale des comètes de l'origine à 1948* (Ann. du Bureau des Longitudes de Paris, 1950).
 E. E. BARNARD: *A photographic atlas of selected regions of the Milky Way* (Washington, Carnegie Inst., 1927).
 F. BECKER: *A preparatory catalogue for a durchmusterung of nebulae* (Pubbl. Specola Vaticana, XIII, 1928).
 A. CANNON and E. PICKERING: *The Henry Draper catalogue of the stellar spectra* (Ann. Harvard Observatory, vol. XCI e seguenti, 1918-24, con supplementi pubblicati dopo il 1924 negli stessi annali).
 S. DREYER: *New General Catalogue of nebulae etc.* (Mem. R. Astronomical Society, 1888; con supplemento id. id. 1895).
 J. HAGEN S. J.: *Rassegna delle nebulose oscure* (Pubbl. Specola Vaticana, XIV, 1931).
 J. HAGEN S. J.: *Atlas Stellarum Variabilium* (L'opera fu iniziata nel 1899 e le prime serie furono pubblicate a Berlino dall'editore Dames; dopo la morte del P. Hagen, la serie VIII e ss. sono state pubblicate dal suo successore J. Stein S. J., nuovo Direttore della Specola Vaticana, per cura della tipografia dell'Università Gregoriana di Roma).
 M. LOEWY et P. PUISEUX: *Atlas photographique de la Lune* (Observatoire de Paris, 1900).
 J. H. MOORE: *Catalogues of spectroscopic binary stars* (I più importanti sono il terzo, quarto e quinto catalogo, contenuti nei bollettini dell'Osservatorio di Lick, n. 355, vol. XI, 1924; n. 483, vol. XVIII, 1936 e n. 521, vol. XX, 1950).

- W. W. MORGAN, P. C. KEENAN and E. KELLMAN: *Atlas of stellar spectra* (Yerkes Observatory, Chicago, 1943).
 V. KUKARKIN e P. PARENAGO: *Catalogo generale delle stelle variabili* (Mosca, Accademia delle Scienze, 1948; in russo).
 E. PICKERING: *Revised Harvard Photometri - A catalogue of photometric magnitudes and spectra of stars etc.* (Ann. Harvard Observatory, vol. L, 1908; con supplemento id. id., vol. LIV).
 F. E. ROSS and M. R. CALVERT: *Atlas of the Milky Way* (Yerkes Observatory, Chicago, 1934).
 J. SCHMIDT: *Charte der Gebirge des Mondes* (Berlin, 1878).

Terminando, notiamo che negli annuari astronomici di alcuni Osservatori (ad es. nel *Nautical Almanac*, pubblicato annualmente dall'Osservatorio di Greenwich) si trovano molti dati, utili per le osservazioni astrofisiche. In particolare, essi riportano le grandezze fotometriche ed i tipi spettrali di molte stelle, l'angolo di posizione dell'asse di rotazione e le coordinate eliocentriche del centro del disco apparente del Sole, calcolate di giorno in giorno; l'angolo di fase di Mercurio e Venere, l'angolo di posizione dell'asse di rotazione e le coordinate planetocentriche del centro del disco apparente di Marte, di Giove, di Saturno, ecc.

INDICE

<i>Prefazione</i>	VII
<i>Bibliografia</i>	IX

PARTE PRIMA

NOZIONI GENERALI

(Fisica nucleare - Spettroscopia - Termodinamica - Fotometria)

CAPITOLO I

RICORDI DI FISICA NUCLEARE E DI SPETTROSCOPIA

1. Il nucleo atomico. Trasformazione degli elementi. Equazioni nucleari	3
2. Elementi ionizzati. Potenziale di ionizzazione	6
3. Orbite quantiche dell'idrogeno	8
4. Serie di Balmer. Serie di Pickering	11
5. Orbite quantiche generali	14
6. Serie spettrali	16
7. Elementi ionizzati. Spettro di arco e di scintilla	19
8. Spettri molecolari. Spettri a bande.	20
9. Effetti spettroscopici	21
10. Nozioni pratiche. Spettri di alcuni elementi di speciale importanza per l'astrofisica. Formula di Hartmann	23

CAPITOLO II

RICORDI DI TERMODINAMICA E DI FOTOMETRIA

11. Cenni sopra la teoria cinetica dei gas	31
12. Trasformazioni adiabatiche dei gas	33
13. Legge di Kirchhoff. Corpo nero. Formula di Planck. Leggi di Wien e di Stefan. Temperatura delle stelle	35
14. Albedine e temperatura effettiva dei pianeti	41
15. Temperatura dei gas interstellari.	43
16. Pressione dell'energia	45
17. Densità di energia	47
18. Inversione degli spettri. Spettri stellari	48

PARTE SECONDA
FISICA SOLARE

CAPITOLO III

STUDIO VISUALE DEL SOLE. LA FOTOSFERA SOLARE

19. Nozioni generali	53
20. La fotosfera solare. Osservazioni visuali dirette e per proiezione. Osservazioni fotografiche	50
21. Macchie solari. Rotazione del Sole	60
22. Coordinate eliografiche. Traiettoria apparente delle macchie sul disco solare	61
23. Zone Regie. Frequenza delle macchie solari. Numeri relativi al ciclo di Wolf	66
24. Dettagli descrittivi sopra le macchie. Effetto Wilson. Temperatura effettiva delle macchie	69
25. Offuscamento al bordo. Facule. Granulazioni	71
26. La costante solare. Temperatura effettiva del Sole. Variazioni della energia irradiata dal Sole e pulsazioni solari in connessione col ciclo delle macchie	76

CAPITOLO IV

STUDIO SPETTROSCOPICO DEL SOLE
(Lo strato invertente - La cromosfera - La corona solare)

27. Generalità	81
28. Spettro del Sole. Spettro flash. Tavole di Rowland. Analisi qualitativa dello strato invertente	83
29. Profili delle righe spettrali. Analisi chimica quantitativa dello strato invertente. Temperatura spettroscopica del Sole	86
30. Distribuzione degli elementi chimici nell'atmosfera solare	93
31. Distribuzione dell'energia nello spettro solare. Bolometro spettrale di Langley	94
32. Spettro delle macchie solari. Effetto Zeeman. Effetto Evershed	96
33. Cromosfera. Protuberanze quiescenti ed eruttive	100
34. Spettroeliografo. Spettro registratore di velocità. Spettroelioscopia	104
35. Fiocchi. Filamenti	107
36. La rotazione del Sole	109
37. La corona solare. Il coronografo	112

CAPITOLO V

TEORIE SOLARI

38. Le sorgenti dell'energia solare	117
39. Reazioni nucleari nell'interno del Sole e delle stelle. Trasformazione dell'idrogeno in elio	120

40. Preliminari sopra la costituzione interna del Sole e delle stelle. Comportamento dei gas altamente ionizzati. Applicazione del teorema del viriale	125
41. Teoria adiabatica e teoria dell'equilibrio radiativo	127
42. Equilibrio convettivo. Equazione canonica di Emden	129
43. Studio dell'equazione di Emden. Stella tipica	132
44. Soluzione del problema dell'equilibrio stellare adiabatico, conoscendo la massa totale ed il raggio dell'astro	135
45. Equilibrio radiativo delle stelle	138
46. Soluzione approssimata di Eddington. Applicazione al Sole	140
47. Origine delle macchie solari. Ipotesi di Bjerknes	142
48. Teoria della cromosfera	144
49. Teoria della corona solare	147
50. Emissione corpuscolare del Sole	149
51. Rumori solari	155

PARTE TERZA

FISICA PLANETARIA

CAPITOLO VI

METODI DI OSSERVAZIONE DEI PIANETI

52. Osservazioni visuali dei pianeti	159
53. Osservazioni fotografiche dei pianeti	161
54. Osservazioni fotometriche dei pianeti. Diametri fotometrici	162
55. Osservazioni spettroscopiche dei pianeti	166
56. Osservazioni termoelettriche dei pianeti	169
57. Osservazioni polarimetriche dei pianeti	170

CAPITOLO VII

I GRANDI PIANETI

58. Generalità sui pianeti esterni ed interni	173
59. Pianeti interni. Mercurio	175
60. Venere	177
61. Marte. Generalità	182
62. Piante di Marte. Calotte polari. Mari e terre marziani	184
63. I canali di Marte	189
64. Atmosfera di Marte. Abitabilità di Marte	192
65. Giove. Generalità	193
66. Dettagli fisici. Atmosfera di Giove. Bande. Macchia rossa	194
67. Rotazione di Giove	197
68. Saturno	197
69. Gli anelli di Saturno	199
70. I due pianeti gemelli. Urano e Nettuno	204
71. Il pianeta eccezionale. Plutone	205

CAPITOLO VIII

I PICCOLI PIANETI E LE COMETE

72. Cenni storici e statistici sui piccoli pianeti	209
73. Ricerca dei piccoli pianeti	212
74. Caratteristiche fisiche dei piccoli pianeti	216
75. Le comete. Cenni storici e statistici	219
76. Nomenclatura ed osservazioni delle comete. Costituzione generale	222
77. Fotometria delle comete	224
78. Spettrografia delle comete	226
79. Teoria sopra la formazione della coda delle comete. Leggi di Bredichin	227
80. Comete e meteoriti	230

CAPITOLO IX

LA LUNA

81. Generalità	237
82. Topografia lunare	239
83. Fotometria e polarimetria della Luna	247
84. Ipotesi selenografiche	251

PARTE QUARTA

FISICA STELLARE

CAPITOLO X

LE CARATTERISTICHE FISICHE DELLE STELLE

85. Ricordi di astronomia posizionale. Generalità	259
86. Grandezze monocromatiche delle stelle	261
87. Grandezze bolometriche. Indice bolometrico od indice di calore	267
88. Origine della scala delle grandezze	270
89. Grandezze assolute e luminosità stellari. Stelle giganti e nane	275
90. Digressione sopra le misure interferometriche stellari	277
91. Diametri delle stelle	281
92. Densità e masse stellari	283

CAPITOLO XI

I TIPI SPETTRALI DELLE STELLE

93. Cenni storici. I tipi di Secchi. Principi generali	288
94. Osservazioni spettrali. Spettrografo. Misuratore di lastre. Prisma obbiettivo o camera prismatica	291
95. La classificazione spettrale di Harvard. I sei tipi fondamentali	294

96. Differenze tra gli spettri delle stelle giganti e quelli delle stelle normali appartenenti alla «sequenza principale». Parallassi spettroscopiche	298
97. Descrizione dei tipi spettrali di Harvard	301
98. Diagramma di Russell	304
99. Composizione chimica qualitativa e quantitativa delle atmosfere stellari	310

CAPITOLO XII

TEORIE STELLARI

100. Teorema di Lane	313
101. Complementi alla teoria dell'equilibrio radiativo. Equazione di Eddington sul rapporto tra la pressione del gas e la pressione totale	316
102. Relazione tra la massa e l'energia irradiata da un astro. Metodo di Eddington	318
103. Teoria del diagramma di Russell	322
104. Ricerche moderne sopra la costituzione e l'evoluzione stellare	324

CAPITOLO XIII

LE STELLE VARIABILI

105. Generalità. Classificazione delle stelle variabili	329
106. Osservazione di stelle variabili	332
107. Data delle osservazioni. Giorno giuliano. Riduzione al Sole	335
108. Costruzione delle curve di luce	337
109. Le stelle «novae» o stelle temporanee	338
110. Fenomeni spettroscopici delle stelle nuove. Ipotesi sopra l'origine di queste stelle	342
111. Le variabili irregolari	347
112. Le variabili a lungo periodo, o variabili rosse, o Mireidi	348
113. Le variabili intermedie, o variabili gialle	353
114. Le variabili a breve periodo, o variabili bianche, o Cefei	355
115. La legge di Leavitt	359

CAPITOLO XIV

LE STELLE BINARIE E MULTIPLE

Le binarie visuali

116. Generalità. Binarie fotometriche, spettroscopiche e visuali	365
117. Osservazioni micrometriche di stelle doppie. Potere risolutivo del cannocchiale	368
118. Osservazioni interferometriche di stelle doppie	371
119. Orbita apparente ed orbita reale. Nozioni preliminari	372

Indice	
XVIII	
120.	Costruzione dell'orbita apparente. Metodo grafico di Glasenapp 375
121.	Costruzione dell'orbita reale. Metodo grafico di Zwiers 376
122.	Costruzione dell'orbita reale. Metodo analitico di Kowalsky 379
123.	Determinazione degli elementi temporali. Costruzione dell'effem- ride di un sistema binario. Miglioramento dell'orbita 381
124.	Risultati delle ricerche 383

CAPITOLO XV

LE STELLE BINARIE SPETTROSCOPICHE

125.	Le stelle binarie spettroscopiche. Riduzione al Sole. Diagramma delle velocità radiali. Asse baricentrico 385
126.	Orbita spettroscopica. Metodo di Lehmann 386
127.	Fattori di massa. Binarie spettrofotometriche 395
128.	Risultati delle ricerche 396

CAPITOLO XVI

STELLE BINARIE FOTOMETRICHE

129.	Binarie fotometriche o variabili ad eclisse. I tre tipi fondamentali 403
130.	Il tipo di Algol, o delle variabili ad eclissi parziali 404
131.	Il tipo di U Cephei, o delle variabili ad eclissi anulari e totali 408
132.	Il tipo di β Lyrae, o delle variabili ad eclissi a variazione continua 410
133.	Principi per il calcolo dell'orbita fotometrica 412
134.	Determinazione dell'orbita fotometrica approssimata. Tipo ad eclissi totali ed anulari 417
135.	Tipo ad eclissi parziali 421
136.	Rotazione e campo magnetico stellare 425

CAPITOLO XVII

GENNI DI FISICA NEBULARE

Le nebulose diffuse e la materia interstellare

137.	La materia interstellare. Le righe stazionarie degli spettri. L'ec- cesso di colore delle stelle lontane 429
138.	Le nebulose diffuse lucide. Spettro e densità 432
139.	Nebulose diffuse oscure 435
140.	Le nebulose planetarie 437
141.	Gli Ammassi Globulari di stelle. 442

CAPITOLO XVIII

LA VITA NELL'UNIVERSO

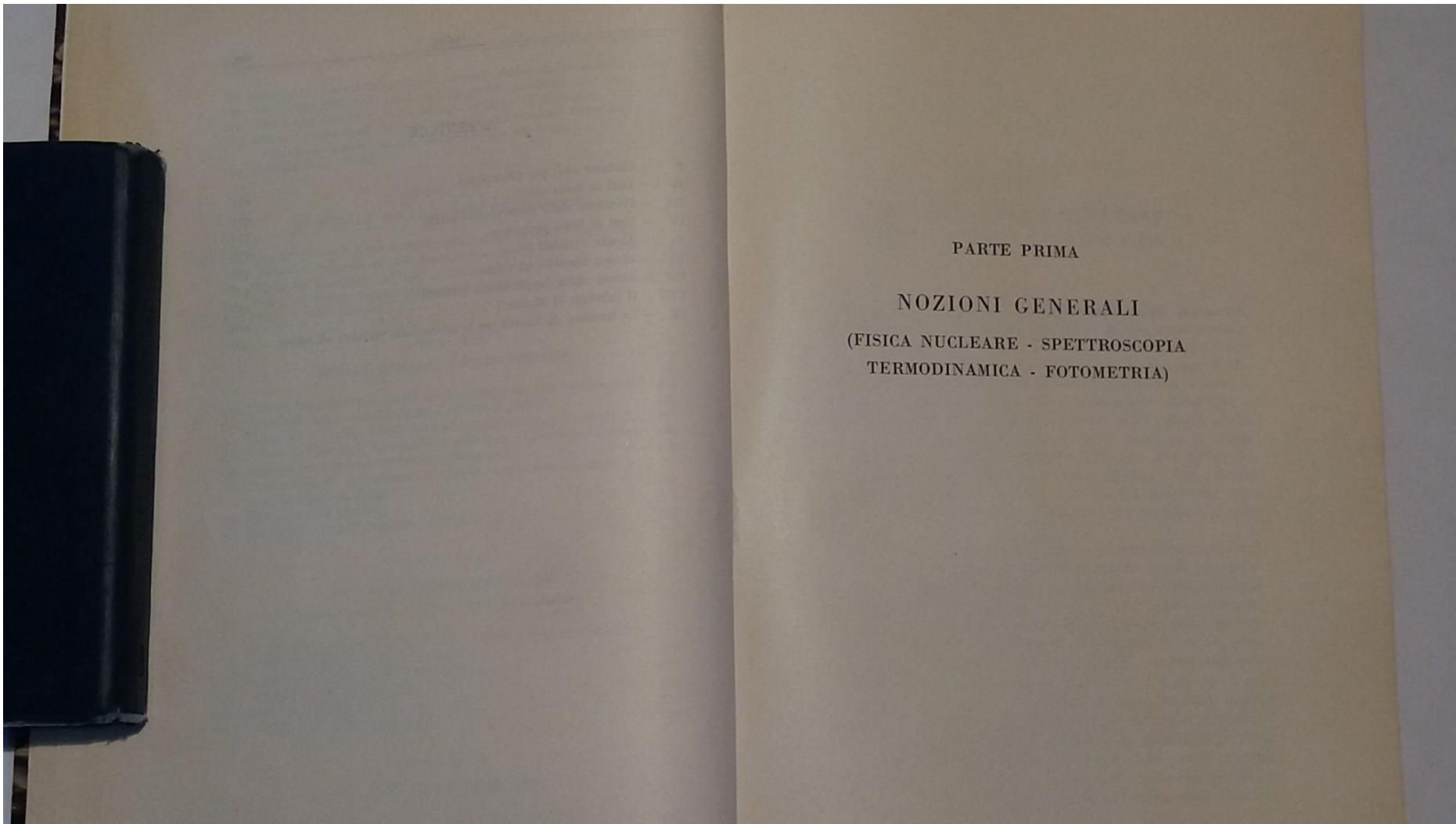
142.	La vita nell'Universo 447
------	-------------------------------------

Indice

XIX

APPENDICE

I	- Costanti utili per l'Astrofisica 453
II	- Dati di fisica solare 454
III	- Principali righe dello spettro solare 454
IV	- Dati di fisica planetaria 456
V	- Alcune variabili fisiche 456
VI	- Alcune variabili ad eclisse 458
VII	- Alcune stelle doppie molto brillanti 458
VIII	- Il catalogo di Messier 459
IX	- La funzione di Russell per le orbite delle variabili ad eclisse 462



CAPITOLO I

RICORDI DI FISICA NUCLEARE
E DI SPETTROSCOPIA

1. Il nucleo atomico. Trasformazione degli elementi. Equazioni nucleari. — Il presente volume fa seguito a quello sopra *I fondamenti scientifici dell'astronomia*, nel quale esaminammo per così dire l'ossatura dell'Universo Sidereo, e cioè le distanze, le dimensioni, le masse, le velocità, ecc. dei corpi celesti; vale a dire, ci occupammo principalmente delle loro caratteristiche *geometriche e meccaniche*. Dobbiamo ora iniziare lo studio delle caratteristiche *fisiche* ed, a tale scopo, premettiamo un breve riassunto di alcune teorie che servono di base all'astrofisica moderna. Ben inteso, ci limiteremo soltanto a semplici ricordi sopra argomenti che i nostri lettori conoscono già dai corsi di fisica e di chimica; coloro che desiderassero cognizioni più estese potranno consultare trattati di queste due discipline.

Come è noto, l'*atomo* si compone (o si immagina composto) di un *nucleo* centrale caricato *positivamente* che ha massa preponderante e di uno sciame di *elettroni* caricati *negativamente* (ciascuno con carica elettrica — e eguale a circa $4,77 \cdot 10^{-10}$ unità elettrostatiche, o $1,59 \cdot 10^{-19}$ coulomb) che sono attratti dal nucleo e gli ruotano intorno, come i pianeti ruotano intorno al Sole. Il nucleo, a sua volta, è costituito da *protoni* (in numero eguale a quello degli elettroni e ciascuno con carica elettrica positiva e di $4,77 \cdot 10^{-10}$ un. elettrostatiche) e da *neutroni* — scoperti nel 1932 dal fisico inglese J. Chadwick — che non hanno nessuna carica elettrica, nè positiva nè negativa; donde il loro nome. La massa del protone è presso a poco eguale a quella del neutrone e cioè a circa $1,66 \cdot 10^{-24}$ grammi, mentre la massa μ dell'elettrone è circa 1820 volte più piccola, e cioè si ha $\mu = 9,0 \cdot 10^{-28}$ grammi. Poichè il numero degli elettroni

esterni è sempre poco elevato (al massimo, nel caso dell'Uranio, si hanno, 92 elettroni) ne risulta che, con grande approssimazione, il peso dell'atomo, o *peso atomico*, è dato dal numero complessivo dei protoni e dei neutroni che compongono il nucleo. Inoltre, poichè il numero dei protoni è eguale a quello degli elettroni e poichè le loro cariche elettriche sono eguali e di segno contrario, l'atomo risulta elettricamente neutro.

Ciò posto, indichiamo con P il peso atomico, con N il numero dei neutroni e con Z quello dei protoni che è anche eguale al numero degli elettroni. Avremo allora immediatamente

$$P = N + Z$$

(1)

Il numero Z si chiama *numero atomico* e si dimostra, in chimica, che esso è precisamente eguale a quello del posto che occupa l'elemento nel sistema periodico degli elementi chimici di Mendelejeff. Così p. es. l'idrogeno ha peso atomico $P = 1$ ed, essendo il primo elemento nel sistema periodico, ha pure numero atomico $Z = 1$; ne risulta quindi $N = 0$ e cioè l'atomo d'idrogeno risulta composto di un solo protone (che costituisce il suo nucleo) e di un solo elettrone esterno. L'elio occupa invece il secondo posto nel sistema periodico, onde si ha per esso $Z = 2$ e quindi — poichè il peso atomico P dell'elio è eguale a 4 — si ha $N = 2$; e cioè il suo atomo risulta composto di due protoni e di due neutroni che formano il nucleo e di due elettroni esterni. L'uranio ha il posto 92 nel sistema periodico e peso atomico $P = 238$; il suo atomo è quindi formato da un nucleo composto di 92 protoni e 146 neutroni e da 92 elettroni esterni.

Per brevità, si chiama *deuterio* — e s'indica spesso con D — l'insieme di un protone e di un neutrone; come pure si chiama *particella α* il nucleo dell'elio e cioè l'insieme di due protoni e di due neutroni.

Osserviamo ora che quando i nuclei atomici sono colpiti da un bombardamento di protoni, o di neutroni o di particelle α che riescano a superare la barriera elettronica che circonda il nucleo, qualche protone o neutrone può sfuggire od essere trattenuto dal nucleo stesso.

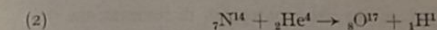
Ora, da quanto si è detto, risulta che, se al nucleo atomico si toglie o si aggiunge qualche protone, l'elemento cambia di posto nel sistema periodico degli elementi e cioè si trasforma in un altro elemento chimico. Se invece al nucleo si aggiunge o si toglie qualche neutrone, si altera il peso atomico, ma l'elemento rimane allo stesso posto

e cioè si ottiene un *isotopo* ($\iota\sigma\omicron\varsigma$ = eguale; $\tau\acute{o}\pi\omicron\varsigma$ = luogo) dello stesso elemento chimico. Così p. es. se al nucleo dell'atomo dell'idrogeno ordinario, composto di un solo protone, si aggiunge un neutrone, si ottiene l'idrogeno pesante o deuterio che, con l'ossigeno, forma l'acqua pesante (D_2O mentre H_2O indica l'acqua ordinaria); se si aggiungono due neutroni, si ha l'idrogeno pesantissimo (tritio), ecc. Se aggiungiamo invece al nucleo idrogenico un secondo protone, si ottiene un isotopo dell'elio; se vi aggiungiamo due protoni, abbiamo un isotopo del litio, ecc.

Per convenzione, i moderni rappresentano i nuclei atomici col simbolo chimico dell'elemento, preceduto in basso dal numero atomico Z e seguito in alto (a modo di esponente) dal peso atomico P . Così p. es. ${}_1H^1$ indica il nucleo dell'idrogeno ordinario, ${}_2H^2$ il nucleo dell'idrogeno pesante, ${}_2He^4$ il nucleo dell'elio, ${}_{92}U^{238}$ il nucleo dell'uranio, ecc. L'elettrone, che ha massa praticamente nulla e carica -1 , si rappresenta con ${}_{-1}e^0$; il positrone (elettrone positivo) con ${}_{+1}e^0$.

Ciò posto, le trasformazioni degli elementi chimici possono rappresentarsi per mezzo di equazioni — dette *equazioni nucleari* — in cui ovviamente, rimanendo invariato il numero totale dei protoni, come anche quello dei neutroni, la somma degli indici inferiori al primo membro deve essere eguale a quella degli indici inferiori al secondo membro; ed analogamente la somma degli indici superiori al primo membro deve essere eguale alla somma degli indici superiori al secondo membro.

Così, nella celebre trasformazione dell'azoto in ossigeno, eseguita per la prima volta nel 1919 da Rutherford mediante un bombardamento di particelle α , si ha:



dove una miscela di azoto (N) e di elio (He) viene cambiata in una miscela di un isotopo dell'ossigeno (O) e di idrogeno (H). Osserviamo che la somma degli indici inferiori è eguale a 9 nei due membri, e quella degli indici superiori è eguale a 18 nei due membri.

Come vedremo, tali reazioni nucleari — e specialmente la trasformazione dell'idrogeno in elio — avvengono nell'interno delle stelle e ad esse si deve principalmente la produzione dell'energia (luce e calore) irradiata dagli astri. Nei laboratori, varie reazioni vengono prodotte col metodo di Fermi e cioè bombardando i nuclei atomici con neutroni animati da velocità relativamente piccola, o neutroni lenti. Questi, non avendo carica elettrica, penetrano tra

i protoni del nucleo e vi rimangono rendendo il nucleo instabile, oppure trasformandosi in protoni (per emissione di un elettrone) ed alterando il numero atomico dell'elemento.

2. Elementi ionizzati. Potenziale di ionizzazione. — Può avvenire che, a causa di un urto tra un atomo di un gas con un altro atomo, o con un fotone, l'atomo urtato perda uno dei Z elettroni che ruotano intorno al suo nucleo; in generale, si perde l'elettrone più lontano e quindi meno legato col nucleo stesso. L'atomo si dice allora *ionizzato* e si chiama *potenziale di ionizzazione J* il lavoro necessario per effettuare la ionizzazione.

Il potenziale di ionizzazione J si misura usualmente in *volta-elettroni*, intendendo per volta-elettrone l'energia acquistata da un elettrone passando, in un campo elettrico, attraverso la differenza di potenziale di un volt. Poiché la carica elettrica di un elettrone è $1,59 \cdot 10^{-19}$ coulomb e cioè unità elettrostatiche $4,77 \cdot 10^{-10}$ ed il volt è eguale ad $1/300$ dell'unità elettrostatica teorica, il volta-elettrone risulta eguale ad un lavoro di $1,59 \cdot 10^{-12}$ erg.

Riportiamo i potenziali di ionizzazione degli elementi più comuni nella seguente tabella:

He	24,48	Ni	8,65	Ca	6,09
N	14,50	Si	8,14	Al	5,95
O	13,50	Fe	7,83	Sr	5,65
H	13,54	Mg	7,61	Li	5,36
C	11,22	Mn	7,40	Na	5,11
Be	9,29	Ti	6,80	K	4,33

Dalla tabella appare subito che i potenziali di ionizzazione dell'elio e dell'idrogeno sono molto più elevati di quelli degli elementi metallici, e ciò spiega perchè nelle stelle ad alta temperatura (in cui gli urti atomici sono violenti a causa del rapido movimento degli atomi gassosi) non compaiono nello spettro le righe metalliche, mentre sono molto intense le righe dell'idrogeno e dell'elio.

Notiamo che se l'urto è molto forte, l'atomo può perdere un secondo elettrone e si dice allora *doppiamente ionizzato*; analogamente abbiamo atomi triplamente, quadruplicemente ionizzati ecc. Il lavoro necessario a togliere il secondo elettrone si chiama *potenziale di seconda ionizzazione* ed è generalmente assai elevato; per l'elio p. es. è eguale a volt 54,16.

Modernamente s'indicano spesso col numero romano I gli atomi

non ionizzati, con II quelli semplicemente ionizzati, con III quelli doppiamente ionizzati, ecc. È ancora usata pure l'antica dizione, con la quale gli atomi semplicemente ionizzati s'indicavano col segno $+$, appunto perchè (avendo perduto un elettrone) risultano carichi positivamente; quelli doppiamente ionizzati con $++$ ecc. Così, per indicare un atomo di ferro semplicemente ionizzato, si può scrivere FeII, oppure Fe^+ .

Supponiamo ora di avere in un recipiente una miscela di gas e di elettroni liberi ed indichiamo con E il numero degli elettroni liberi contenuti in un centimetro cubo. Consideriamo uno dei gas della miscela, p. es. elio, e supponiamo che in centimetro cubo del recipiente vi siano N atomi neutri ed N' atomi semplicemente ionizzati di questo gas.

Allora, il numero degli atomi di elio che si ionizzeranno ogni minuto secondo sarà evidentemente proporzionale ad N , mentre invece il numero degli atomi già ionizzati che nello stesso tempo recupereranno l'elettrone perduto sarà proporzionale sia ad N' che ad E , e cioè al prodotto $E N'$. Nello stato di regime avremo dunque

$$(3) \quad \alpha N = \beta E N'$$

dove α e β sono due coefficienti che potranno dipendere soltanto dal potenziale di ionizzazione J e dalla violenza degli urti e cioè dalla temperatura assoluta T del gas.

Partendo da questi principi, il fisico indiano Meg Nada Saha è giunto all'equazione *approssimata*:

$$(4) \quad \log \frac{E N'}{N} = 15,4 + 1,5 \log T - \frac{5050 J}{T}$$

dove i logaritmi sono a base decimale.

La (4), che si chiama *equazione di ionizzazione*, ha un'importanza basilare nello studio delle atmosfere stellari, come tra breve vedremo. Ma intanto possiamo osservare che essa ci mostra come il rapporto N'/N tra il numero degli atomi ionizzati e quelli degli atomi neutri di uno stesso elemento *cresce con la temperatura e diminuisce col crescere del potenziale di ionizzazione J* . Inoltre la (4) ci dice che, se noi conosciamo dalle osservazioni (p. es. dalle intensità delle righe spettrali) il rapporto tra gli atomi neutri e ionizzati di uno stesso elemento e conosciamo pure il suo potenziale di ionizzazione J e la temperatura assoluta T , risulta immediatamente noto E . In

tal modo si trova che in un centimetro cubo dell'atmosfera solare (strato invertente) vi sono circa $8 \cdot 10^{11}$ elettroni liberi; ciò che indica l'estrema rarefazione dell'atmosfera solare, quando si pensi che sul Sole gli atomi sono in gran parte ionizzati e si consideri che in un centimetro cubo dell'atmosfera terrestre al livello del mare ed a temperatura di zero centigradi sono contenute circa $2,67 \cdot 10^{19}$ molecole (numero di Loschmidt).

Come vedremo (n. 11), la pressione (misurata in dine per cm^2) che un gas esercita è eguale al numero delle particelle contenute in un centimetro cubo moltiplicato per la temperatura assoluta e per una costante di proporzionalità k , detta costante di Boltzmann. Indicando quindi con P_e la pressione elettronica, avremo:

$$(5) \quad P_e = k E T$$

e quindi, eliminando E tra (4) e (5) ed essendo $k = 1,372 \cdot 10^{-16}$, otteniamo

$$(6) \quad \text{Log} \frac{N}{N'} P_e = -0,3 + 2,5 \log T - \frac{5 \cdot 050}{T}$$

Se P si misura in atmosfere, essendo la pressione atmosferica al livello del mare eguale ad $1,03 \text{ kg/cm}^2 = 1\,009\,000 \text{ dine/cm}^2$, la (6) diviene

$$(7) \quad \text{Log} \frac{N}{N'} P_e = -6,3 + 2,5 \log T - \frac{5 \cdot 050}{T}$$

che è la forma generalmente usata dell'equazione di Saha.

Formole analoghe si hanno per i gradi superiori di ionizzazione, nei gas perfetti: ovviamente però esse non valgono per i cosiddetti gas degenerati (n. 40) dove la ionizzazione è quasi completa ed è prodotta dallo schiacciamento dell'atomo per l'enorme pressione.

3. Orbite quantiche dell'idrogeno. — Come abbiamo già accennato, gli elettroni ruotano intorno al nucleo atomico presso a poco come i pianeti intorno al Sole. A differenza però dei pianeti, gli elettroni non possono muoversi in ogni orbita, ma soltanto in alcune particolari orbite che vengono chiamate *orbite quantiche*.

Se l'atomo è eccitato, un elettrone può saltare da un'orbita quantica ad un'altra ed in tal caso assorbe, o mette in libertà, una certa quantità di energia sotto forma di un quanto di luce, o *fotone*.

E precisamente, secondo una celebre ipotesi di Planck, se Q è l'energia emessa od assorbita nel salto, e ν è la frequenza del fotone, si ha l'equazione

$$(8) \quad Q = h \nu$$

dove $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ si chiama la *costante di Planck*. In tal caso compare nello spettro una *riga di emissione* o di *assorbimento*, che ha una frequenza ν e quindi — per note cognizioni di fisica elementare — ha una lunghezza d'onda λ data da

$$(9) \quad \lambda = \frac{c}{\nu}$$

dove c indica la velocità della luce.

Come si vede, lo spettro dei gas *monoatomici* (come sono quasi tutti i gas stellari a causa dell'alta temperatura) risulta strettamente connesso con le orbite quantiche descritte dagli elettroni intorno ai nuclei atomici, onde dovremo qui fermarci ad esaminarle. Per semplicità didattica, considereremo specialmente l'atomo dell'idrogeno, che è il più semplice avendo un solo elettrone e supporremo, per il momento, che le orbite siano circolari.

Se chiamiamo con $-e$ la carica elettrica dell'elettrone, poichè il nucleo dell'atomo idrogenico è costituito da un solo protone la sua carica sarà e , onde la forza attrattiva che il nucleo esercita sull'elettrone sarà $-e^2/r^2$, essendo r il raggio dell'orbita. D'altra parte indicando con v la velocità dell'elettrone nel moto orbitale, la sua accelerazione centripeta è $-v^2/r$ e quindi avremo, chiamando con μ la massa dell'elettrone stesso:

$$(10) \quad \frac{e^2}{r^2} = \mu \frac{v^2}{r}$$

od anche

$$(11) \quad v^2 = \frac{e^2}{\mu r}$$

Ora, quando un punto di massa μ descrive una traiettoria qualsiasi, i meccanici chiamano *azione* A la quantità $A = \mu \int v \, ds$, onde nel nostro caso l'azione svolta dall'elettrone nel descrivere la sua orbita circolare sarà

$$(12) \quad A = 2\pi r \mu v$$

Ciò posto, Planck ha avanzato l'ipotesi che questa azione debba essere eguale ad un multiplo intero della costante h . Avremo dunque

$$(13) \quad 2\pi r \mu v = n h$$

dove n è un numero intero che si chiama quanto d'azione. Eliminando v tra (11) e (13) abbiamo subito

$$(14) \quad r = \frac{h^2}{4\pi^2 \mu \epsilon^2} n^2$$

che ci mostra che i raggi delle orbite quantiche dell'idrogeno stanno tra loro come i quadrati dei numeri interi, e cioè come i numeri 1, 4, 9, 16 ecc.

Notiamo che la prima orbita quantica viene spesso chiamata dagli spettroscopisti col nome di *livello fondamentale*, perchè ad essa corrisponde il valore più basso possibile dell'energia totale W dell'elettrone, come ora passiamo a vedere.

A tale scopo ricordiamo che l'energia cinetica di un punto di massa μ con velocità v è $\mu v^2/2$, mentre l'energia potenziale di due cariche elettriche ϵ e $-\epsilon$ poste a distanza r è $-\epsilon^2/r$ oltre ad una costante arbitraria additativa. Avremo quindi per l'energia totale W dell'atomo

$$(15) \quad W = \frac{\mu v^2}{2} - \frac{\epsilon^2}{r} + C$$

dove C è la costante arbitraria. Sostituendo al posto v^2 il suo valore dato dalla (11) e quindi al posto di r il suo valore dato dalla (14) abbiamo

$$(16) \quad W = -\frac{2\pi^2 \mu \epsilon^4}{h^2} \frac{1}{n^2} + C$$

Per convenzione la costante arbitraria C si determina in modo che l'energia totale W sia nulla quando l'elettrone va a distanza infinita, e cioè quando si ha $r = \infty$ e quindi anche $n = \infty$. Risulta allora $C = 0$ e quindi W sarà sempre negativa, mentre il suo valore più basso corrisponderà ovviamente ad $n = 1$ e cioè al *livello fondamentale* e sarà $-2\pi^2 \mu \epsilon^4/h^2$.

Supponiamo ora di avere in un recipiente una certa quantità d'idrogeno; è chiaro che, in un dato istante, alcuni atomi avranno il loro elettrone nella prima orbita quantica, o livello fondamentale;

altri nella seconda orbita quantica, altri nella terza ecc. Ora, se T è la temperatura del gas, si dimostra con considerazioni di meccanica statistica che il numero degli atomi che hanno il loro elettrone sopra un'orbita quantica qualsiasi è proporzionale ad $e^{-W/kT}$, dove e indica la base dei logaritmi naturali ($e = 2,71828$), k la costante di Boltzmann già menzionata, W è l'energia totale spettante all'orbita stessa. Questa proprietà, conosciuta col nome di *legge di ripartizione di Boltzmann*, dimostra che la grande maggioranza degli atomi — ed anzi, se la temperatura è bassa, la quasi totalità — si trova nel livello fondamentale.

Non occorre dire che tale legge si estende agli atomi di tutti gli elementi, i quali dunque si trovano generalmente (specie se la temperatura è relativamente bassa) nello stato di minima energia, od al livello fondamentale. Le righe spettrali collegate col livello fondamentale sono quindi le ultime a scomparire quando si diminuisce la quantità della sostanza che si esamina spettroscopicamente, ed appunto perciò vengono chiamate dagli spettroscopisti *righe ultime*.

4. Serie di Balmer. Serie di Pickering. — Supponiamo ora che l'elettrone dell'idrogeno salti dall'orbita quantica di posto n a quella di posto m ed indichiamo con W_m e W_n le energie corrispondenti alle due orbite. Allora l'energia Q emessa nel salto sarà $Q = W_n - W_m$ e cioè per la (16) avremo

$$(17) \quad Q = \frac{2\pi^2 \mu \epsilon^4}{h^2} \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

Ma, secondo la (8) e la (9), la frequenza ν e la lunghezza d'onda λ della riga spettrale emessa nel salto, sono date da

$$(18) \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{Q}{hc}$$

e quindi, se poniamo per brevità

$$(19) \quad R = \frac{2\pi^2 \mu \epsilon^4}{h^3 c}$$

risulta immediatamente

$$(20) \quad \frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

La R si dice *costante di Rydberg* e nel sistema C.G.S. risulta eguale a circa 109 678, come è facile vedere eseguendo il calcolo numerico. Se si vuole però, come generalmente usano gli astronomi, che le lunghezze d'onda, anziché in centimetri, siano espresse in *unità Angstrom* (decimillesimi di millimetro) indicate col simbolo U.A., basta moltiplicare R per 10^{-8} e cioè porre $R = 1,09678 \cdot 10^{-8}$.

Osserviamo che, essendo $C = 0$, la (16) ci dà per l'energia totale dell'elettrone dell'idrogeno nell'orbita quantica di posto n :

$$(21) \quad W = - \frac{R h c}{n^2}$$

Ciò posto, se nella (20) poniamo $m = 1$ e facciamo variare n da 2 ad ∞ , si ottiene una successione di righe spettrali che costituiscono la *serie di Lyman* e che si producono quando l'elettrone cade sulla *prima* orbita quantica (fig. 1) partendo dalla seconda, terza, quarta ecc. orbita quantica. Tale serie si chiama *serie ultravioletta* dell'idrogeno, giacché, a cagione delle brevi lunghezze d'onda, tutte le sue righe cadono nell'ultravioletto. Non occorre avvertire che nel fenomeno inverso, e cioè quando l'elettrone parte dalla prima orbita quantica per andare a cadere sulla seconda, terza ecc. si ottiene anche la serie di Lyman; ma, essendo ora Q negativa, tutte le righe sono di *assorbimento* anziché di *emissione*.

Analogamente, se poniamo $m = 2$ e facciamo variare n da 3 in poi (e cioè supponiamo che l'elettrone cada sulla *seconda* orbita quantica partendo dalla terza, quarta, ecc. si ottiene la *serie di Balmer*, detta anche *serie luminosa* dell'idrogeno perchè le sue righe cadono nello spettro visibile. E così pure se poniamo $m = 3$ e facciamo variare n da 4 in poi, otteniamo la *serie di Paschen*, o *serie infrarossa* dell'idrogeno, le cui righe cadono nell'infrarosso (fig. 1).

Delle tre serie, la più importante per l'astrofisica è ovviamente la serie di Balmer (fig. 2), che per quanto si è detto ha per equazione

$$(22) \quad \frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right]$$

dove l'intero n varia da 3 in poi. Le righe più importanti di questa serie, osservabili come righe di assorbimento nello spettro del Sole e delle stelle bianche (ad es. Rigel; fig. 2), sono le seguenti:

a) La *riga C di Fraunhofer* — detta anche *prima riga dell'idrogeno* ed indicata spesso col simbolo H_α — che corrisponde ad

$n = 3$, ha per lunghezza d'onda $\lambda = 6562,8$ unità Angstrom (millesimi di millimetro) e si trova nel *rosso* dello spettro solare.

b) La *riga F di Fraunhofer* — detta anche *seconda riga*

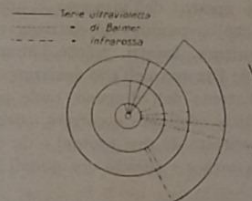


Fig. 1. - Le serie dell'idrogeno.

dell'idrogeno ed indicata spesso col simbolo H_β — che corrisponde ad $n = 4$, ha per lunghezza d'onda $\lambda = 4861,3$ e si trova nell'*azzurro*.

c) Le *righe G' ed h di Fraunhofer* — dette anche *terza e quarta riga dell'idrogeno* ed indicate coi simboli H_γ ed H_δ — che corrispon-

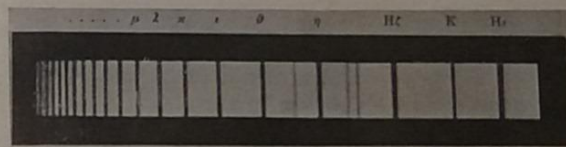


Fig. 2. - Serie di Balmer nello spettro di Rigel.
(Il rosso è a destra).

dono ad $n = 5$ e ad $n = 6$, hanno lunghezza d'onda $\lambda = 4340,5$ e $\lambda = 4101,7$ e si trovano nel *violetto*.

d) Le *righe ultraviolette* dell'idrogeno, corrispondenti ad $n = 7, 8, 9$ ecc. ed indicate coi simboli $H_\epsilon, H_\zeta, H_\eta$ ecc. con lunghezze d'onda $\lambda = 3970,1; \lambda = 3889,1; \lambda = 3835,4$ ecc. Come appare dalla formula (22) facendo crescere n , le righe si avvicinano sempre più tra loro tendendo (fig. 2) ad una *posizione limite*, che si chiama la *testa della serie*, corrisponde ad $n = \infty$ ed ha quindi per lunghezza d'onda $\lambda = 4/R = 3647$.

Per quanto abbiamo accennato sulla ripartizione di Boltzmann, le prime righe C ed F sono generalmente le più intense negli spettri stellari, mentre nelle altre l'intensità va sempre decrescendo quanto più ci avviciniamo alla testa della serie.

Assai simile allo spettro dell'idrogeno è quello dell'elio ionizzato, e cioè dell'elio che ha perduto un elettrone come avviene nelle stelle ad alta temperatura. Infatti, poichè l'atomo neutro dell'elio possiede due elettroni, l'atomo dell'elio ionizzato ne avrà uno solo, precisamente come l'atomo dell'idrogeno, onde potremo ripetere il ragionamento già fatto. Soltanto occorrerà osservare che il nucleo atomico dell'elio è costituito da due protoni e da due neutroni, onde la sua carica elettrica sarà $2e$ anzichè e e quindi la forza attrattiva sarà $-2e^2/r^2$.

Eseguendo il medesimo calcolo, si giunge alla formella

$$(23) \quad \frac{1}{\lambda} = 4R \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

Per $m = 1, 2, 3$ si ottengono serie ultraviolette, mentre per $m = 4$ (e cioè nel caso in cui l'elettrone cade sulla quarta orbita quantica) si ha la serie spettrale

$$(24) \quad \frac{1}{\lambda} = 4R \left[\frac{1}{16} - \frac{1}{n^2} \right]$$

che, ponendo $n = 2k + 1$, diviene

$$(25) \quad \frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{\left(k + \frac{1}{2}\right)^2} \right] \quad (k = 2, 3, 4, \dots)$$

e si chiama *serie di Pickering*, giacchè questo astronomo la scoprì per primo nella stella ζ Puppis.

5. Orbite quantiche generali. — Quando dall'idrogeno, o dall'elio ionizzato, si passa ad altri elementi le difficoltà divengono grandissime, giacchè si hanno allora Z elettroni che si muovono sottoposti alla forza di attrazione del nucleo ed a quelle derivanti dalla mutua repulsione. Rigorosamente parlando, il problema sorpassa

allora le forze dell'analisi matematica moderna e non può quindi ottenersi una soluzione esatta.

In pratica però si deve considerare che, in generale, le serie spettrali sono dovute al salto dell'elettrone più lontano dal nucleo. Ed allora, in via approssimata, può supporre che la risultante di tutte le forze di attrazione e repulsione che agiscono su questo elettrone più lontano sia una forza attrattiva diretta, in media, verso il nucleo e la cui intensità dipenda soltanto dalla distanza r dell'elettrone dal nucleo stesso.

In tal caso, come si sa dalla Meccanica, il problema si riduce alle quadrature. E si trova che l'elettrone descrive una specie di epicicloide od *orbita a rosetta*; e cioè approssimativamente un'ellisse che ha per fuoco il nucleo ed il cui asse maggiore ruota lentamente intorno al nucleo, mentre l'elettrone descrive l'ellisse stessa. In altre parole, il movimento è grossolanamente simile a quello di Mercurio intorno al Sole, tenendo conto del movimento della linea degli apsidi dell'orbita del pianeta.

Però non tutte le traiettorie sono possibili, ma soltanto quelle che obbediscono alle leggi della meccanica quantistica. A tale scopo, occorre considerare separatamente la velocità radiale dr/dt e la velocità areale $r^2 d\theta/dt$ (essendo θ l'angolo di posizione e t il tempo) e porre la condizione che, durante una rivoluzione, l'azione radiale e l'azione areale siano multipli interi della costante h di Planck.

Indicando sempre con μ la massa dell'elettrone avremo allora le due equazioni del Sommerfeld

$$(26) \quad \mu \int \frac{dr}{dt} dr = h l$$

$$(27) \quad \mu \int r^2 \frac{d\theta}{dt} d\theta = h k$$

dove gli integrali vanno estesi ad una rivoluzione (e cioè da $\theta = 0$ a $\theta = 2\pi$) e dove l e k sono due numeri interi positivi, che si chiamano *quanto radiale* e *quanto azimutale*. La loro somma $n = l + k$ si dice *quanto totale*, ed ovviamente si ha sempre $n > k$.

Ne segue che il quanto azimutale k può prendere soltanto n valori, e cioè i valori $1, 2, 3, \dots, n$. Inoltre, poichè la forza si suppone sempre diretta verso il nucleo, il moto è centrale e quindi si ha per la legge delle aree, $r^2 d\theta/dt = \gamma$ essendo γ la costante delle aree, la quale perciò per il

secondo integrale è legata al quanto azimutale k dalla relazione $2\pi\mu\gamma = h k$.

Premesse queste nozioni, si trova che l'energia totale W dell'elettrone nella sua orbita è data approssimativamente dalla formula di Rydberg

$$(28) \quad W = -\frac{R h c}{(n - \alpha)^2}$$

dove l'intero n indica il *quanto totale* ed il parametro α (detto *correzione di Rydberg*) dipende soltanto dal *quanto azimutale* k ed anzi è eguale a k moltiplicata per una costante. Nel caso di un solo elettrone (idrogeno, elio ionizzato) si trova che questa costante moltiplicativa è nulla, onde $\alpha = 0$ e la (28) viene a coincidere con la (21).

Ne segue che, se l'elettrone salta da un'orbita quantica definita dai numeri quantici n e k ad un'altra orbita quantica definita dai numeri quantici n' e k' , la quantità Q di energia emessa sarà data da $W(n, k) - W(n', k')$. E quindi per la (8) e la (9) e cioè per il principio di Planck, avremo come lunghezza d'onda dell'energia emessa (od assorbita se Q fosse negativa) la formula

$$(29) \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{Q}{h c} = R \left[\frac{1}{(n' - \alpha')^2} - \frac{1}{(n - \alpha)^2} \right]$$

che spesso si chiama *formula di Balmer generalizzata*. Facendo crescere infinitamente n , la quantità tra parentesi si riduce al primo termine che rappresenta perciò la *testa della serie*.

6. Serie spettrali. — Per definizione, chiameremo *serie spettrale* l'insieme delle infinite righe spettrali (lucide od oscure) che si ottengono quando l'elettrone salta da una determinata orbita quantica A ad altre orbite quantiche B_1, B_2, B_3 ecc. individuate tutte da un medesimo quanto azimutale k , o viceversa.

Analiticamente, per ottenere dalla (29) la lunghezza d'onda delle righe spettrali di una serie, basta mantenere quindi fissi i due numeri n' ed α' che individuano l'orbita di partenza A , mantenere pure fisso il numero α che dipende solo dal quanto azimutale delle orbite di arrivo B_1, B_2, B_3 ... ed è identico per tutte, e far variare l'intero n . Per questa ragione, n si chiama il *numero corrente*.

Dobbiamo però avvertire due cose, e cioè:

1) Per consuetudine, gli spettroscopisti indicano i primi numeri quantici *azimutali* 1, 2, 3, 4, 5... con le lettere $s, p, d, f, f', \dots$

2) Per un principio, conosciuto in spettroscopia col nome di *principio di selezione, l'elettrone* — tranne casi eccezionali, conosciuti col nome di *passaggi proibiti* — può compiere soltanto quei salti in cui il numero quantico azimutale diminuisce o cresce di un'unità. Così p. es. se l'orbita di partenza A ha il quanto azimutale 2 (e cioè p , secondo la notazione degli spettroscopisti), tutte le orbite di arrivo B_1, B_2, B_3 ... debbono avere il quanto azimutale 1 od il quanto azimutale 3, e cioè s oppure d .

Ciò posto, le serie più importanti della spettroscopia sono:

I) La *serie principale*, in cui l'orbita di partenza ha il quanto totale 1 ed il quanto azimutale 1 (e cioè s), mentre le orbite di arrivo hanno tutte il quanto azimutale 2 (e cioè p), o viceversa. Simbolicamente, essa può quindi rappresentarsi con la notazione

$$1s - np$$

dove il primo termine $1s$ indica la *testa della serie*.

II) La *serie accessoria*, o *serie sottile*, così detta perchè spesso presenta righe nette e sottili, in cui l'orbita di partenza ha il quanto totale 2 ed il quanto azimutale 2 (e cioè p), mentre le orbite di arrivo hanno il quanto azimutale 1 (e cioè s), o viceversa. Simbolicamente, si ha

$$2p - ns$$

essendo $2p$ la *testa della serie*.

III) La *serie diffusa*, così detta perchè le sue righe sono spesso un poco sfumate, in cui l'orbita di partenza è la stessa di quella della serie sottile, mentre le orbite di arrivo hanno tutte il quanto azimutale 3 (e cioè d), o viceversa. Simbolicamente, abbiamo dunque

$$2p - nd$$

onde questa serie ha la *medesima testa* ($2p$) di quella precedente.

IV) La *serie fondamentale*, in cui l'orbita di partenza ha il quanto totale 3 ed il quanto azimutale 3 (e cioè d), mentre le orbite di arrivo hanno tutte il quanto azimutale 4 (e cioè f), o viceversa. Simbolicamente si ha

$$3d - nf$$

essendo quindi $3d$ la *testa*.

Dobbiamo però notare che, per un più esatto calcolo dell'energia totale dell'elettrone, occorre tener conto non solo della correzione relativistica, ma anche del momento magnetico; e perciò è necessario ricorrere ad un terzo numero quantico j , detto spesso *quanto interno*. A causa di questo fatto, una riga spettrale può spesso suddividersi in più righe molto vicine; e cioè — come dicono gli spettroscopisti — può dare origine ad un *doppio*, ad un *tripletto*, od anche ad un *multipletto*.

Così p. es. nello spettro dei metalli alcalini, la serie principale si sdoppia in due serie che si rappresentano simbolicamente con

$$1s - n\hat{p}_1$$

$$1s - n\hat{p}_2$$

A questa serie appartiene la riga doppia [D] di Fraunhofer, che si trova nello spettro del Sole e delle stelle di tipo solare, nella regione gialla, ed è dovuta al sodio. Notiamo che, in generale, in tutte le serie spettrali le righe divengono debolissime quando il numero corrente n è grande.

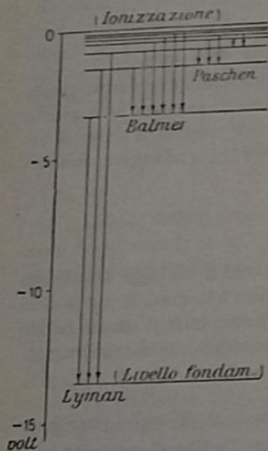


Fig. 3. - Livelli dell'atomo d'idrogeno.

Spesso si rappresenta un termine isolato di una serie scrivendo anzitutto il numero quantico totale, seguito da un esponente che indica la molteplicità della riga, e quindi dalla lettera indicatrice del numero quantico azimutale ed eventualmente anche dal quanto interno. Così p. es. la notazione 6^2P indica un termine avente 6 per quanto totale e 2 per quanto azimutale ed appartenente ad una serie di *quintetti*, e cioè le cui righe sono scisse in cinque componenti.

Graficamente, gli spettroscopisti costruiscono spesso (fig. 3) un diagramma cartesiano prendendo per ascisse i numeri quantici *azimutali* e per ordinata l'energia totale (generalmente misurata in volt-elettroni), la quale però — come vedemmo — è sempre *negativa* e diviene nulla soltanto quando l'elettrone è infinitamente lontano

dal nucleo atomico e cioè quando l'atomo si ionizza (fig. 3). Come abbiamo già detto (n. 3) l'energia più bassa corrisponde al *livello fondamentale*.

Un'orbita elettronica — od un termine di una serie spettroscopica — può allora rappresentarsi con un punto, avente per ascissa il numero quantico azimutale e per ordinata l'energia totale; se si tratta di un multipletto, si disegnano convenzionalmente più punti molto vicini.

I salti possibili dell'elettrone, per il principio di selezione, sono soltanto quelli per cui l'ascissa aumenta o diminuisce di un'unità. E, poichè in un salto l'energia acquistata o perduta Q è eguale alla differenza delle ordinate (che i fisici chiamano *livelli spettroscopici*), la (8) dà immediatamente la frequenza della riga di emissione, o di assorbimento, generata dal salto.

Notiamo infine che spesso un elettrone, eccitato da un quanto di frequenza ν , salta da un'orbita quantica ad una più esterna e quindi torna all'orbita primitiva soffermandosi in alcune orbite intermedie. Si ha allora il fenomeno di *fluorescenza*, di cui l'astrofisica ci presenta esempi nelle nebulose galattiche e nelle comete.

Infatti ad ogni salto parziale di ritorno viene emessa un'onda luminosa e, se chiamiamo con ν' , ν'' ecc. le frequenze di queste onde, abbiamo per il principio di conservazione dell'energia $h\nu = h(\nu' + \nu'' + \dots)$, onde ν' , ν'' ... sono sempre minori di ν . Vale a dire, la luce emessa per fluorescenza ha frequenza minore, e quindi lunghezza d'onda maggiore, della luce eccitatrice (legge di Stokes).

7. Elementi ionizzati. Spettro di arco e di scintilla. —

In un atomo neutro, l'elettrone esterno (al cui salto è dovuta la formazione delle righe spettrali) è sollecitato dalla carica elettrica complessiva del nucleo atomico e di tutti gli elettroni interni; carica complessiva che — essendo l'atomo neutro — è evidentemente eguale e contraria a quella dell'ultimo elettrone, e cioè è eguale ad e .

Immaginiamo invece che l'atomo abbia perduto l'ultimo elettrone, e cioè sia ionizzato: allora le righe spettrali sono dovute al salto del penultimo elettrone, sottoposto sempre alla carica elettrica complessiva del nucleo atomico e degli elettroni restanti. Ma, essendo l'atomo ionizzato, la sua carica elettrica totale è eguale ad e , onde quella complessiva del nucleo e di tutti gli elettroni — escluso il penultimo — sarà $2e$. In conseguenza, come abbiamo già visto per l'elio ionizzato, nella (21) occorrerà porre $4R$ invece di R ; analoga-

mente, se l'atomo fosse doppiamente ionizzato, occorrerebbe porre $9R$ invece di R ecc. Come si vede, le lunghezze d'onda λ delle righe spettrali divengono più piccole, e cioè lo spettro si trasporta verso l'ultravioletto.

Inoltre, poichè l'atomo ionizzato ha perduto un elettrone, esso si trova in condizioni analoghe a quelle di un atomo neutro avente un numero atomico inferiore di un'unità. Ne segue quindi il cosiddetto principio di spostamento, il quale afferma che lo spettro di un atomo ionizzato è analogo a quello di un atomo neutro avente il numero atomico inferiore di un'unità. Così p. es., come abbiamo visto dall'equazione (25), lo spettro dell'elio ionizzato ($Z = 2$) è analogo a quello dell'idrogeno ($Z = 1$). *Rel. Serico At e Energia 138*

Notiamo ancora che, quando si esamina lo spettro di una sostanza ponendola nella fiamma di un becco Bunsen, o nell'arco elettrico, si ottengono generalmente atomi neutri, data la temperatura relativamente bassa a cui si opera. Se invece si esamina lo spettro ponendo la sostanza tra gli elettrodi di uno spinterometro e facendo scoccare la scintilla, si hanno generalmente atomi ionizzati, data la temperatura assai elevata della scintilla. Per queste ragioni, gli antichi spettroscopisti chiamavano lo spettro di un elemento neutro col nome di *spettro di fiamma*, o *spettro d'arco*; mentre indicavano col nome di *spettro di scintilla* quello dell'elemento ionizzato.

8. Spettri molecolari. Spettri a bande. — Fin qui abbiamo supposto che il gas esaminato sia monoatomico, e cioè che le sue molecole siano scisse in atomi semplici, come avviene quando la temperatura è elevata. Se invece la temperatura è relativamente bassa (atmosfera dei pianeti, stelle rosse o rosso-aranciate) il gas può essere composto di *molecole biatomiche* (idrogeno, ossigeno, ecc.) od anche *pluriatomiche* (ammoniaca, metano, ecc.); ed allora si hanno altri spettri, non più costituiti da righe isolate, ma da *bande* (fig. 4). Gli antichi spettroscopisti (Lockyer, Respighi, Secchi, ecc.) li chiamavano anche *spettri a colonne*, giacchè — osservando con deboli strumenti — ogni banda somiglia effettivamente ad una colonna, col bordo netto (*testa della banda*) da un lato e col bordo sfumato dall'altro lato. Così p. es. nello spettro delle stelle rosse-aranciate (es. Betelgeuse) le bande — che in questo caso sono dovute alla molecola fragmentaria TiO — hanno il bordo netto rivolto verso il violetto e quello sfumato rivolto verso la parte rossa dello spettro. Servendosi però di forti poteri dispersivi, i moderni hanno trovato che ogni

banda è composta di un gran numero di righe isolate, vicinissime tra loro e che si addensano verso la *testa* (fig. 4).

La teoria degli spettri molecolari è stata fondata da Deslandres e riposa sul fatto che l'energia di una molecola può considerarsi com-



Fig. 4. — Spettri a bande con la testa rivolta verso il rosso.
(a = Azoto; b = Cianogeno).

posta di tre parti; e cioè dell'energia degli elettroni dei suoi atomi, dell'energia di traslazione e dell'energia di rotazione della molecola, che — come insegna la meccanica — è proporzionale al *quadrato* della velocità angolare.

Senza entrare in dettagli, ci limiteremo a dire che calcolando l'energia perduta od acquistata quando la molecola passa da uno stato ad un altro, applicando le condizioni di quantizzazione del Sommerfeld e servendosi della (8) e della (9), si giunge alla formula

$$(30) \quad \frac{1}{\lambda} = A + Bn + Cn^2$$

dove A , B , C sono costanti dipendenti dalla molecola e dalla banda considerata ed n è un numero intero, detto *quanto di rotazione*. Facendo variare n e mantenendo costanti A , B e C si hanno le varie righe di una banda; per $n = 0$ si ha una riga, detta spesso *riga nulla*, perchè la sua intensità è quasi evanescente. Notiamo che in alcune bande dell'infrarosso si ha $C = 0$; in tal caso, facendo variare n , si ottengono righe per cui $1/\lambda$ — e quindi la frequenza — presenta una differenza *costante*.

9. Effetti spettroscopici. — I fisici chiamano «effetti spettroscopici» alcune particolari modificazioni che subisce uno spettro, a causa di speciali condizioni in cui si trova la sorgente di luce. Ci limiteremo qui a ricordare i principali tra essi, che sono:

A) *L'effetto Doppler.* — Esso si enuncia dicendo che, se la sorgente luminosa si allontana dall'osservatore con velocità v , tutte le righe spettrali appaiono spostate verso il rosso. E precisamente

la lunghezza d'onda λ di ogni riga apparisce aumentata di una quantità $\Delta\lambda$ data da

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda v}{c} \quad (31)$$

dove c indica la velocità della luce. Ovviamente, se la sorgente si avvicina all'osservatore, v è quindi $\Delta\lambda$ è negativa, e le righe sono allora spostate verso il violetto.

L'effetto Doppler ha altissima importanza nell'astronomia moderna, giacché ci permette di misurare la velocità radiale delle stelle (cfr. *Fondamenti di Astronomia*, Cap. XIX), come pure di dimostrare che nel fenomeno delle stelle « Novae » ha luogo una vera esplosione dell'astro ed inoltre (esaminando lo spettro dei due bordi di un corpo celeste, come il Sole, i pianeti, l'anello di Saturno, alcune nebulose, ecc.) permette anche di determinare le velocità di rotazione.

B) *Effetto Zeeman*. — L'effetto Zeeman afferma che, quando la sorgente luminosa è sottoposta all'azione di un campo magnetico, ogni riga spettrale si suddivide in un multipletto. E precisamente:

1) Nel caso particolare in cui il campo magnetico è diretto verso l'osservatore, ogni riga si divide in due componenti, polarizzate circolarmente in senso contrario e la cui distanza è proporzionale all'intensità del campo magnetico.

2) Nel caso particolare in cui il campo magnetico è normale alla congiungente l'osservatore con la sorgente luminosa, ogni riga dà origine ad un tripletto, con le righe estreme polarizzate in piani paralleli alle linee di forza del campo e la riga intermedia polarizzata in un piano normale alle linee stesse. La distanza tra le righe è sempre proporzionale all'intensità del campo.

L'effetto Zeeman ha permesso ad Hale di determinare il campo magnetico delle macchie solari, servendosi dello sdoppiamento delle righe che si nota nelle macchie stesse e che era stato già intravisto, molti anni prima (1869), da L. Respighi (n. 32) all'Osservatorio del Campidoglio.

Analogo all'effetto Zeeman è l'effetto Stark-Lo Surdo, che si ha quando la sorgente luminosa si trova in un campo elettrico; esso però non ha avuto ancora notevoli applicazioni nell'astrofisica.

C) *Effetto Einstein, od effetto relativistico*. — L'effetto Einstein afferma che, quando la sorgente luminosa è sottoposta ad un forte campo gravitazionale, tutte le righe appaiono spostate verso il rosso,

di una quantità proporzionale alla loro lunghezza d'onda. L'effetto Einstein è quindi analogo, ed anzi spesso inseparabile, dall'effetto Doppler, ma estremamente più piccolo.

Questo effetto è stato constatato nel Sole e nel satellite di Sirio, e Trumpler se ne è servito per determinare le masse stellari (n. 91).

D) *Effetto Humphreys, od effetto di pressione*. — L'effetto Humphreys afferma che, quando un gas è sottoposto a pressione, le righe spettrali che esso emette od assorbe, tendono ad allargarsi ed a divenire sfumate. Inoltre si verifica anche un debole spostamento delle righe stesse (spesso verso il rosso), il quale però — a differenza dell'effetto Doppler — dipende non solo dalla lunghezza d'onda, ma anche dalla natura chimica dell'elemento e dalla serie spettrale.

Tale effetto ha importanza specialmente per la spiegazione della diversa apparenza delle righe spettrali nelle stelle giganti, con atmosfera estremamente rarefatta e nelle stelle nane con atmosfera più densa.

10. *Nozioni pratiche. Spettri di alcuni elementi di speciale importanza per l'astrofisica. Formula di Hartmann*. — Come abbiamo già fatto nei *Fondamenti dell'Astronomia*, non entreremo qui in dettagli strumentali, che i giovani possono apprendere praticamente negli Osservatori sotto la guida degli Assistenti. Ci limitiamo soltanto a nozioni generali.

Misurando sempre le lunghezze d'onda in unità Angstrom (decimillesimi di millimetro), ricordiamo anzi tutto che l'occhio è sensibile soltanto alle lunghezze d'onda comprese all'incirca tra $\lambda = 4000$ (estremo violetto) e $\lambda = 8000$ (estremo rosso), con un massimo di sensibilità verso $\lambda = 5300$ (giallo). Questa regione dello spettro si chiama perciò *spettro visibile*, mentre si chiama *infrarossa* la regione spettrale con lunghezze d'onda superiori ad 8000, ed *ultravioletta* quella con lunghezze d'onda inferiori a 4000.

Ricordiamo pure che la lastra fotografica ordinaria ha sensibilità che si estende da circa 6000 a 3000, con un massimo verso 4250 (azzurro-violetto). La lastra ortocromatica, presenta invece due massimi di sensibilità, verso i 5500 e 4500; onde — adoperandola con un filtro giallo, in modo da togliere i raggi azzurri — essa può considerarsi come analoga all'occhio umano. La lastra pancromatica infine presenta presso a poco eguale sensibilità per le lunghezze d'onda tra 6500 e 4000 Angstrom, mentre esistono anche lastre fotografiche speciali sensibili all'infrarosso fin oltre i 12 000 Angstrom.

Notiamo pure che in genere le lastre più rapide (e quindi più usate in astrofisica) sono le normali; disgraziatamente però la loro rapidità è tanto maggiore quanto più grossa è la loro grana, mentre gli astronomi desidererebbero lastre rapidissime ed a grana finissima. Ma la chimica fotografica non è ancora riuscita a risolvere questo problema!

Tenendo presente tutto ciò e ricordando (n. 31) che l'atmosfera terrestre (a causa specialmente dell'ozono che si trova nella stratosfera) è quasi opaca per lunghezze d'onda inferiori a 2900, risulta che gli astrofisici possono oggi esaminare fotograficamente gli spettri stellari soltanto tra 2900 e 12000 Angstrom; vale a dire nel campo visuale ed in una piccola parte dell'infrarosso e dell'ultravioletto. Fuori di questi limiti, per l'infrarosso al disopra di 12000 U.A. occorre il bolometro od altro apparecchio ricettivo. Così l'Osservatorio dell'Università di Michigan (S. U.) ed altri, hanno esaminato lo spettro solare fino a circa 120000 U.A. valendosi, come ricettore, di una cella al solfuro di carbonio e scoprendo in esso alcune nuove bande telluriche (e cioè prodotte dall'assorbimento dell'atmosfera terrestre) dovute al metano, oltre a quelle dell'anidride carbonica e vapore acqueo (n. 31).

Assai più difficile invece è l'esame della regione ultravioletta per lunghezze d'onda inferiori a 2900 U. A. Fino ad ora l'unica via possibile è quella seguita dal Naval Research Laboratory di Washington, il quale si è servito del proiettile razzo V 2, che può giungere a duecento chilometri di altezza e cioè molto al disopra dello strato di ozono. Applicando al proiettile uno spettrografo (che nella caduta si distacca automaticamente e viene condotto a terra da un paracadute) il Naval Laboratory Research è riuscito a fotografare lo spettro solare fino a 2100 U. A. scoprendovi numerose righe metalliche tra cui una forte doppietta, dovuta al magnesio, a $\lambda = 2976$ e $\lambda = 2803$ U. A.

Come già dicemmo nei *Fondamenti di Astronomia* (n. 16), la fotografia dello spettro di un astro — che gli astronomi chiamano col nome di *spettrogramma* — si ottiene applicando lo spettrografo (fig. 5) al fuoco di un buon cannocchiale, (possibilmente un riflettore di grande apertura), e misurando quindi la lastra ottenuta col *misuratore di lastre*, onde determinare le lunghezze d'onda delle righe spettrali.

A tale scopo, notiamo anzi tutto che lo spettrografo — che per maggior precisione è racchiuso in un involucri a temperatura co-

stante — contiene due elettrodi di ferro, o leghe metalliche, tra cui si fa scoccare un arco voltaico che fornisce sopra la stessa lastra fotografica uno *spettro di confronto*, contenente numerose righe lucide



Fig. 5. - Spettrografo.

(Il collare serve per applicare lo strumento al cannocchiale; la lastra fotografica è in 13; il cannocchiale 9 si usa per esaminare se l'immagine puntiforme dell'astro cade sopra la fessura spettroscopica; in 4 sono i poli dell'arco voltaico, destinato a dare lo spettro artificiale di confronto).

di lunghezza d'onda perfettamente conosciuta. Ora, servendosi appunto di queste righe di confronto, è facile trovare le lunghezze d'onda delle righe dell'astro studiato. Riservandoci di entrare in dettagli quando parleremo degli spettri stellari (n. 93), diamo intanto alcune nozioni preliminari.

A tal fine vogliamo ricordare, dalla fisica elementare, che gli spettri possono ottenersi sia col prisma che col reticolo. Ma, mentre il reticolo produce una *dispersione normale*, e cioè dà uno spettro in cui la distanza tra le varie righe è proporzionale alla differenza delle loro lunghezze d'onda, ciò non avviene per il prisma, che da uno *spettro contratto nel rosso e dilatato nel violetto*.

Per dimostrarlo, basta ricordare che, se l'angolo rifrangente è

molto acuto, la deviazione angolare che il prisma fa subire ad ogni raggio luminoso monocromatico è proporzionale ad $n - 1$, dove n indica l'indice di rifrazione per la lunghezza d'onda λ . Ora nel vetro e nel quarzo, nel campo visuale e fotografico, n varia con λ presso a poco secondo l'equazione

$$(32) \quad n - 1 = \frac{a}{\lambda - b}$$

dove a , b , sono costanti dipendenti dal prisma stesso.

Ora, potendo una stella considerarsi come un punto luminoso a distanza infinita, il suo spettro avrà forma di un segmento rettilineo o di un bastoncino sottilissimo, avente ad un'estremità il rosso ed all'altra il violetto, mentre le righe spettrali appariranno come piccole interruzioni puntiformi del bastoncino. In pratica, per renderle più facilmente osservabili, si cerca di allargare alquanto la fotografia dello spettro, disponendo lo spigolo rifrangente del prisma secondo il parallelo della sfera celeste passante per l'astro, (onde lo spettro si formi in direzione di un cerchio orario), e rallentando od accelerando un poco il moto di orologeria che porta l'equatoriale (fig. 58).

Ciò posto, se prendiamo per origine un punto qualsiasi di questo sottilissimo bastoncino rettilineo ed indichiamo con x l'ascissa di un punto oscuro corrispondente alla riga di lunghezza d'onda λ , è evidente che la x , a meno di una costante additiva a dipendente dall'origine scelta, misurerà lo spostamento dei raggi di lunghezza d'onda λ . Ma tale spostamento è presso a poco proporzionale alla deviazione angolare sofferta da questi raggi, deviazione che è a sua volta presso a poco proporzionale ad $n - 1$. Avremo dunque

$$(32 \text{ bis}) \quad x - a = B(n - 1)$$

dove a e B sono due costanti incognite. Da questa equazione, tenendo presente la (32) e ponendo $Ba = c$ si ottiene la cosiddetta (n. 93) *formola di Hartmann*:

$$(33) \quad (x - a)(\lambda - b) = c$$

dove a , b , c sono costanti che si determinano misurando le ascisse di tre righe dello spettro di confronto del ferro di lunghezza d'onda nota. Determinate così queste costanti, basta misurare col misuratore di lastre l'ascissa di una riga dello spettro stellare ottenuto col prisma, per avere immediatamente (n. 93) la lunghezza d'onda.

Se costruiamo ora un diagramma cartesiano, prendendo x come ascissa e λ come ordinata, la (33) rappresenterà un'iperbole equilatera con gli asintoti paralleli agli assi. Ne segue immediatamente che se λ è grande, e cioè nel rosso, una variazione $\Delta\lambda$ di λ corrisponde ad una piccola variazione di x , mentre l'opposto avviene quando λ è piccola e cioè nel violetto; vale a dire, come abbiamo già affermato, lo spettro risulterà dilatato nel violetto e contratto nel rosso. Ed è appunto a causa di questa deformazione che nello spettro del Sole, dato dal prisma, il massimo dell'energia sembra cadere nel rosso; mentre invece nello spettro normale dato dal reticolo, in cui le ascisse sono proporzionali alle lunghezze d'onda, il massimo cade presso $\lambda = 4750$ in conformità (n. 13) al diagramma di Planck.

Determinate le lunghezze d'onda delle righe non ci resta che ricorrere alle tabelle fisiche (ed in particolare, ricordiamo le *Tabellen der Hauptlinien der Linienspektren* di H. Kaiser) per avere immediatamente gli elementi che le producono, come pure per ottenere — dalle piccole differenze tra le lunghezze d'onda misurate e quelle date nelle tabelle — gli spostamenti $\Delta\lambda$ dovuti alla velocità radiale dell'astro, ecc. Per comodità dei lettori, aggiungiamo però qualche indicazione sopra alcune righe di speciale importanza per l'astrofisica.

Cominciamo dallo spettro dell'*atomo*; e cioè supponiamo che i gas siano a temperatura sufficientemente alta perchè le loro molecole siano scisse in atomi.

In proposito abbiamo già parlato (n. 4) dello spettro dell'*idrogeno* (serie di Balmer, tra cui particolarmente notevoli le prime quattro righe spettrali indicate da Fraunhofer con i simboli $[C]$, $[F]$, $[G']$ ed $[h]$ e dai moderni con H_α , H_β , H_γ ed H_δ) e di quello dell'*elio ionizzato* (serie di Pickering).

Per l'*elio neutro* ricordiamo soltanto la doppia $\lambda = 5875,9$ e $\lambda = 5875,6$ che appartiene alla serie diffusa ($2p_1 - 3d$; $2p_2 - 3d$) e si trova nel giallo molto vicina alla D del sodio. Ed anzi appunto a questa riga si deve la scoperta dell'elio, che — come è noto — venne trovato dapprima dagli astronomi nel Sole e più tardi dai geologi sulla Terra: onde il nome ($\hbar\lambda\iota\omicron\varsigma$ = Sole).

Per l'*ossigeno neutro*, notiamo al principio dell'ultravioletto la tripla $\lambda = 3947,5$; $\lambda = 3947,6$; $\lambda = 3947,7$ appartenente alla serie principale ($1s - 3p_1$; $1s - 3p_2$; $1s - 3p_3$) e per l'*ossigeno ionizzato* la doppia $\lambda = 4650,8$ e $\lambda = 4649,1$ nell'azzurro-violetto.

Passando ai *metalli alcalini*, ricordiamo ancora l'importantissima

[D] di Fraunhofer (fig. 22), ben visibile nella regione gialla dello spettro solare ($\lambda = 5895,9$ e $\lambda = 5889,9$) che appartiene alla serie principale ($1s - 2p_1$; $1s - 2p_2$) del sodio. Per il potassio, notiamo invece, nell'estremo rosso, la doppia $\lambda = 7699,0$ e $\lambda = 7664,9$ appartenente alla serie sottile ($2p_1 - 1s$; $2p_2 - 1s$).

Quanto ai metalli alcalino-terrosi, ricordiamo la [g] di Fraunhofer, che si trova nel violetto ($\lambda = 4226,7$) dello spettro solare ed appartiene alla serie principale ($1s - 1p$) del calcio neutro. Ed in modo specialissimo notiamo (fig. 22) le righe [H] e [K] di Fraunhofer, intensissime nello spettro solare, che si trovano nell'estremo violetto al principio dell'ultravioletto ($\lambda = 3968,5$ e $\lambda = 3933,7$) ed appartengono alla serie sottile ($2p_1 - 2s$; $2p_2 - 2s$) del calcio ionizzato. Per il magnesio neutro ricordiamo invece la tripla $\lambda = 5183,6$, $\lambda = 5172,7$ e $\lambda = 5167,3$, che appartiene alla serie principale ($2s - 2p_1$; $2s - 2p_2$), si trova nel verde dello spettro solare e costituisce la [b] di Fraunhofer. Analogamente, per il magnesio ionizzato ricordiamo la doppia $\lambda = 4481,3$ e $\lambda = 4481,1$, che si trova nell'azzurro-violetto, è molto sviluppata negli spettri di stelle ad alta temperatura ed appartiene alla serie fondamentale ($3d_1 - 4f$; $3d_2 - 4f$).

Passando infine ai metalli pesanti, notiamo che tra questi ha speciale interesse lo spettro del ferro, che presenta righe così numerose e così nette da venire generalmente usate dagli astronomi come termine di confronto per determinare le lunghezze d'onda delle righe degli spettri stellari. E, come abbiamo ora detto, ciò si ottiene fotografando, sopra e sotto allo spettro della stella, uno spettro di confronto dato dalla luce di un piccolo arco elettrico con elettrodi di ferro, o leghe di ferro. D'altra parte questa complessità dello spettro del ferro rende difficile la ricerca delle sue serie spettrali, onde qui ci limiteremo a ricordare — tra le numerosissime righe del ferro che solcano lo spettro del Sole e quello delle stelle gialle — la $\lambda = 4307,9$ che insieme con la vicinissima $\lambda = 4307,4$ del calcio costituisce la [G] di Fraunhofer nell'azzurro. E così pure, per il ferro, ricordiamo la doppia $\lambda = 5270,3$ e $\lambda = 5269,5$ che, con le vicine $\lambda = 5168,9$ e $\lambda = 5167,5$ costituisce la [E] di Fraunhofer nel verde (fig. 22).

Venendo infine agli spettri molecolari ricordiamo anzi tutto le bande telluriche; e cioè le bande dovute ai gas molecolari (ossigeno, ozono, vapor acqueo, anidride carbonica, ecc.) contenuti nell'atmosfera terrestre e che noi vediamo comparire come strisce oscure in tutti gli spettri dei corpi celesti, giacché la loro luce attraversa

l'atmosfera terrestre prima di giungere all'osservatore. E precisamente abbiamo:

1) Per l'ossigeno, le due bande [A] e [B] di Fraunhofer, che questo fisico trovò nel rosso cupo dello spettro solare, con le teste in corrispondenza alle lunghezze d'onda $\lambda = 7594$ e $\lambda = 6867$. Il loro studio dettagliato ha mostrato oggi che l'ossigeno atmosferico risulta, in realtà, dalla mescolanza di più isotopi.

2) Per l'ozono, le bande di Huggins nell'ultravioletto tra $\lambda = 3050$ e $\lambda = 3450$ e, specialmente, la grande ed intensa banda oscura che limita gli spettri stellari al disotto di $\lambda = 2900$, rendendo la nostra atmosfera quasi opaca per le lunghezze d'onda inferiori a 2900 U. A.

3) Per il vapor acqueo, la banda [a] di Fraunhofer tra [A] e [B] ed un'altra nel giallo, presso la [D] del sodio, chiamata anche banda di pioggia, giacché diviene più intensa quando l'atmosfera è carica di vapor acqueo e si avvicina la pioggia.

4) Per l'anidride carbonica, le bande [X] ed [Y] di Langley che si trovano nell'infrarosso, la prima da $\lambda = 24000$ a $\lambda = 30000$ (in unione con altre bande del vapor acqueo) e l'altra da $\lambda = 42000$ a $\lambda = 45000$.

Passando ora alle bande prodotte da gas molecolari contenuti nei corpi celesti, notiamo tra le più importanti:

a) Le bande del titanio (dovute alla molecola fragmentaria TiO) che si trovano negli spettri delle stelle di color giallo aranciato (tipo III di Secchi; tipo M di Harvard) ad es. *Betelgeuse*, ed hanno le teste rivolte verso il violetto e la parte sfumata verso il rosso.

b) Le bande del carbonio (dette anche bande di Swan, perché questo chimico le osservò per primo, esaminando con lo spettroscopio la parte centrale della fiamma di un becco Bunsen) che sono dovute al carbonio molecolare C_2 ed appaiono nello spettro delle stelle rosse, o rossastre (tipo IV di Secchi; tipi R ed N di Harvard), ad es. 19 Piscium. A differenza di quelle del titanio, esse hanno le teste rivolte verso il rosso.

Notiamo che queste bande si trovano spesso anche nello spettro delle comete, nel giallo, nel verde e nell'azzurro, onde i nomi di « banda gialla », di « banda verde » e di « banda rossa », con cui le indicavano gli antichi astronomi.

c) La banda dell'idride di carbonio, dovuta alla molecola fragmentaria CH, che si trova nello spettro solare (in coincidenza quasi

della [G] di Fraunhofer), come pure negli spettri delle stelle aranciate.

d) La banda del cianuro, dovuta alla molecola fragmentaria CN, che si trova nel violetto, tra $\lambda = 3885$ e $\lambda = 4215$ nello spettro del Sole ed in quello delle stelle bianche e bianco giallastre; come pure, alle volte, nello spettro delle comete.

Notiamo che negli spettri stellari, oltre alle serie spettrali degli atomi, sono state riscontrate soltanto bande dovute ad associazioni biatomiche (molecole o fragmenti di molecole); mentre — come dimostrano — nelle atmosfere dei pianeti (Giove, Saturno, ecc.), si sono riscontrate bande dovute a molecole poliatomiche (ammoniaca, mercurio ecc.), che si mostrano molto larghe ed intense nell'arancio, nel rosso e nell'infrarosso (n. 65).

CAPITOLO II

RICORDI DI TERMODINAMICA
E DI FOTOMETRIA

11. Cenni sopra la teoria cinetica dei gas. — Come si sa dalla fisica, le molecole di un gas (o gli atomi, nel caso di gas monoatomici) si muovono rapidamente in tutti i sensi, urtandosi tra loro ed urtando le pareti del recipiente in cui il gas è contenuto; ciò che dà origine alla pressione del gas contro le pareti stesse. Si dimostra che, in media, l'energia cinetica di ogni particella (atomo o molecola) è indipendente dalla sua massa e dalla natura chimica del gas e dipende soltanto dalla temperatura assoluta T ; e precisamente è eguale a $\frac{3}{2} k T$, dove la costante k — detta costante di Boltzmann — è eguale (n. 2) per tutti i gas ad $1,372 \cdot 10^{-16}$ erg. Così p. es. nella fotosfera solare, avendosi una temperatura assoluta T di circa 6000, ogni atomo ha una energia cinetica di circa $1,23 \cdot 10^{-12}$ erg, qualunque sia il gas a cui appartiene.

Ricordando che l'energia cinetica di un punto materiale è data dal semiprodotto della sua massa m per il quadrato della velocità w , avremo

$$(34) \quad m w^2 = 3 k T$$

da cui possiamo subito calcolare w , conoscendo m e T ; e precisamente, essendo k data in erg, se m si misura in grammi, w risulta espressa in centimetri al minuto secondo. Così p. es. essendo la massa di un atomo d'idrogeno eguale ad $1,66 \cdot 10^{-24}$ grammi, troviamo che nella fotosfera solare gli atomi d'idrogeno hanno in media una velocità di $1,22 \cdot 10^6$ cm/sec e cioè circa dodici chilometri al secondo. Dalla (34) deduciamo pure immediatamente che, in media, la velocità con cui si muovono le molecole (o gli atomi, se il gas è monoatomico) di un gas è direttamente proporzionale alla radice della tempera-

tura assoluta, ed inversamente proporzionale alla radice del peso molecolare (o del peso atomico).

Supponiamo ora che un gas qualsiasi sia chiuso in un recipiente di volume V . Si dimostra che la pressione P che esso esercita sulle pareti (e che valuteremo p. es. in dine per centimetro quadrato) è proporzionale al numero delle molecole contenute in ogni cm^3 del recipiente, come pure all'energia cinetica dei corpuscoli (atomi o molecole) e cioè alla temperatura assoluta T del gas. E precisamente, se N è il numero totale delle molecole, si dimostra l'equazione

$$(35) \quad P = \frac{N}{V} k T$$

da cui segue che volumi eguali di gas differenti, a pari temperatura e pressione, contengono un egual numero di molecole. (Legge di Avogadro, 1811).

Indichiamo ora con H la massa di un atomo d'idrogeno ($H = 1,66 \cdot 10^{-24}$ grammi) e con q il peso molecolare del gas; e cioè il rapporto tra il peso delle molecole del gas (che possono anche essere costituite di un solo atomo, se esso è monoatomico) ed il peso dell'atomo d'idrogeno. Ovviamente la massa di ogni molecola del gas sarà qH e quindi, se la massa totale del gas è di un grammo, avremo $N = 1/qH$. In conseguenza, se poniamo per brevità

$$(36) \quad R = \frac{k}{H} = 8,26 \cdot 10^7$$

la (35) diverrà immediatamente

$$(37) \quad P V = \frac{R}{q} T$$

che costituisce l'equazione dei gas perfetti; R si chiama la costante dei gas.

Notiamo che la (37) mostra che, se la temperatura T del gas rimane costante, la sua pressione P è inversamente proporzionale al volume occupato (Legge di Boyle e Mariotte). Notiamo ancora che se nel recipiente, invece di un grammo, s'introducono q grammi di gas (e cioè una grammomolecola) la pressione diviene q volte maggiore e la (37) acquista la forma più semplice

$$(38) \quad P V = R T$$

Osserviamo che il numero A di molecole contenute in una gram-

mimolecola (od il numero A di atomi contenuto in un grammatomo, se il gas è monoatomico) è evidentemente eguale a $q/qH = 1/H = 6,63 \cdot 10^{23}$; come è noto, A si chiama numero di Avogadro. La (36) diviene allora $k = R/A$ e cioè ci dice che la costante di Boltzmann k è eguale alla costante dei gas R divisa per il numero di Avogadro A .

✕ 12. Trasformazioni adiabatiche dei gas. — Consideriamo per semplicità un grammatomo di un gas monoatomico qualsiasi, e comunichiamo ad esso una quantità infinitesima di calore dQ che supporremo misurata in erg, ricordando che ogni caloria-grammo equivale a $4,18 \cdot 10^7$ erg.

Se il gas è chiuso in un recipiente di volume invariabile, l'energia ad esso comunicata servirà soltanto ad aumentare l'energia cinetica delle molecole e quindi — poichè ogni atomo ha un'energia eguale a $3/2 kT$ e gli atomi sono in numero di A avremo:

$$(39) \quad dQ = \frac{3}{2} k A dT$$

La (39) diviene, ricordando il valore del numero di Avogadro A :

$$(40) \quad dQ = \frac{3k}{2H} dT = \frac{3}{2} R dT$$

Il rapporto $dQ/dT = 3R/2$ tra il calore fornito e l'incremento di temperatura avvenuto, s'indica con c_v e si chiama calore specifico del gas a volume costante. Ovviamente, se invece di una grammomolecola si considera un grammo di gas, occorre dividere per q .

Notiamo che se il gas fosse poliatomico, una parte dell'energia dQ verrebbe spesa ad incrementare il moto degli atomi nell'interno delle molecole; quindi dT sarebbe minore ed in conseguenza c_v maggiore.

Immaginiamo ora che il gas (monoatomico o poliatomico) non sia rinchiuso in un recipiente di volume costante, ma possa espandersi rimanendo inalterata la sua pressione. Allora, se il volume aumenta di dV , il lavoro effettuato — secondo la Meccanica — sarà $P dV$ ed in conseguenza l'energia fornita dQ dovrà servire sia per aumentare la temperatura del gas, sia per effettuare questo lavoro. Avremo dunque

$$(41) \quad dQ = P dV + c_v dT$$

conosciuta col suo nome, c'insegna che, mentre il potere emissivo ed il coefficiente di assorbimento dipendono dalla natura fisica del corpo, il loro rapporto ne è indipendente e dipende quindi soltanto da λ e da T . Avremo dunque, indicando con $a_1 a_2 \dots a_n$ i coefficienti di assorbimento e con $e_1 e_2 \dots e_n$ i poteri emissivi di diversi corpi

$$(52) \quad \frac{e_1(\lambda, T)}{a_1(\lambda, T)} = \frac{e_2(\lambda, T)}{a_2(\lambda, T)} = \dots = \frac{e_n(\lambda, T)}{a_n(\lambda, T)} = B(\lambda, T)$$

dove la funzione $B(\lambda, T)$ è la stessa per tutti i corpi.

Ora l'esperienza ha dimostrato che il nero fumo ha la proprietà di assorbire quasi interamente l'energia che riceve; almeno per la parte luminosa e per il prossimo ultravioletto ed infrarosso. Per questa ragione, i fisici chiamano *Corpo Nero*, o *Radiatore Perfetto*, un corpo ideale dotato della proprietà di assorbire tutta l'energia che riceve; e cioè un corpo ideale per cui si abbia $a = 1$, qualunque siano λ e T . Vediamo dunque dalla (52) che la funzione B rappresenta appunto il potere emissivo del corpo nero.

Questa funzione è stata determinata da Planck, il quale con ragionamenti in cui per brevità non entreremo, ha trovato

$$(53) \quad B(\lambda, T) = \frac{b}{\lambda^5 (e^{\beta/\lambda T} - 1)}$$

dove e indica la base dei logaritmi naturali, β è una costante eguale a circa $1,435 \cdot 10^8$ quando si misura λ in unità Angstrom (decimillesimi di millimetro) e T in centigradi; mentre b viene determinata in modo che $B(\lambda, T) d\lambda$ esprima, in erg, la quantità di energia emessa (al minuto secondo per ogni cm^2 di superficie) tra la lunghezza d'onda λ e la lunghezza $\lambda + d\lambda$. Si ha allora $b = 3,71 \cdot 10^{-5}$.

Supponendo ora che sia nota la temperatura T del corpo nero, rappresentiamo la (53) con un diagramma cartesiano (fig. 6), prendendo λ come ascissa e B come ordinata. Otterremo una curva, detta *curva di Planck*, che rappresenterà la distribuzione di energia emessa dal corpo nero alla temperatura assoluta T . La (53) mostra che per $\lambda = 0$, si ha $B = 0$ e cioè la curva passa per l'origine; facendo crescere λ cresce anche B fino ad un certo valore $\lambda = \lambda_m$ detto *lunghezza d'onda di massima emissione*; crescendo ancora λ , l'ordinata B decresce e tende a zero, quando λ tende all'infinito (fig. 6).

È facile trovare la lunghezza d'onda di massima emissione,

giacchè dovendo ivi avere B il suo massimo valore, la derivata $dB/d\lambda$ dovrà annullarsi. Ora, derivando la (53), e scrivendo che tale derivata deve essere eguale a zero quando λ è eguale a λ_m , si ha immediatamente

$$(54) \quad 5 \lambda_m^4 (e^{\beta/\lambda_m T} - 1) - \frac{\beta \lambda_m^3}{T} e^{\beta/\lambda_m T} = 0$$

cioè riducendo

$$(55) \quad e^{\beta/\lambda_m T} \left(1 - \frac{\beta}{5 \lambda_m T} \right) = 1$$

dove ricaviamo, essendo $\beta = 1,435 \cdot 10^8$ e misurando λ in U.A.:

$$(56) \quad \lambda_m T = 2,89 \cdot 10^7$$

La (56) costituisce la *legge di Wien*, la quale appunto ci dice che in un radiatore perfetto la lunghezza d'onda di massima emissione è inversamente proporzionale alla temperatura assoluta. In conseguenza, se la temperatura è bassa, λ_m sarà grande e cioè il corpo emetterà in prevalenza luce infrarossa invisibile all'occhio. Aumentando T , diminuisce λ_m e quindi il corpo assume il color rosso, poi giallo, verde, azzurro, violetto; fino a che — crescendo ancora T e quindi diminuendo λ_m , il corpo emette in prevalenza luce ultravioletta e torna a divenire invisibile.

Possiamo ancora calcolare facilmente la quantità totale Q di energia emessa nell'unità di tempo e per unità di superficie (p. es. per cm^2 al minuto secondo) da un cor-

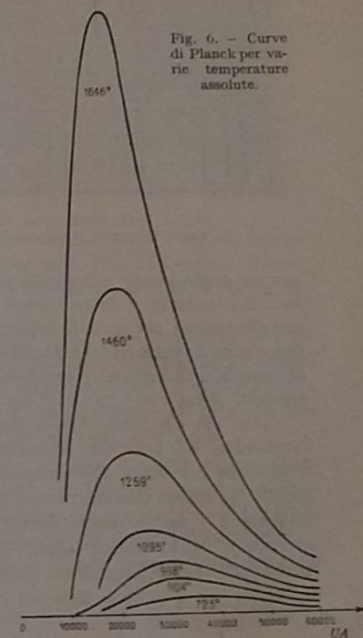


Fig. 6. — Curve di Planck per varie temperature assolute.

po nero a temperatura T . Infatti poichè $B d\lambda$ indica l'energia emessa tra le lunghezze d'onda λ e $\lambda + d\lambda$, avremo immediatamente ponendo $\lambda T = x$:

$$(57) \quad Q = \int_0^\infty B d\lambda = b T^4 \int_0^\infty \frac{T d\lambda}{\lambda^5 T^5 (e^{\beta\lambda T} - 1)} = b T^4 \int_0^\infty \frac{dx}{x^5 (e^{\beta x} - 1)}$$

E cioè, se indichiamo con J il valore numerico dell'integrale e poniamo $b J = \sigma$, abbiamo immediatamente

$$(58) \quad Q = \sigma T^4$$

Questa equazione esprime la *legge di Stefan*, la quale ci dice che la *quantità totale di energia emessa da un radiatore perfetto, o corpo*

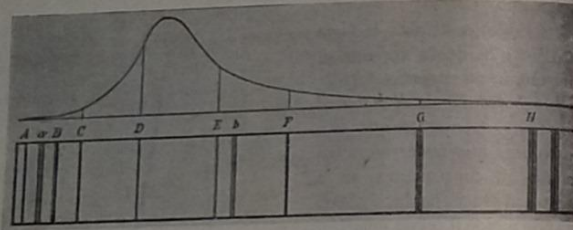


Fig. 7. - Distribuzione di energia nello spettro del Sole.
(In basso, lo spettro solare con le principali righe di Fraunhofer).

nero, è proporzionale alla quarta potenza della sua temperatura assoluta. La costante σ , detta *costante di Stefan*, misura la quantità di energia emessa per unità di superficie e nell'unità di tempo, da un corpo nero a temperatura assoluta di un grado. Prendendo per unità di superficie il centimetro quadrato e per unità di tempo il minuto secondo, si ha $\sigma = 5,72 \cdot 10^{-5} \text{ erg} = 1,37 \cdot 10^{-12} \text{ calorie/grammi}$.

Ora, ciò che rende queste leggi estremamente importanti per l'astrofisica, è il fatto che nel campo visuale e fotografico le stelle si comportano con molta approssimazione come corpi neri, o radiatori perfetti. Se infatti esaminiamo col bolometro (ben inteso, astraendo dalle righe o bande oscure dovute all'assorbimento dell'atmosfera terrestre e dell'atmosfera solare) la distribuzione di energia nello spettro del Sole, otteniamo un diagramma molto prossimo a quello di Planck per $T = 6000$ circa, ed analogamente possiamo dire per le stelle (fig. 7 e 8).

In particolare, per il Sole, l'energia di massima emissione (n. 10) ha lunghezza d'onda $\lambda_m = 4750$, onde la *legge di Wien* espressa dalla (56) ci dà $T = 6080$. Analogamente le osservazioni piroelometriche (n. 26) mostrano che per il Sole si ha $Q = 1490$ (e cioè che esso irradia 1490 calorie al secondo per cm^2 di superficie), onde la *legge di Stefan* espressa dalla (58) ci dà $T = 5750$, ecc.

Questo fatto offre dei metodi assai facili per la determinazione delle temperature stellari. E precisamente, gli astronomi chiamano:

a) *Temperatura effettiva* di una stella, la temperatura che dovrebbe avere un corpo nero affinché la quantità totale di energia emessa (per centimetro quadrato di superficie e per minuto secondo) risulti eguale a quella emessa dall'astro.

b) *Temperatura dal colore* di una stella, la temperatura che dovrebbe avere un corpo nero affinché il rapporto dell'energia che esso emette per due determinate lunghezze d'onda λ_1 e λ_2 , sia eguale a quello dell'energia emessa dall'astro. In particolare, se si fa tendere λ_2 verso λ_1 , si ha la cosiddetta *temperatura di gradiente*.

Osserviamo che la temperatura stellare dedotta dall'*indice di colore* (di cui già abbiamo parlato nei « *Fondamenti di Astronomia* » e su cui torneremo al n. 85) è appunto una « *temperatura dal colore* », giacchè viene dedotta dal rapporto delle energie emesse per $\lambda_1 = 4250$ e $\lambda_2 = 5300$ corrispondenti alla massima sensibilità della lastra fotografica e dell'occhio.

c) *Temperatura di massima emissione, o di Wien*, la temperatura che dovrebbe avere un corpo nero, affinché l'energia di massima emissione abbia la medesima lunghezza d'onda di quella osservata nell'astro.

d) *Temperatura di radiazione*, in un dato intervallo, la temperatura che dovrebbe avere un corpo nero affinché tutta l'energia che esso emette per centimetro quadrato e per lunghezze d'onda comprese tra λ_1 e λ_2 , sia eguale a quella emessa dall'astro per centimetro quadrato di superficie, nel medesimo intervallo.

Notiamo che la temperatura effettiva e quella di radiazione possono ottenersi soltanto in pochi casi, giacchè per averle è necessario conoscere il diametro dell'astro e la sua distanza da noi. Invece le altre temperature, dipendendo unicamente dalla *forma della curva di emissione*, possono dedursi da sole osservazioni spettrofotometriche (n. 85).

Notiamo ancora che, poichè nel campo visuale e fotografico,

Così per esempio la temperatura effettiva del Sole è 5750; quella di radiazione nel campo visuale 6050; quella di radiazione nel campo

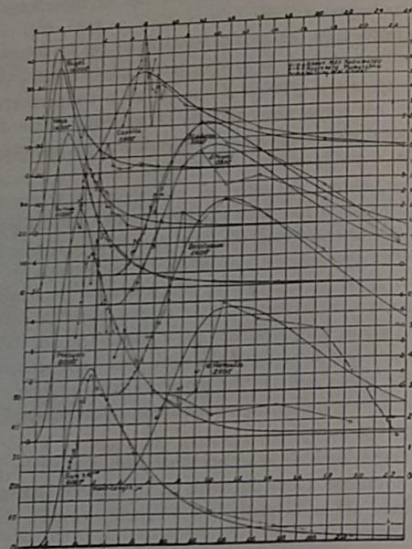


Fig. 8. - Distribuzione dell'energia nello spettro di alcune stelle.

10

Terminando ricordiamo ancora la legge di Lambert, secondo la quale l'energia totale dQ emessa da un elemento di superficie dS di un corpo si distribuisce diversamente nelle varie direzioni. E precisamente, la quantità di energia irradiata in una direzione che forma con la normale all'elemento l'angolo ϵ risulta approssimativamente proporzionale al coseno dell'angolo ϵ .

Supponiamo ora, per semplicità, che il pianeta si comporti come un corpo nero; ipotesi, a dir vero, che può ammettersi soltanto in prima approssimazione, specialmente se il pianeta è circondato da un'atmosfera che ostacola l'irradiazione per alcune lunghezze d'onda (bande di assorbimento). E supponiamo ancora, per semplicità, che a causa della rotazione del pianeta, che espone successivamente tutte le parti della sua superficie (eccettuate le calotte polari) alla luce del Sole, la temperatura assoluta T sia presso a poco la stessa in tutti i punti della superficie. Risulta facile allora di calcolare T con la legge di Stefan.

$$(59) \quad 4 \pi r^2 \sigma T^4 = Q (1 - A)$$

e cioè

$$(60) \quad T = \sqrt[4]{\frac{Q(1-A)}{4\pi r^2 \sigma}}$$

Ora, come abbiamo già detto (n. 13), ogni centimetro quadrato di superficie del Sole emette al minuto secondo circa 1490 calorie. Se

quindi indichiamo con R il raggio del Sole e con D la distanza del Sole dal pianeta, il flusso di energia solare alla distanza del pianeta sarà di $1490 R^2/D^2$ calorie al secondo, per centimetro quadrato di superficie normalmente esposta. Ora l'area che il pianeta espone normalmente ai raggi solari — o, come si dice, la superficie investita — è eguale alla sezione del pianeta con un piano passante per il suo centro e normale ai raggi del Sole; e cioè all'area del cerchio massimo πr^2 . Avremo quindi $Q = 1490 \pi r^2 R^2/D^2$ ed essendo $\sigma = 1,37 \cdot 10^{-12}$, la (60) ci dà immediatamente

$$(61) \quad T = 4060 \sqrt{\frac{R^2(1-A)}{D^2}}$$

Se stimiamo la distanza D del pianeta dal Sole in unità astronomiche a , poichè il raggio R del Sole è eguale a 697 000 km. e cioè a 0,00464 unità astronomiche; avremo identicamente $R/D = 0,00464/a$ quindi la (61) diviene

$$(62) \quad T = \frac{277 \varepsilon}{\sqrt{a}}$$

dove abbiamo posto per semplicità

$$(63) \quad \varepsilon = \sqrt[4]{1-A}$$

La (62) mostra che, a parità di albedine, la temperatura media effettiva di un pianeta è inversamente proporzionale alla radice quadrata della sua distanza dal Sole. Ovviamente, trovata la temperatura assoluta T , basterà sottrarre 273 per avere la temperatura ordinaria centesimale τ .

Poichè conosciamo approssimativamente le albedini dei vari pianeti, servendoci della (62) possiamo calcolare la seguente tabella:

TEMPERATURE MEDIE EFFETTIVE DEI PIANETI

Pianeta	A	ε	a	T	τ
Mercurio	0,07	0,98	0,387	437	+ 164
Venere	0,59	0,80	0,723	261	— 12
Terra	0,29	0,92	1,000	254	— 19
Marte	0,15	0,96	1,524	215	— 58
Giove	0,44	0,86	5,203	105	— 168
Saturno	0,44	0,86	9,539	78	— 195
Urano	0,44	0,86	19,218	54	— 219
Nettuno	0,52	0,83	30,190	42	— 231
Plutone	0,04 (?)	0,99 (?)	39,500	42 (?)	— 231 (?)

Osserviamo che, a causa dell'atmosfera che impedisce parzialmente l'irradiazione (analogamente a ciò che avviene in una serra da fiori, chiusa da un'invetriata), la temperatura reale è maggiore di quella ora calcolata, sebbene sempre dello stesso ordine di grandezza. Così p. es. la temperatura media della Terra, dalle osservazioni meteorologiche, risulta di circa +14 del termometro centesimale e cioè 287 di temperatura assoluta; vale a dire circa trenta gradi maggiore di quella data dalla formula (61).

Osserviamo ancora che, se un pianeta rivolge sempre la stessa faccia al Sole, soltanto un emisfero del pianeta viene ad essere riscaldato e quindi ad emettere calore. In tal caso la quantità di energia emessa è data $2 \pi r^2 \sigma T^4$ invece di $4 \pi r^2 \sigma T^4$, e quindi T viene moltiplicato per $\sqrt[4]{2} = 1,19$. Se dunque supponiamo che Mercurio (come per primo trovò Schiaparelli, e come sembra confermato dalle osservazioni moderne) rivolga sempre la stessa faccia al Sole, la temperatura effettiva media nell'emisfero sempre illuminato dal Sole sarebbe $437 \cdot 1,19 = 520$; vale a dire di circa 247 del termometro centesimale. La temperatura reale sarebbe poi ancora maggiore, specialmente nel centro dell'emisfero illuminato dove il Sole si trova sempre in vicinanza dello zenit (punto subsolare). Ed infatti Nicholson e Pettit, con misure termoelettriche, hanno trovato per il centro del disco illuminato di Mercurio una temperatura assoluta T di 690 gradi, pari a 417 del termometro centesimale e cioè superiore al punto di fusione del piombo!

§ 15. Temperatura dei gas interstellari. — Per studiare la temperatura dei pianeti abbiamo supposto (come è lecito in prima approssimazione) che essi si comportino come corpi neri; ed abbiamo trovato che la loro temperatura assoluta diminuisce in ragione inversa della radice quadrata della distanza dal Sole. Ma la conclusione sarebbe stata interamente diversa se fossimo stati costretti ad abbandonare l'ipotesi della somiglianza col corpo nero; p. es. se si trattasse di calcolare la temperatura di una sfera gassosa, estremamente rarefatta, e quindi capace di assorbire e di emettere soltanto radiazioni di particolare lunghezza d'onda.

Per vederlo, supponiamo che ad una distanza D dal Sole si trovi una sfera gassosa, molto rarefatta, di raggio r e temperatura T' e che il gas di cui è composta possa assorbire (e quindi emettere) soltanto energia di lunghezza d'onda λ' . In altre parole, supponiamo

che il coefficiente di assorbimento a sia eguale all'unità per $\lambda = \lambda'$ ed eguale a zero per λ diverso da λ' .

Ora l'energia irradiata al minuto secondo da un centimetro quadrato della superficie solare, in corrispondenza alla lunghezza d'onda λ' , è data da $B(\lambda', T)$, essendo T la temperatura effettiva del Sole. E quindi, ripetendo il ragionamento già fatto, troviamo che il flusso di energia che viene a cadere ogni minuto secondo sulla sfera gassosa e che questa assorbe interamente, è dato da

$$\pi r^2 R^2 B(\lambda', T) : D^2,$$

dove R indica sempre il raggio del Sole.

D'altra parte, per la legge di Kirchhoff data dalla (52), il potere emissivo della sfera gassosa è nullo per λ diversa da λ' ed è eguale a $B(\lambda', T')$ per $\lambda = \lambda'$, dove T' indica, come abbiamo detto, la temperatura del gas. In conseguenza, l'energia che la sfera gassosa irradia ogni minuto secondo sarà $4\pi r^2 B(\lambda', T')$, onde eguagliando l'energia emessa a quella ricevuta, avremo

$$(64) \quad R^2 B(\lambda', T) = 4 D^2 B(\lambda', T')$$

Sostituendo ora al posto di B il suo valore dato dalla (53) e trascurando per semplicità il termine -1 di fronte all'esponenziale, otteniamo

$$(65) \quad \frac{\beta}{e} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T'} \right) = \frac{R^2}{4 D^2}$$

da cui prendendo i logaritmi a base decimale risulta

$$(66) \quad \frac{1}{T'} = \frac{1}{T} - \frac{\lambda'}{k\beta} \log \frac{R^2}{4 D^2}$$

dove $k = 0,4343$ è il logaritmo decimale di e .

La (66) ci permette di calcolare la temperatura T' della sfera gassosa e ci mostra che, se λ' è piccola, T' risulta prossima a T anche quando la distanza D dal Sole è molto grande.

Immaginiamo p. es. che una sfera gassosa si trovi ad una distanza dal Sole eguale a quella di Nettuno ($R/D = 0,00015$) e che essa possa assorbire soltanto energia ultravioletta di lunghezza d'onda λ' eguale a 1000 unità Angstrom. Poiché la temperatura effettiva del Sole T è di circa 6000 e si ha $\beta = 1,435 \cdot 10^8$, la (66) ci

dà subito eseguendo il calcolo

$$(67) \quad \frac{1}{T'} = \frac{1}{6000} + 0,00015$$

da cui ricaviamo $T' = 3100$, vale a dire circa tremila gradi del termometro centesimale.

Così, mentre alla distanza di Nettuno un corpo nero illuminato dal Sole assumerebbe una temperatura di circa 230 gradi sotto zero del termometro centesimale, come abbiamo visto poco fa, la sfera gassosa ora considerata giungerebbe verso i tremila gradi!

Questa osservazione, dovuta a Fabry, ha grande importanza per l'astrofisica moderna, giacché ci mostra come i gas interstellari e le nebulose diffuse possano trovarsi ad alta temperatura, benché ricevano luce da stelle relativamente assai lontane ⁽¹⁾.

16. Pressione dell'energia. — Come insegna la fisica, l'energia possiede una massa che è eguale all'energia stessa divisa per il quadrato della velocità della luce. Si ha cioè, chiamando con Q una certa quantità di energia e con m la massa che essa possiede

$$(68) \quad Q = m c^2$$

dove c indica la velocità della luce. Ovviamente, se si adottano le unità del sistema C.G.S. l'energia Q dovrà essere misurata in erg.

Immaginiamo ora che sopra una superficie piana annerita S cada normalmente in un minuto secondo la quantità di energia Q . Poiché questa energia ha la massa Q/c^2 e si muove con velocità c , la sua quantità di moto sarà $m c = Q/c$ e quindi — essendo l'energia interamente assorbita dalla superficie annerita — S riceverà un impulso eguale a Q/c . In conseguenza, essendo la forza eguale all'impulso diviso per il tempo ed avendo supposto che sia $t = 1$, la superficie S subirà una pressione P data, in *dine*, dalla formola

$$(69) \quad P = \frac{Q}{c}$$

Questo fenomeno, intuito già da Bartoli e quindi dimostrato teoricamente da Maxwell, è stato recentemente confermato da esperienze di laboratorio, onde deve ritenersi come assolutamente sicuro. Ovviamente, se la superficie S fosse parzialmente trasparente e cioè lasciasse passare una frazione r dell'energia che vi cade, la pressione

⁽¹⁾ Cfr. CH. FABRY: *Remarks on the temperature of space*, in « *Astroph. Journ.* », vol. XLV (1917).

P andrebbe moltiplicata per $1 - r$, giacchè la parte dell'energia che non è arrestata non esercita nessuna pressione. Analogamente se la direzione dei raggi incidenti, invece di essere normale ad S facessero con essa un angolo i , occorrerebbe prendere la componente normale e cioè moltiplicare P per $\sin i$ ecc.

Il fenomeno di pressione dell'energia (indicato spesso col nome di effetto Bartoli-Maxwell) ha grande importanza nell'astrofisica.

Per vederlo, consideriamo un corpo sferico di raggio r e densità ϱ posto a distanza D dal Sole ed adoperiamo, per semplicità, le unità del sistema C.G.S. La massa del corpo sarà ovviamente $4\pi r^3 \varrho/3$ e quindi la forza F con cui esso viene attirato dal Sole stesso sarà $4\pi r^2 \varrho M f/3 D^2$, dove (come facemmo nel volume sui *Fondamenti di Astronomia*) indichiamo con f il coefficiente attrattivo e con M la massa del Sole.

D'altra parte, il corpo viene colpito dalla luce del Sole e quindi, come abbiamo ora calcolato, riceve ogni minuto secondo una quantità di energia eguale a $1490\pi r^2 R^2/D^2$ calorie e cioè a circa $6,19 \cdot 10^{10} \pi r^2/D^2$ erg. Se il corpo è opaco, tale energia viene assorbita; essa eserciterà allora sul corpo una pressione P che tenderà a respingerlo dal Sole e che sarà eguale a $6,19 \cdot 10^{10} \pi r^2 R^2/D^2 c$ essendo R il raggio del Sole.

Se indichiamo quindi con k il rapporto tra la forza repulsiva P e la forza attrattiva F , avremo

$$(70) \quad k = \frac{P}{F} = \frac{8,25 \cdot 10^{10} R^2}{M f \varrho r c}$$

Si vede subito che, essendo c molto grande, se anche r è grande, k sarà piccolissima e cioè la repulsione sarà assolutamente insensibile rispetto all'attrazione; ciò avviene p. es. per i pianeti che si muovono sotto l'attrazione solare.

Ma la (70) mostra pure che, se r diminuisce, k aumenta. E precisamente (poichè nel sistema C.G.S. si ha $R = 6,97 \cdot 10^{10}$; $M = 1,98 \cdot 10^{33}$; $f = 6,66 \cdot 10^{-8}$; $c = 3 \cdot 10^{10}$) si trova che k diviene eguale all'unità, e cioè che l'attrazione eguaglia la repulsione, quando si ha misurando sempre r in centimetri

$$(71) \quad r = \frac{0,0001}{\varrho}$$

Ne segue che per un piccolo corpicciuolo sferico, di densità eguale a quella dell'acqua ($\varrho = 1$) e con raggio di un micron (millesimo di

millimetro), la pressione della luce solare equilibria esattamente l'attrazione del Sole, qualunque sia la distanza D dal Sole stesso. Se si trattasse invece di un piccolo granello di polvere ($\varrho = 2$ circa), il raggio del corpuscolo dovrebbe essere di circa mezzo micron, ecc. Inutile aggiungere che se il valore di r fosse ancora più piccolo del limite indicato dalla (69), k sarebbe maggiore dell'unità e cioè la pressione della luce solare *supererebbe* l'attrazione; il granello sarebbe quindi *respinto* dal Sole!

Come vedremo, queste considerazioni spiegano importanti fenomeni astrofisici; p. es. la formazione della luce zodiacale, la direzione delle code delle comete generalmente opposte al Sole, ecc. Osserviamo però che se r diminuisce tanto da divenire piccolo (p. es. se si tratta di un atomo) anche rispetto alla lunghezza d'onda della luce incidente, le onde luminose girano intorno al corpuscolo senza essere arrestate (eccettuate quelle particolari lunghezze d'onda che l'atomo è capace di assorbire) e quindi la (71) non conserva più il suo valore.

17. Densità di energia. — Immaginiamo ora di avere un recipiente chiuso, le cui pareti siano annerite nell'interno e portate ad una temperatura costante T . Allora ogni elemento dS della superficie interna del recipiente emetterà, al minuto secondo, una quantità di energia eguale a $\sigma T^4 dS$; e questa energia, partendo da dS e muovendosi nell'interno del recipiente in tutte le direzioni con velocità c , andrà ad incontrare altri elementi della superficie del recipiente stesso da cui verrà assorbita. Viceversa, l'elemento superficiale considerato dS , riceverà ed assorbirà parte dell'energia emessa dagli altri elementi, e — dovendo la temperatura rimanere costante — l'energia assorbita sarà eguale a quella emessa e cioè a $\sigma T^4 dS$. Si comprende quindi che, nell'interno del nostro recipiente, l'energia viaggerà muovendosi in tutti i sensi, partendo e dirigendosi verso i diversi elementi della superficie che lo racchiude.

Ciò posto, chiameremo *densità di energia*, la quantità E di energia che si trova in un centimetro cubo di volume nell'interno del recipiente.

Per calcolare E , supponiamo che l'energia che viene a cadere sull'elemento superficiale dS , provenga da una direzione che formi un angolo i con la superficie dell'elemento stesso. Si trova allora che la quantità dQ di energia che, in un minuto secondo, verrà ad incontrare l'elemento stesso sarà data da $E c \sin i dS$. Ma, in realtà, l'energia che viene ad incontrare dS proviene da tutte le direzioni,

che anzi sono tutte egualmente probabili. Il calcolo delle probabilità mostra allora che il valor medio di $\sin i$ è eguale ad $1/4$, onde avremo in realtà $dQ = E c dS/4$. Ma, per l'equilibrio, la quantità di energia ricevuta da dS deve essere eguale a quella emessa e cioè dovrà essere $E c dS/4 = \sigma T^4 dS$. In conseguenza, se misuriamo l'energia in erg e poniamo per semplicità

$$(72) \quad a = \frac{4\sigma}{c} = 7,63 \cdot 10^{-13}$$

avremo immediatamente

$$(73) \quad E = a T^4$$

Come si vede, E è molto piccola finché T è piccola; ma cresce rapidamente col crescere di T . Così p. es. se le pareti del recipiente avessero una temperatura di quaranta milioni di gradi (temperatura dell'ordine di grandezza di quella esistente nelle regioni centrali di alcune stelle), si trova immediatamente $E = 1,95 \cdot 10^{16}$ erg; vale a dire si ha una densità di energia di circa cinquecento milioni di calorie per centimetro cubo!

È facile pure di calcolare la pressione che questa energia esercita sulle pareti annerite del recipiente. Infatti, se tutta l'energia dQ che arriva sull'elemento dS al minuto secondo provenisse da una direzione formante un angolo i con l'elemento stesso, essa eserciterebbe una pressione eguale a $\sin i dQ/c = E \sin^2 i dS$. In realtà, provenendo l'energia da tutte le direzioni ed essendo tutte egualmente probabili, al posto di $\sin^2 i$ dovremo mettere il suo valor medio che, secondo il calcolo delle probabilità è eguale ad $1/3$. Supponendo che l'elemento dS abbia l'area di un centimetro quadrato, la pressione P che l'energia eserciterà su di esso sarà quindi

$$(74) \quad P = \frac{E}{3} = \frac{a T^4}{3}$$

dove, essendo E misurato in erg, P risulterà espressa in dine. Così, nell'esempio che abbiamo riportato, essendo $T = 40\,000\,000$, la pressione esercitata dall'energia sarà di circa $6,5 \cdot 10^{15}$ dine, pari ad oltre sei miliardi di chilogrammi per centimetro quadrato.

✕ 18. Inversione degli spettri. Spettri stellari. — Termineremo queste nozioni propedeutiche, con l'occuparci dei fondamenti della teoria degli spettri stellari.

Come abbiamo veduto (n. 13), il potere emissivo del corpo nero è dato dalla $B(\lambda, T)$ che è funzione continua di λ . Ne segue che lo spettro di un corpo nero (ed analogamente può dirsi per i solidi ed i liquidi, essendo $a(\lambda, T)$ pure continua) è uno spettro continuo; a differenza di quello dei gas a bassa pressione che è formato da serie di righe, se monoatomici, e da serie di bande se pluriatomici (spettri molecolari). Infatti, noi possiamo paragonare l'atomo ad un oscillatore, che emette od assorbe soltanto alcune armoniche (righe spettrali) quando è interamente libero, come nel caso di gas monoatomici a bassa pressione. Se invece l'oscillatore è vincolato, le vibrazioni si confondono più o meno largamente secondo l'importanza dei vincoli, passando così allo spettro a bande dei gas pluriatomici e quindi allo spettro continuo dei liquidi e dei solidi incandescenti.

Ciò posto, immaginiamo che la luce proveniente da un corpo nero, ad alta temperatura, attraversi una massa gassosa a bassa pressione ed a temperatura inferiore a quella del corpo nero. Il gas assorbirà soltanto alcune particolari radiazioni e quindi le riemetterà; ma, essendo la sua temperatura inferiore a quella del corpo nero da cui proviene la luce, le radiazioni emesse sono meno intense di quelle assorbite. In conseguenza, lo spettro luminoso continuo del corpo nero apparirà solcato da righe oscure che corrispondono appunto alle righe luminose che il gas è capace di emettere.

Più precisamente, sia T la temperatura del corpo nero e T' quella del gas circostante, essendo T' minore di T . Allora, come al n. 13, la quantità di luce emessa dal corpo nero in corrispondenza alla lunghezza d'onda λ sarà data da $B(\lambda, T)$, quella emessa dal gas da $e(\lambda, T')$ e quella assorbita dal gas stesso da $B(\lambda, T) a(\lambda, T')$. In conseguenza l'intensità della luce di lunghezza d'onda λ riceverà un incremento S dato da $e(\lambda, T') - B(\lambda, T) a(\lambda, T')$; e cioè (n. 13), essendo $e(\lambda, T') = B(\lambda, T') a(\lambda, T')$, avremo

$$(75) \quad S = a(\lambda, T') [B(\lambda, T') - B(\lambda, T)]$$

Ora il gas è capace di assorbire prevalentemente alcune radiazioni di particolare lunghezza d'onda, e cioè $a(\lambda, T')$ sarà presso a poco nullo tranne che per alcuni particolari valori di λ , per cui potrà acquistare una notevole grandezza. Ma, essendo $T' < T$, la differenza $B(\lambda, T') - B(\lambda, T)$ è certamente negativa, e quindi S sarà in generale presso a poco eguale a zero, eccettuati alcuni particolari lunghezze d'onda λ , per cui S sarà negativa e di valore sensibile. Noi

dovremo quindi vedere lo spettro del corpo nero solcato da righe oscure, come appunto abbiamo ora detto.

Questo fenomeno, chiamato col nome d'*inversione degli spettri*, venne scoperto sperimentalmente da Kirchhoff nel 1859, esaminando con lo spettroscopio la luce solare che aveva attraversato una bottiglia ripiena di vapori di sodio. Ed esso è di particolare importanza nell'astrofisica.

Infatti (n. 13) le stelle si comportano, presso a poco, come corpi neri ad alta temperatura. Ma la loro luce, prima di giungere a noi, deve attraversare l'atmosfera stellare e terrestre composte di gas a bassa pressione ed a temperatura *inferiore* a quella del corpo stellare. Lo spettro delle stelle dovrà quindi apparire solcato da righe o bande *oscure*, come appunto dimostrano le osservazioni.

Notiamo però fin d'ora che, nello spettro di alcune stelle particolari, oltre alle righe *oscure*, si veggono anche righe *luminose*. Il fenomeno era stato spiegato ammettendo che alcuni gas si trovino nelle atmosfere stellari ad altissima temperatura ($T' > T$); ma oggi sembra più probabile che esso sia dovuto a *fluorescenza* (v. 6), come avviene nello spettro delle nebulose diffuse e come meglio vedremo in seguito.

PARTE SECONDA

FISICA SOLARE

CAPITOLO III

STUDIO VISUALE DEL SOLE
LA FOTOSFERA SOLARE

19. **Nozioni generali.** — Come abbiamo visto nei Fondamenti di Astronomia, il Sole è un globo colossale avente un diametro di 1 394 000 km (circa 109 volte quello terrestre), una massa di $1,98 \cdot 10^{33}$ grammi (e cioè circa 332 000 volte quella della Terra) e quindi una densità media eguale ad 1,41. Dalla formula $g = m/r^2$, si trova poi che la gravità g sul Sole è di 273 m/sec; vale a dire, è circa 28 volte maggiore di quella terrestre (9,80 m/sec). Abbiamo anche detto (n. 13 e 26) che alla superficie solare, la temperatura è di circa 6000 gradi; mentre è certamente assai maggiore nell'interno, come meglio vedremo tra breve. In conseguenza, poichè la fisica insegna che, quando la temperatura supera un certo valore critico, gli elementi possono esistere soltanto allo stato gassoso, dobbiamo concludere che *il Sole è un globo interamente gassoso.*

Esaminando il Sole col cannocchiale (ovviamente munito di un offuscante), esso ci appare (fig. 9) come un disco lucidissimo, con periferia ben netta, di color bianco nella parte centrale e bianco giallastro verso la periferia (*Sol in margine fulvus, in medio clarior*, scriveva fin dal 1630 il P. Scheiner nella sua « Rosa Ursina »), dove lo splendore è alquanto minore; ciò che costituisce il cosiddetto fenomeno dell'*offuscamento al bordo* (n. 25).

Ora, secondo la legge fotometrica approssimata (n. 13) di Lambert, una sfera incandescente, vista da lontano, appare come un *disco luminoso di splendore uniforme*. Infatti, secondo la *legge di Lambert*, ogni elemento dS della superficie invia in una direzione qualsiasi s formante un angolo ε con la normale, una quantità di luce proporzionale a $\cos \varepsilon$; e cioè proporzionale all'area apparente dell'elemento, vista da lontano da un osservatore situato nella di-

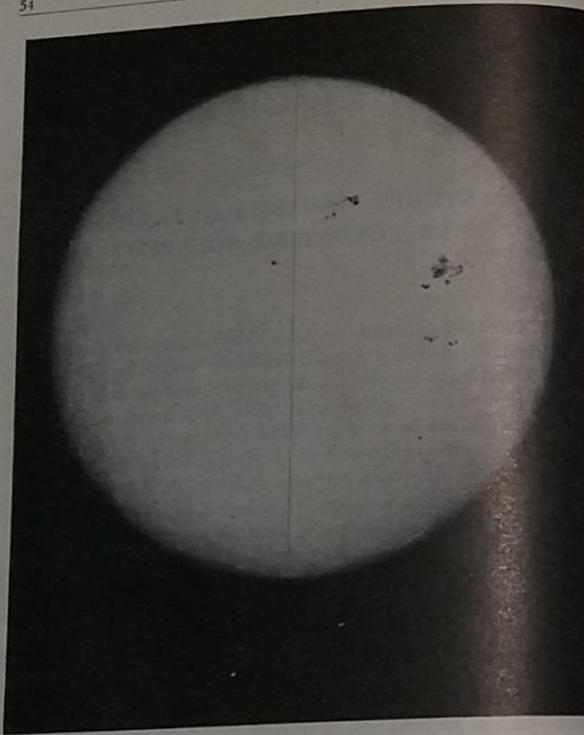


Fig. 9. - Fotografia del Sole eseguita all'Osservatorio di Monte Mario (Roma) il 2 aprile 1949 col fotoreliografo Askania. (La linea centrale è l'immagine di un filo del micrometro, onde eseguire le misure sopra la lastra fotografica. La fotografia è ridotta a metà).

rezione s anzidetta. Se ne conclude che l'offuscamento al bordo è dovuto al fatto che la superficie solare visibile è circondata da una atmosfera, come del resto indicano le righe oscure (fig. 22) dello spettro solare (n. 18).

Anche la nettezza del bordo solare è facilmente spiegabile, non ostante che il Sole sia gassoso.

Infatti i gas solari sono altamente ionizzati e l'esperienza mostra che tali gas divengono quasi opachi al crescere della pressione.

Ora l'equazione barometrica insegna che nell'atmosfera terrestre la pressione p si riduce alla decima parte, quando l'altezza aumenta di circa 18 km; così p. es. al livello del mare si ha $p = 760$ mm; a 18 km di altezza $p = 76$ mm; a 36 km $p = 7,6$ mm ecc. Ma applicando la stessa equazione all'atmosfera solare, si trova⁽¹⁾ che p si riduce alla decima parte quando l'altezza aumenta di circa 240 km, onde un dislivello di soli mille km basta a ridurre p alla sua decimillesima parte, passando così p. es. da una pressione di cento atmosfere alla pressione di un centesimo di atmosfera e quindi da gas opachi a gas trasparenti. Ma una lunghezza di mille km alla distanza D del Sole ($D = 149\,600\,000$ km) appare a noi sotto un angolo di un secondo; vale a dire la « sfumatura » del bordo solare sarà così sottile da essere praticamente invisibile al cannocchiale. In altre parole, il Sole dovrà apparirci come un disco con un bordo ben netto, precisamente come mostra l'osservazione.

⁽¹⁾ Chiamando con p , ϱ , T , g la pressione, la densità, la temperatura assoluta e la gravità, la meccanica ci dà l'equazione, detta barometrica:

$$(1) \quad dp = -\varrho g dz$$

mentre l'equazione (37) dei gas perfetti, essendo $V = 1/\varrho$, diviene

$$(2) \quad p = \frac{R}{q} \varrho T$$

Dividendo membro a membro, abbiamo quindi

$$(3) \quad \frac{dp}{p} = -\frac{g q}{R T} dz$$

da cui integrando e supponendo che g , q , T si mantengano costanti, si ha

$$(4) \quad p = p_0 e^{-\frac{g q z}{R T}}$$

essendo p_0 la pressione per $z = 0$ ed e la base dei logaritmi naturali.

Essendo l'atmosfera solare composta prevalentemente d'idrogeno e di elio con pochi vapori metallici, possiamo prendere come peso atomico medio $q = 2$ e come temperatura media circa 6000. D'altra parte sul Sole si ha circa $g = 273$ m/sec e cioè, prendendo per unità di misura il centimetro ed il secondo, $g = 27300$, mentre (n. 11) con tali unità risulta pure $R = 82\,600\,000$.

In conseguenza l'ultima equazione diviene

$$(6) \quad \frac{p}{p_0} = e^{-0,000,000,4 z}$$

da cui risulta subito che p/p_0 si riduce alla decima parte quando z aumenta di 24,000,000 cm, circa, e cioè di 240 Km.

✕ 20. La fotosfera solare. Osservazioni visuali dirette e per proiezione. Osservazioni fotografiche. — Gli astronomi chiamano *fotosfera* ($\varphi\omega\varsigma$ = luce; $\sigma\varphi\alpha\iota\sigma\varsigma$ = sfera), la superficie sferica che apparentemente limita il globo solare quando si osserva col cannocchiale. Come abbiamo ora detto, tale superficie è in realtà uno strato di transizione, che separa la regione dei gas opachi nell'interno, da quella dei gas trasparenti all'esterno.

I metodi che adoperiamo per l'esame della fotosfera, sono i seguenti:

A) *Visione diretta*, esaminando il Sole col cannocchiale munito di *offuscante*. Tra questi, i più semplici sono costituiti da vetri colorati (neri, rossi o verdi molto cupi) a faccie esattamente piane e parallele, per non deformare la visione dei dettagli. Ma gli astronomi preferiscono l'*oculare di Herschel* che non altera i colori, giacché la diminuzione di splendore è ottenuta per mezzo di riflessioni dell'immagine focale su vetri trasparenti. Ancora migliore è l'*oculare inventato dall'astronomo italiano Colzi* (ed impropriamente chiamato *oculare elioscopico Zeiss*) che noi adoperiamo all'Osservatorio di Monte Mario. In esso, l'immagine focale del Sole viene a cadere sopra un prisma a riflessione totale, posto in un liquido (generalmente olio di vaselina) che ha un indice di rifrazione poco diverso dal cristallo del prisma. Allora, per note leggi fisiche, soltanto una piccola parte della luce viene riflessa dal prisma, mentre la maggior parte attraversa l'olio di vaselina e quindi viene a cadere sopra un piccolo diaframma annerito, dove si estingue.

In ogni modo, occorre avvertire che l'esame diretto del Sole è assai facile con piccoli cannocchiali; ma diviene alquanto pericoloso con i grandi equatoriali, con lenti di 40 cm di apertura, data la grande quantità di energia raccolta dall'obiettivo ed il forte riscaldamento degli oculari. Occorrono allora molte precauzioni, onde i giovani studenti dovranno lavorare in tal campo soltanto sotto la guida di assistenti ben pratici.

B) *Metodo proiettivo*, che consiste essenzialmente nel porre dietro l'oculare del cannocchiale uno schermo piano, ricoperto di carta bianca, ben liscia ed a grana molto fina, e nel far cadere su di esso l'immagine focale del Sole ingrandita dall'oculare stesso. È facile ottenere in tal modo immagini solari di parecchi centimetri di diametro, nelle quali (mettendo ben a fuoco il cannocchiale) si scorgono perfettamente le macchie, le facule, ecc.

Questo metodo, facile e comodo, non presenta nessun pericolo,

e permette anche di ottenere in pochi minuti un disegno dello stato del Sole ricalcando con la matita i contorni delle macchie, delle facule ecc. Ma, per l'esame dei dettagli più delicati, la visione diretta risulta superiore.

C) *Metodo fotografico*, che consiste nel porre al fuoco del cannocchiale una lastra fotografica e nell'eseguire quindi una istantanea del Sole, con esposizione generalmente inferiore al millesimo di secondo, ottenendo così immagini immuni dalle perturbazioni dovute al tremolio atmosferico. Anzi, data la grande quantità di luce, si adoperano generalmente lastre poco sensibili (p. es. lastre per diapositive) e quindi a grana finissima, ciò che aumenta ancora la precisione delle immagini. All'Osservatorio di Monte Mario (Roma) si fotografa ogni giorno il Sole, per lo studio delle macchie, ottenendo nitide immagini di 16 centimetri di diametro, appunto su lastre per diapositive (fig. 9).

Dobbiamo osservare però che, avendo il Sole un diametro apparente di circa 30', l'immagine avrà un diametro di circa nove millimetri per ogni metro di lunghezza focale dell'obiettivo. Per avere quindi fotografie di grandi dimensioni è necessario di adoperare un equatoriale a lungo fuoco, oppure di servirsi di un *teleobiettivo*.

Gli astronomi preferiscono la prima soluzione, onde rendere minime le inevitabili imperfezioni delle lenti; ed anzi — specialmente nel caso in cui il cannocchiale debba portare lo spettrografo, strumento pesante e di notevoli dimensioni — preferiscono di mantenere immobile il cannocchiale, facendo cadere sull'obiettivo l'immagine del Sole per mezzo di un *celostato*.

Questo strumento, che ha grande utilità nella fisica solare, consiste essenzialmente (fig. 10) di due specchi, perfettamente piani, argentati od alluminati, di cui uno *C* è mobile e l'altro *D* è fisso. Lo specchio mobile *C* ruota intorno ad un asse passante per il suo piano e disposto parallelamente all'asse della sfera celeste, con velocità di 7° 30' all'ora e cioè con velocità angolare eguale alla metà di quella con cui ruota la sfera celeste. Poiché l'angolo d'incidenza è eguale all'angolo di riflessione, è facile vedere che, se *C* riflette la luce del Sole, i raggi riflessi conserveranno direzione *invariabile* mentre l'astro percorre il suo arco diurno sull'orizzonte. Non resta allora che far cadere la luce, riflessa dallo specchio mobile *C*, sopra uno specchio fisso *D* il quale si colloca in modo che i raggi riflessi da *D* vengano a cadere sull'obiettivo del cannocchiale ed abbiano direzione parallela a quella dell'asse del cannocchiale stesso.

Il cannocchiale può disporsi orizzontalmente (nel qual caso si hanno le così dette «camere orizzontali») o meglio ancora verticalmente, facendolo sostenere da un'apposita armatura ben solida e

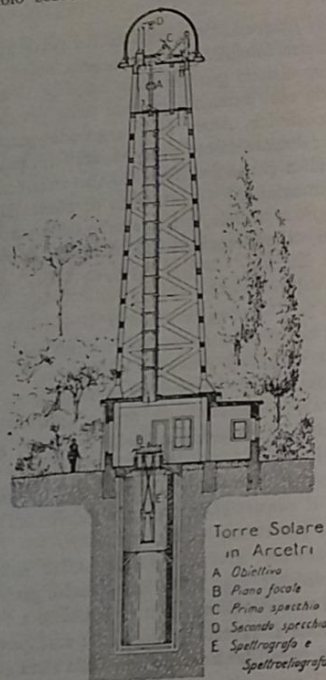


Fig. 10.

costituendo così ciò che oggi si chiama una *Torre Solare*. In Italia abbiamo in proposito la Torre Solare di Arcetri che è alta 19 metri (fig. 10), mentre una seconda di maggiori dimensioni (metri 38) è stata ora costruita all'Osservatorio di Monte Mario (Roma). L'Osservatorio di Monte Wilson, che molto si occupa di studi solari, possiede due «Torri Solari», di cui la maggiore (fig. 11) è alta circa 50 metri ed è la massima esistente. L'Osservatorio



Fig. 11. - Torri Solari dell'Osservatorio di Monte Wilson.

di Potsdam (Germania) ha una torre solare forse più complessa (fig. 12), giacchè funziona come i cosiddetti «cannocchiali a gomito». E cioè i raggi solari, provenienti dall'obbiettivo situato

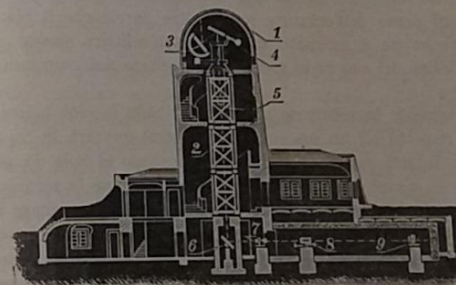


Fig. 12. - Torre Solare dell'Osservatorio di Potsdam.
(1, Cupola di 4 metri di diametro; 3, Celostato; 4, Specchio fisso; 6, Specchio deviatore; 8, Prismi e reticoli).

nella parte più alta della torre, sono riflessi alla base da uno specchio (fig. 12) inclinato di 45° ; onde essi compiono il loro percorso parte verticalmente e parte orizzontalmente in un sotterraneo, dove appunto sono situati gli apparecchi spettroscopici.

✕ **21. Macchie solari. Rotazione del Sole.** — Il primo astronomo che ha osservato il cielo con un cannocchiale, il grande Galileo Galilei, si accorse ⁽¹⁾ subito fin dal 1610, che sulla superficie del disco solare apparivano alcune macchie oscure. La scoperta destò immenso interesse in tutto il mondo scientifico; anche perchè essa sembrava in netto contrasto con le teorie degli antichi filosofi greci, secondo cui il Sole non poteva avere nessuna imperfezione od impurità.

Lo stesso Galileo si accorse che le macchie apparivano sul bordo orientale del Sole e quindi — dopo aver descritto un arco di ellisse (proiezione di un cerchio) sul disco solare — tramontavano circa due settimane dopo al bordo occidentale. Ed egli ne dedusse giustamente che il Sole ruotava intorno a se stesso in poco meno di un mese, da ponente a levante; ciò che offriva un nuovo e valido argomento di analogia in favore della teoria di Copernico, tanto ardentemente difesa dallo stesso Galileo.

Più precisamente (come meglio diremo tra poco) le osservazioni moderne hanno mostrato che il Sole *non* ruota esattamente come un corpo rigido, giacchè la sua velocità angolare di rotazione diminuisce un poco col crescere della latitudine, ed è massima all'equatore dove il periodo di rotazione è di venticinque giorni e nove ore ($25^d, 35$). Si è pure trovato che l'asse di rotazione del Sole ha un'inclinazione di $82^\circ 45'$ sul piano dell'eclittica, (od in altre parole che il piano dell'equatore solare è inclinato di $7^\circ 15'$ sull'eclittica stessa), mentre la longitudine del suo nodo ascendente (contata dall'equinozio 1950) è di $75^\circ 4'$.

Ovviamente la rotazione sinodica del Sole (e cioè la rotazione del Sole rispetto ad un osservatore terrestre) avverrà in un tempo maggiore. Infatti, poichè la Terra ruota intorno al Sole da ponente a levante — e cioè nello stesso senso in cui avviene la rotazione solare — compiendo un giro in un anno, la velocità angolare diurna con cui il Sole sembrerà ruotare rispetto ad un osservatore terrestre sarà eguale a $2\pi/25,35 - 2\pi/365,25$ e cioè approssimatamente a $2\pi/27$. In conseguenza la rivoluzione sinodica del Sole avverrà in ventisette giorni circa; vale a dire, se noi oggi vediamo sorgere una macchia dal bordo orientale del Sole, la macchia stessa (dopo essere tramontata al bordo occidentale e supponendo che si conservi) nascerà nuovamente tra ventisette giorni al bordo orientale.

⁽¹⁾ In una lettera scritta a Giuliano dei Medici nel giugno 1612, Galileo dice queste precise parole: « sono circa ventidue mesi che cominciai a vedere nel Sole alcune macchie oscure ».

Nei « Fondamenti scientifici dell'Astronomia » vedemmo (n. 77) che, se s'indica con λ il rapporto tra la forza centrifuga e la gravità all'equatore, lo schiacciamento di un astro è sempre compreso tra $1,25 \lambda$ e $0,50 \lambda$; raggiungendo il primo limite nel caso dell'omogeneità ed il secondo nel caso opposto, in cui tutta la massa sia praticamente raccolta nel centro. Ora, si trova immediatamente che la forza centrifuga dovuta alla rotazione solare è eguale a circa $0,0055$ m/sec mentre la gravità è di 273 m/sec e quindi che il rapporto λ è eguale a circa $1/49600$. Ne segue che lo schiacciamento polare del Sole sarà certamente compreso tra $1/39000$ ed $1/100000$; e cioè, in ogni caso, sarà tanto piccolo da sfuggire alle osservazioni, come appunto vediamo. Infatti le misure micrometriche, eseguite più volte sul diametro equatoriale e sul diametro polare del Sole, non hanno mostrato tra i due diametri nessuna differenza sensibile.

✓ **22. Coordinate eliografiche. Traiettoria apparente delle macchie sul disco solare.** — Come è notissimo, la posizione di un punto sulla Terra si determina assegnando le sue coordinate geografiche; e cioè la sua latitudine contata dall'equatore terrestre e la sua longitudine contata da un meridiano convenzionale, per cui generalmente si sceglie quello passante per Greenwich.

Ora, ovviamente, possiamo adottare un simile procedimento anche per gli altri corpi celesti. Avremo così coordinate eliografiche ($\eta\lambda\iota\sigma$ = Sole) sul Sole; coordinate selenografiche ($\sigma\epsilon\lambda\eta\nu\eta$ = Luna) sulla Luna; coordinate areografiche ($\xi\phi\eta\sigma$ = Marte) su Marte, ecc. contando sempre le latitudini dall'equatore e le longitudini da un meridiano convenzionale dell'astro. In particolare sul Sole, mancando punti fissi di riferimento giacchè le macchie hanno breve durata, si è scelto come primo meridiano quello che il primo gennaio 1854, a mezzodì medio di Greenwich, passò per il nodo ascendente dell'equatore solare sull'eclittica, contando da esso le longitudini in senso diretto; e cioè in senso sinistrorso per un osservatore avente i piedi nel centro del Sole e la testa diretta verso il suo polo boreale.

In pratica, per semplificare le riduzioni, gli astronomi adottano tanto per il Sole come per la Luna e per i pianeti, il seguente procedimento. Consideriamo (fig. 13) il raggio ST che, in un dato istante, unisce il centro S del Sole col centro T della Terra e sia O il punto in cui questo raggio taglia la fotosfera solare; ovviamente O sarà il centro apparente del disco solare, visto dalla Terra.

Ora gli Annuari Astronomici (ad es. il *Nautical Almanac* di

Greenwich; l'*American Ephemeris* di Washington; l'*Almanaque Nautico* di San Fernando, ecc.) riportano, giorno per giorno, la longitudine eliografica L_0 e la latitudine eliografica B_0 del punto O . Inoltre gli stessi annuari riportano pure l'angolo di posizione P della proiezione dell'asse di rotazione del Sole sul piano del disco. Questo angolo (fig. 14) si conta (come per la Luna e per i pianeti) in senso antiorario a partire dal punto boreale β del disco; e cioè dal punto in cui la periferia del disco solare incontra l'arco di cerchio orario

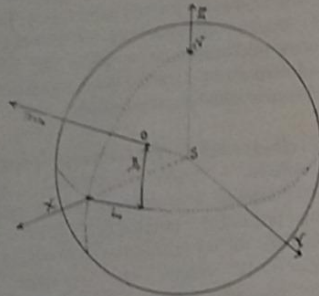


Fig. 13.

che congiunge O col polo boreale della sfera celeste. Si vede subito che l'asse di rotazione del Sole formerà un angolo B_0 col piano tangente alla sfera celeste, poichè tale piano è normale alla OS .

Vediamo ora come, con questi dati, sia possibile determinare la longitudine e la latitudine eliografica di una macchia del Sole. Entreremo in qualche dettaglio, giacchè lo stesso procedimento si applica anche ai pianeti.

Supponiamo dunque (fig. 14) di avere p. es. una fotografia del Sole, eseguita in una certa epoca τ . Preso il punto boreale β del disco, tiriamo dal centro O un raggio ON che formi l'angolo P col raggio $O\beta$; sarà ON la proiezione dell'asse di rotazione del Sole onde su questa retta cadrà la proiezione del polo solare N .

Scegliamo ora come origine il centro S del Sole, che nella figura si proietta in O ; come asse z la parallela ad ON passante per S e diretta positivamente verso la parte boreale del Sole; come asse y il raggio visivo OS che congiunge l'osservatore con S e che nella fig. 14 si

proietta nel punto O ed infine come asse x la normale agli assi y e z , diretta positivamente nel senso delle longitudini crescenti. Ovviamente gli assi z ed x si proietteranno sulla fotografia su ON e sulla normale ad ON , ed il piano zx sarà tangente alla sfera celeste in S .

Ciò posto, sia M l'immagine di una macchia del Sole. Misuriamo le coordinate x e z di M , prendendo come unità di lunghezza il raggio del disco nella fotografia; allora, poichè M si trova sopra una

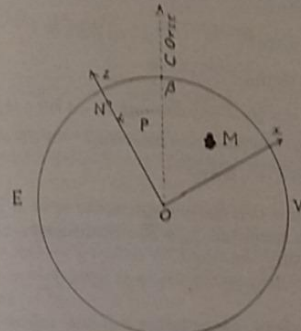


Fig. 14.

sfera di raggio unitario, la sua y sarà data da $\sqrt{1 - x^2 - z^2}$, dove il radicale ha il segno positivo poichè y è diretta verso l'osservatore.

Facciamo ora ruotare la nostra terna di assi intorno all'asse x di un angolo α , fino a che l'asse z venga a sovrapporsi all'asse di rotazione del Sole. Se ξ , η , ζ sono i nuovi assi, avremo

$$(76) \quad \xi = x \quad \eta = y \cos \alpha - z \sin \alpha \quad \zeta = y \sin \alpha + z \cos \alpha$$

mentre il piano $\xi\eta$ coinciderà col piano equatoriale del Sole, giacchè l'asse ζ coincide con l'asse di rotazione.

Dopo di ciò, facciamo ancora ruotare la terna ξ , η , ζ intorno all'asse ζ di un angolo λ , fino a che l'asse ξ venga a tagliare l'equatore solare nel punto in cui passa il primo meridiano del Sole. Se X , Y , Z sono i nuovi assi (fig. 13), avremo

$$(77) \quad \begin{aligned} X &= \xi \cos \lambda + \eta \sin \lambda = x \cos \lambda + y \cos \alpha \sin \lambda - z \sin \alpha \sin \lambda \\ Y &= -\xi \sin \lambda + \eta \cos \lambda = -x \sin \lambda + y \cos \alpha \cos \lambda - \\ &\quad - z \sin \alpha \cos \lambda \\ Z &= \zeta = y \sin \alpha + z \cos \alpha \end{aligned}$$

Ma l'asse Z è diretto secondo l'asse di rotazione del Sole, mentre il piano XY coincide col piano equatoriale e l'asse X è diretto secondo il primo meridiano. In conseguenza, poichè il raggio solare è stato preso eguale all'unità, se chiamiamo con φ la latitudine eliografica e con θ la longitudine eliografica della macchia considerata, avremo immediatamente, (come vedemmo più volte nel volume sui Fondamenti di Astronomia) per il passaggio dalle coordinate cartesiane a quelle polari:

$$(78) \quad X = \cos \varphi \cos \theta \quad Y = \cos \varphi \sin \theta \quad Z = \sin \varphi$$

Eguagliando risulta

$$(79) \quad \begin{aligned} \cos \varphi \cos \theta &= x \cos \lambda + y \cos \alpha \sin \lambda - z \sin \alpha \sin \lambda \\ \cos \varphi \sin \theta &= -x \sin \lambda + y \cos \alpha \cos \lambda - z \sin \alpha \cos \lambda \\ \sin \varphi &= y \sin \alpha + z \cos \alpha \end{aligned}$$

Ora per il punto O si ha evidentemente $x = Z = 0$ ed $y = 1$, mentre θ e φ sono eguali ad L_0 e B_0 . Sostituendo nelle (79) si ha quindi

$$(80) \quad \alpha = B_0 \quad \lambda = 90^\circ - L_0$$

Le (79) divengono allora, ponendo per y il suo valore

$$(81) \quad \begin{aligned} \cos \varphi \cos \theta &= x \sin L_0 + \sqrt{1 - x^2 - z^2} \cos L_0 \cos B_0 - \\ &\quad - z \cos L_0 \sin B_0 \\ \cos \varphi \sin \theta &= -x \cos L_0 + \sqrt{1 - x^2 - z^2} \sin L_0 \cos B_0 - \\ &\quad - z \sin L_0 \sin B_0 \\ \sin \varphi &= \sqrt{1 - x^2 - z^2} \sin B_0 + z \cos B_0 \end{aligned}$$

Poichè B_0 ed L_0 sono noti ed x e z sono dati dalle misure della lastra fotografica, le (81) fanno immediatamente conoscere la longitudine eliografica θ e la latitudine eliografica φ della macchia M al momento τ in cui fu presa la fotografia.

Osserviamo che, a causa della rotazione del Sole, la macchia descrive (almeno approssimativamente, non essendo in realtà completamente fissa sulla fotosfera) un parallelo e cioè φ resta costante; d'altra parte possiamo supporre che, almeno per due settimane, anche B_0 resti approssimativamente costante.

Ora la terza delle (81) ci dà

$$(82) \quad (z \cos B_0 - \sin \varphi)^2 = (1 - x^2 - z^2) \sin^2 B_0$$

e cioè riducendo

$$(83) \quad x^2 \sin^2 B_0 + z^2 - 2z \cos B_0 \sin \varphi = \sin^2 B_0 - \sin^2 \varphi$$

od anche

$$(84) \quad x^2 \sin^2 B_0 + (z - \cos B_0 \sin \varphi)^2 = \sin^2 B_0 - \sin^2 \varphi + \cos^2 B_0 \sin^2 \varphi = \sin^2 B_0 \cos^2 \varphi$$

Con immediate riduzioni, la (84) diviene

$$(85) \quad \frac{x^2}{\cos^2 \varphi} + \frac{(z - \cos B_0 \sin \varphi)^2}{\sin^2 B_0 \cos^2 \varphi} = 1$$

che rappresenta appunto la proiezione sul piano xz , e cioè sul disco solare come è visto dalla Terra, della traiettoria descritta da una macchia.

Ora la (85) è l'equazione di un'ellisse che ha per centro il punto di coordinate $x = 0$ e $z = \cos B_0 \sin \varphi$, ha l'asse maggiore parallelo all'asse x , l'asse minore parallelo all'asse z ed il rapporto dei due assi eguale a $\sin B_0$; e cioè sempre molto piccolo, giacchè B_0 non supera mai il valore di $7^\circ 15'$.

Tale risultato era del resto evidente, giacchè la traiettoria descritta da una macchia durante una rotazione solare, è un cerchio situato sopra un piano parallelo a quello dell'equatore del Sole e quindi inclinato dell'angolo $90^\circ - B_0$ sul piano tangente alla sfera celeste. Ne segue subito che la proiezione del cerchio sul piano tangente alla sfera celeste sarà appunto un'ellisse di cui l'asse maggiore risulterà eguale al minore moltiplicato per $\sin B_0$.

Notiamo che, quando la Terra, nel suo moto intorno al Sole lungo l'eclittica, viene a tagliare la linea dei nodi dell'equatore solare sull'eclittica stessa, il raggio TS giace nel piano dell'equatore del Sole. In conseguenza, anche O si troverà sull'equatore del Sole e cioè si avrà $B_0 = 0$.

Allora l'asse minore delle ellissi descritte dalle macchie è eguale a zero; e cioè le macchie sembreranno descrivere sul disco solare linee rette inclinate sull'eclittica di un angolo eguale all'inclinazione dell'equatore solare. Viceversa, osservando l'epoca in cui avviene questo fenomeno (giugno, dicembre), si ricava immediatamente la posizione del nodo dell'equatore solare e la sua inclinazione sull'eclittica.

X 23. **Zone Regie. Frequenza delle macchie solari. Numeri relativi e ciclo di Wolf.** — Le osservazioni hanno mostrato che le macchie solari sono generalmente riunite in gruppi e, molto spesso, due a due, aventi presso a poco la medesima latitudine eliografica. In tal caso la macchia che precede nel senso della rotazione solare, e che spesso è la maggiore, si dice *macchia di testa*; la seguente si chiama *macchia di coda*. Notiamo però che, alle volte, una od ambedue queste macchie sono suddivise in gruppi di piccole macchie.

Si è trovato pure che le macchie compaiono di preferenza nelle regioni di bassa latitudine, escludendo però le immediate vicinanze dell'equatore solare. E precisamente si è trovato che, tranne casi eccezionali, esse appaiono nella zona boreale limitata dai paralleli di latitudine eliografica 5° e 40° , e nella corrispondente zona australe limitata dai paralleli -5° e -40° ; a queste due zone gli antichi astronomi dettero perciò il nome di *Zone Regie*.

Ma sopra tutto le osservazioni hanno mostrato che la frequenza delle macchie solari è variabile col tempo. Vi sono anni in cui il Sole si mostra spesso interamente privo di macchie, anche per molti giorni consecutivi; ed anni invece in cui, quasi ogni giorno, si hanno macchie numerose e di grandi dimensioni.

Per indicare nel modo più semplice la frequenza delle macchie solari, gli astronomi adoperano un numero indice r , detto *numero relativo di Wolf*, che è dato dalla formola

$$(86) \quad r = 10g + m$$

dove g indica il numero dei gruppi ed m quello di tutte le macchie visibili, qualora si osservi il Sole con un cannocchiale di *otto centimetri* di apertura. Ovviamente, se il cannocchiale ha apertura differente, basta moltiplicare il secondo membro della (86) per un coefficiente k , detto *fattore di riduzione*, che dipende dall'apertura stessa. Così p. es. se si osserva con un cannocchiale di 16 cm si ha $k = 0,7$ circa; con un cannocchiale di 12 cm si ha $k = 0,9$ circa; con uno di 4 cm $k = 1,5$ circa, ecc. Ovviamente una macchia isolata costituisce un gruppo.

Esaminando i registri delle osservazioni di molte specole e ricavandone i numeri relativi, Wolf poté così confermare quanto aveva già trovato Schwabe fin dal 1843; e cioè che *la frequenza delle macchie solari varia quasi periodicamente col tempo, con un periodo eguale a circa undici anni e due mesi*.

Notiamo fin d'ora che, se oltre alla frequenza si tiene conto

anche della polarità magnetica delle macchie (che studieremo tra breve), si trova che il periodo è in realtà doppio; e cioè della lunghezza di circa ventidue anni. Ma oltre a ciò, limitandoci anche alla sola frequenza, l'osservazione mostra che non tutti i massimi ed i minimi hanno la medesima intensità (fig. 15) e mostra anche che l'intervallo di tempo che separa due massimi, o due minimi, consecutivi è soggetto a qualche variazione.

Per queste ragioni gli astronomi moderni ritengono che in realtà la frequenza delle macchie solari (o meglio, l'attività del Sole) sia la *risultante di varie armoniche*, di cui la principale a periodo undecennale è quella di Schwabe e Wolf, mentre altre armoniche secondarie che si sovrappongono alla prima debbono ancora determinarsi dalle osservazioni.

Senza entrare maggiormente in questo campo, che è uno dei più delicati ed interessanti (anche per quanto riguarda la meteorologia terrestre) dell'astronomia solare moderna, ci limitiamo (!) a ripor-

NUMERI RELATIVI NEL SECOLO XX

1901	3,4	Minimo	1926	66,5	
2	5,7		27	70,0	
3	23,0		28	74,5	Massimo
4	44,1		29	62,0	
5	58,7		30	38,8	
6	60,3	Massimo	31	21,1	
7	50,0		32	12,1	
8	51,2		33	5,9	Minimo
9	40,6		34	9,4	
10	21,0		35	30,6	
11	6,5		36	79,6	
12	3,4		37	113,2	Massimo
13	2,2	Minimo	38	106,4	
14	11,8		39	89,8	
15	40,4		40	66,4	
16	59,1		41	47,5	
17	96,2	Massimo	42	30,4	
18	83,1		43	10,3	
19	65,5		44	9,6	Minimo
20	36,9		45	33,2	
21	27,0		46	92,6	
22	13,0		47	151,6	Massimo
23	6,3	Minimo	48	136,3	
24	10,8		49	134,7	
25	43,7		1950	85,7	

(!) Cfr. W. BRUNNER in «Astronomische Mitteilungen», dell'Osservatorio di Zurigo, n. 145 e ss.

tare i valori dei numeri relativi r degli anni decorsi del sec. XX nella tabella a pag. 67.

Notiamo che i numeri di Wolf costituiscono un'indicazione certamente molto semplice, ma anche alquanto grossolana, dell'attività solare. Modernamente perciò alcuni Osservatori Astronomici (ad es. Greenwich, Coimbra ed ora anche Roma) fotografano giornalmente il Sole e misurano sulla fotografia l'area complessiva delle macchie, esprimendola in *milionesimi* dell'area totale del disco. Si trova così che nei massimi l'area maculata (ombra e penombra)

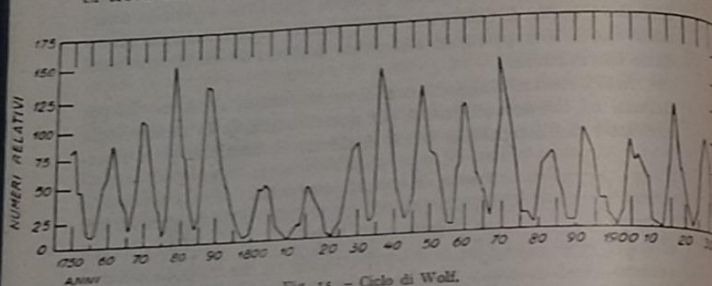


Fig. 15. - Ciclo di Wolf.

può giungere anche ad una media giornaliera di 1 500 milionesimi, mentre nei minimi la media giornaliera può essere inferiore a 10 milionesimi. Ovviamente, invece della fotografia, possiamo anche servirci (come all'Osservatorio di Zurigo, che è l'Osservatorio centrale internazionale per lo studio delle macchie e dei fenomeni fotosferici) di disegni ottenuti per proiezione, anche con un modesto cannocchiale; ma occorre maggior tempo e si ha minore esattezza.

Prendiamo ora per ascisse i tempi e per ordinate i numeri relativi. Otterremo un diagramma (fig. 15), a forma di sega, il quale ci mostra immediatamente che

1) i massimi successivi (ed analogamente si dica dei minimi) sono generalmente diversi tra loro;

2) il tempo compreso tra un minimo ed il massimo successivo è minore di quello compreso fra questo massimo ed il minimo seguente; in altre parole, *le salite sono più rapide delle discese* (fig. 15).

Un altro fatto, di notevole importanza sebbene se ne ignori ancora la spiegazione, è stato messo in luce da Maunder.

Supponiamo di trovarci all'epoca di un minimo e di osservare le prime macchie che compaiono, quando l'attività del Sole comincia di nuovo a crescere. Si vede che generalmente queste prime macchie hanno *alta latitudine eliografica* (circa $\pm 30^\circ$) e che, man mano che la frequenza aumenta, le macchie tendono ad avvicinarsi all'equatore solare.

Maunder ha in proposito costruito un grafico (fig. 16) — che per la sua forma si chiama spesso *farfalla di Maunder* — prendendo per ascisse i tempi (dal 1874 al 1913) e per ordinate le latitudini elio-

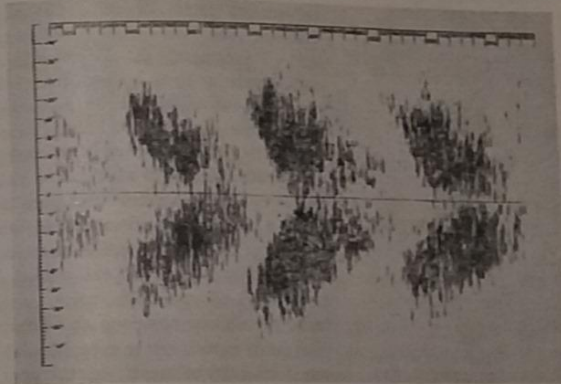


Fig. 16. - Farfalla di Maunder.

grafiche delle macchie. Uno sguardo a questo grafico ci fa appunto vedere che *le macchie giovani* — e cioè quelle che compaiono all'inizio del ciclo, subito dopo il minimo — *hanno alta latitudine*, mentre col progredire del tempo questa diminuisce continuamente.

X 24. **Dettagli descrittivi sopra le macchie. Effetto Wilson.**
Temperatura effettiva delle macchie. — Immaginiamo ora di osservare una grande macchia solare, con un buon cannocchiale a forte ingrandimento. Vedremo anzi tutto un'area centrale oscura che costituisce il *nucleo* (od ombra) della macchia e che appare contornata da una regione grigia, che si chiama *penombra* o *frangia*.

La penombra (fig. 17) si mostra generalmente striata, o meglio formata di filamenti chiari ed oscuri che partono dal nucleo quasi come raggi da un centro, ed hanno forma rettilinea, o lievemente curvata con la concavità generalmente rivolta verso il nucleo stesso. Inoltre, nelle grandi macchie, il nucleo appare spesso attraversato da getti luminosi, di color bianco o rosso chiaro, che sono detti *ponti di Herschel*.

Le dimensioni delle macchie sono molto diverse. Durante i massimi dell'attività solare non è raro osservare delle macchie che



Fig. 17. - Grande macchia solare.
(Dis. di G. Conti; Oss. M. Mario).

hanno un diametro apparente di oltre un minuto primo di arco, che alla distanza del Sole (come vedemmo nei « Fondamenti di Astronomia ») corrisponde a circa 44.000 km. Tali macchie sono visibili anche ad occhio nudo, come piccoli punti oscuri, guardando il Sole attraverso un vetro affumicato. Nel 1858 ne apparve una che aveva un diametro apparente di 5' ed è forse la maggiore fin ad ora osservata. Di regola però le macchie raramente superano 30" tra nucleo e penombra; ed anzi, alle volte, sono tanto piccole che appaiono come semplici punti oscuri, anche esaminandole con forti ingrandimenti; in tal caso, si chiamano generalmente *pori*.

La vita di una macchia è, in generale, di qualche settimana ed anzi tanto più breve quanto più piccola è la macchia stessa. Di regola, nei gruppi, la macchia di testa ha vita più lunga e non sono rari i casi in cui può sussistere per più di un mese; nel 1840 si osservò una grande macchia che rimase in vita per circa diciotto mesi.

Ma un altro fenomeno di grande importanza, messo in luce per la prima volta dall'astronomo A. Wilson di Glasgow nel 1744 e perciò chiamato spesso *effetto Wilson*, è il seguente.

Immaginiamo di osservare una macchia, quando essa nasce dal bordo orientale del Sole. Si trova, almeno nella maggior parte dei casi, che il nucleo è *eccentrico* rispetto alla penombra; e precisamente si trova che quella parte di frangia che circonda il nucleo dal lato del *bordo orientale* del Sole è *più larga* della parte opposta (fig. 18). Dopo circa una settimana, quando la macchia è venuta nelle regioni centrali del Sole, il nucleo sembrerà invece general-

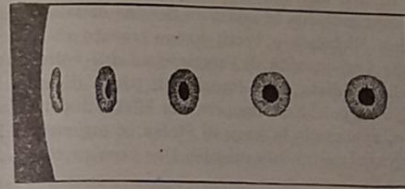


Fig. 18. - Effetto Wilson.

mente *centrato* rispetto alla penombra. Infine, trascorsa ancora un'altra settimana circa, quando la rotazione solare avrà portato la macchia presso il bordo occidentale del Sole, vedremo un fenomeno opposto a quello che abbiamo notato quando la macchia nasceva. E cioè, il nucleo è tornato nuovamente in posizione *eccentrica*; ma ora quella parte di frangia che circonda il nucleo dal lato del bordo orientale del Sole è divenuta *più stretta* della parte opposta.

Wilson ne dedusse logicamente che si trattava di un semplice *effetto di prospettiva*, il quale veniva a dimostrare che *le macchie sono cavità, a forma d'imbuto, o cono tronco, scavate nella fotosfera*. E precisamente ne dedusse che *il nucleo costituisce la parte più bassa, od il fondo, del tronco di cono, mentre la frangia ne costituisce la superficie laterale*.

Questo interessantissimo fenomeno, che si verifica nella maggior parte dei casi e specialmente nelle grandi macchie di forma regolare, è stato studiato da molti astronomi e recentemente dal P. Chevalier S. J. dell'Osservatorio di Zo-Se (Cina). Da una discussione delle misure, egli avrebbe trovato che, in media, il nucleo si trova ad un livello inferiore di circa 800 km a quello della fotosfera. Ed anzi

alle volte tale profondità è così grande che, quando la macchia è giunta al bordo solare, si riesce a vedere con forti cannocchiali una piccola insenatura nel bordo stesso; fenomeno che sembra sia stato osservato, per la prima volta, da Cassini nel 1719. Vedremo tra breve (nn. 32 e 47) come tutto ciò si colleghi pienamente con la teoria moderna che considera le macchie come *vortici della fotosfera*, dai quali fuoriesce materia (effetto Evershed).

Terminando notiamo che il nucleo delle macchie appare oscuro soltanto per *contrasto* con la fotosfera circostante, giacchè in realtà è abbastanza luminoso. Infatti, facendo cadere l'immagine focale del nucleo di una macchia sopra un dischetto metallico annerito (collettore) congiunto con la saldatura dei due metalli di una coppia termoelettrica, Nicholson e Pettit hanno trovato che, in media, il nucleo irradia una quantità di energia circa due volte e mezzo minore di quella irradiata dalla fotosfera a parità di area. Poichè si ha $2,5 = 1,26^4$ e poichè la temperatura effettiva della fotosfera è di circa 6000, applicando la legge di Stefan, si ottiene per la temperatura effettiva del nucleo delle macchie $T^* = 6000 : 1,26 = 4800$ circa.

25. **Offuscamento al bordo. Facule. Granulazioni.** — Le macchie costituiscono, senza dubbio, il fenomeno più appariscente che ci offre la fotosfera solare. Ma, osservando attentamente, notiamo ancora altri fenomeni degni di considerazione, e cioè:

I) Anzitutto, come già dicemmo (n. 19), la fotosfera appare più luminosa nelle regioni centrali dove ha un colore bianco azzurrigno, e meno luminosa verso il bordo solare dove il colore è bianco giallastro.

II) Nella fotosfera appaiono qua e là, specialmente nei dintorni delle macchie o verso il bordo — dove il minore splendore del fondo le rende più visibili — alcune piccole chiazze irregolari, di colore più chiaro di quello della fotosfera circostante. Queste piccole aree luminose (che possono osservarsi anche con modesti cannocchiali, specialmente se s'imprime col braccio un lieve tremolio allo strumento) sono chiamate *facule*.

III) Se il cannocchiale adoperato è abbastanza forte (in pratica occorre un obbiettivo di almeno 16 cm) si trova che la fotosfera — per adoperare una felice espressione del P. Secchi — presenta un aspetto simile ad una caldaia di riso in ebollizione. E cioè, la fotosfera appare tutta fittamente cosparsa di piccoli *granuli* bianchi,

rotondi o allungati, delle dimensioni di circa $1''$, che sembrano quasi nuotare sopra un fondo lievemente più oscuro. Questi granuli, meglio che col cannocchiale, si veggono perfettamente nelle *fotografie del Sole*, le quali essendo istantanee (esposizione minore di $1/1000$ dell'atmosfera terrestre. Ricordiamo, in proposito, l'interessante Atlante fotografico solare dell'Osservatorio di Meudon.

Premessi questi cenni descrittivi, passiamo alle spiegazioni teoriche. Cominceremo dall'esame dell'offuscamento al bordo, estendendoci un poco sull'argomento, giacchè il fenomeno si manifesta anche nei dischi dei pianeti dotati di atmosfera; p.es. Giove.

Immaginiamo dunque che un raggio di luce monocromatica, di lunghezza d'onda λ e d'intensità J , attraversi l'atmosfera di un corpo celeste. Se consideriamo un elemento ds della sua traiettoria ed indichiamo con ρ la densità del gas, esso assorbirà una quantità di luce proporzionale ad J , ρ e ds .

Supponendo che la temperatura dell'atmosfera attraversata sia relativamente bassa e trascurando quindi la quantità di luce emessa dall'atmosfera stessa, avremo allora

$$(87) \quad dJ = -a J \rho ds$$

dove la costante di proporzionalità a , che dipende dalla natura del gas come pure dalla lunghezza d'onda λ , si chiama *coefficiente di assorbimento*. Come già vedemmo (n. 18), esso è generalmente assai piccolo, tranne che per alcuni particolari valori di λ , in cui assume valori rilevanti.

Ora ρds è evidentemente eguale alla massa $d\mu$ del gas attraversato dall'elemento di traiettoria ds , onde la (87) diviene

$$(88) \quad \frac{dJ}{J} = -a d\mu$$

Integrando e chiamando con J_0 l'intensità iniziale del raggio luminoso, troviamo subito

$$(89) \quad J = J_0 e^{-a\mu}$$

dove μ è la massa totale del gas che il raggio luminoso attraversa e e indica sempre la base dei logaritmi naturali ($e = 2,71828$). Come si vede, l'intensità luminosa J del raggio di luce considerato, *decresce esponenzialmente* con la massa di gas attraversata.

Ciò posto, consideriamo la fotosfera solare ed i gas soprastanti, che costituiscono l'atmosfera solare, che meglio esamineremo tra breve. Sia S il centro del Sole, P un punto qualsiasi della fotosfera (fig. 19) e PQ un raggio luminoso che, partendo da P si dirige verso la Terra, supposta lontanissima. In tal caso PQ sarà presso a poco la parallela alla retta SO che congiunge il centro S del Sole con la Terra, e che taglia la fotosfera nel punto O , centro apparente (fig. 14) del disco solare.

Ovviamente, la densità ρ dell'atmosfera solare decresce con l'altezza sopra la fotosfera. Per semplicità di trattazione, gli astro-

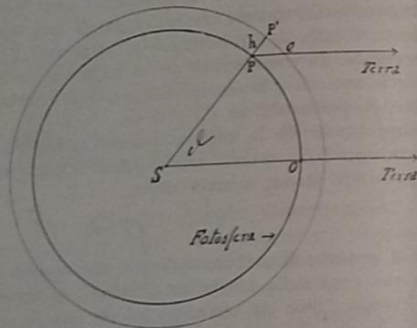


Fig. 13.

nomi sostituiscono quindi l'atmosfera con un'atmosfera ideale che essi chiamano *atmosfera ridotta*; vale a dire con un'atmosfera di densità costante e di massa eguale a quella dell'atmosfera reale. Sia h l'altezza di questa atmosfera ridotta, certamente molto piccola rispetto al raggio R del Sole.

Uniamo ora S con P , ed indichiamo (fig. 19) con P' il punto in cui SP taglia la superficie esterna dell'atmosfera ridotta e con Q il punto in cui la taglia il raggio luminoso, e consideriamo il piccolo triangolo $PP'Q$. Ovviamente il lato PP' sarà eguale ad h , mentre l'angolo $P'PQ$ sarà eguale all'angolo PSO ; e cioè alla distanza angolare θ del punto fotosferico P che abbiamo considerato dal centro O del disco apparente del Sole. D'altra parte, poichè h si suppone piccola rispetto ad R , se l'angolo θ non è molto prossimo a 90° , il punto P'

cadrà molto vicino a P e quindi QP' sarà presso a poco tangente al cerchio, onde l'angolo in P' sarà presso a poco eguale a 90° . In conseguenza, dal triangolo rettangolo $PP'Q$, risulterà immediatamente $PQ = h \sec \theta$.

Ma, essendo l'atmosfera omogenea, la massa del gas attraversato dal raggio luminoso PQ è evidentemente proporzionale alla lunghezza dello stesso segmento PQ . Avremo quindi dalla (89), indicando con A un coefficiente dipendente dalla lunghezza d'onda λ e dalla natura del gas

$$(90) \quad J = J_0 e^{-A \sec \theta}$$

La (90) mostra subito che lo splendore della fotosfera deve apparire massimo al centro, giacchè ivi si ha $\theta = 0$ e deve diminuire col crescere di θ ; e cioè tanto più quanto la regione esaminata è più lontana dal centro. Al bordo solare anzi, avendosi $\theta = 90^\circ$, dovrebbe essere $J = 0$; ma, come abbiamo visto, la formula (90) non vale per θ prossimo a 90° . Inoltre, poichè le onde più brevi sono assorbite in maggior misura di quelle lunghe, il bordo solare avrà un colore meno azzurro, o più tendente al giallo, della parte centrale: come appunto mostrano le osservazioni.

Notiamo che in un calcolo più esatto occorrerebbe tener conto anche della quantità di luce emessa dall'atmosfera solare, e che dipende dalla sua temperatura lungo i vari punti della traiettoria del raggio luminoso. Si dimostra anzi che, misurando col fotometro l'offuscamento al bordo del Sole, se ne può ricavare il gradiente di temperatura nell'atmosfera solare; ma non entreremo in questi dettagli, che riguardano l'astrofisica teorica superiore. Noteremo invece che l'assorbimento di luce, dovuto all'atmosfera solare, spiega facilmente anche le facule e le granulazioni fotosferiche.

Le osservazioni mostrano infatti che, quando una facula arriva al bordo del Sole, essa appare come una lievissima gibbosità, visibile però soltanto con buoni cannocchiali. In conseguenza gli astronomi considerano le *facule* come *regioni sollevate* della fotosfera, in opposizione alle *macchie* che sono invece — come vedemmo — vere *depressioni*. Si comprende quindi che, a causa di questo sollevamento, la luce inviata dalle facule soffre un assorbimento minore, onde esse appaiono più splendide della fotosfera circostante. Una analoga spiegazione vale anche per le *granulazioni*, che assai probabilmente sono costituite da colonne gassose ascendenti; ma ben poco si sa ancora di preciso su questo argomento.

Con l'occasione, notiamo pure che le facule hanno in genere superficie molto maggiore e vita più lunga delle macchie e che, come queste, si trovano generalmente nelle «zone regie».

× 26. La costante solare. Temperatura effettiva del Sole. Variazioni della energia irradiata dal Sole e pulsazioni solari in connessione col ciclo delle macchie. — Gli astronomi chiamano *costante solare*, la quantità di energia che il Sole manda, in un minuto primo, sopra un centimetro quadrato di superficie esposto normalmente ai suoi raggi, alla distanza media della Terra dal Sole.

La costante solare viene determinata col *piroeliometro* ($\pi\omega\rho =$ = fuoco; $\eta\lambda\iota\omega\varsigma =$ Sole). Senza entrare in dettagli strumentali, che i giovani apprenderanno negli Osservatori Astronomici maneggiando gli strumenti sotto la guida degli assistenti, notiamo che i piroeliometri moderni più diffusi, consistono essenzialmente di una pila termoelettrica congiunta con un galvanometro di alta precisione. Lo strumento viene tarato direttamente nei laboratori di fisica e quindi, dalle deviazioni dell'ago del galvanometro, si ricava la quantità di energia inviata dal Sole.

Al risultato debbono però apportarsi due correzioni; e cioè una correzione per ridurlo alla distanza media del Sole dalla Terra, ed una seconda correzione per tener conto dell'energia assorbita nel passaggio dei raggi solari attraverso l'atmosfera terrestre.

La prima correzione, che è di lieve entità, si esegue immediatamente, rilevando dagli Annuari Astronomici la distanza del Sole al momento delle osservazioni e ricordando che il flusso di energia varia in ragione inversa del quadrato della distanza.

Per seguire invece la seconda correzione, che ha importanza molto maggiore, basta ripetere il ragionamento fatto poco innanzi (25). Chiamando con z la *distanza zenitale* del Sole al momento dell'osservazione, con J la quantità di energia misurata, con J_0 quella che si avrebbe se la Terra fosse priva di atmosfera e ponendo per brevità $e^{-\lambda} = \tau$, la (90) dà immediatamente

$$(91) \quad J = J_0 \tau^{\sec z}$$

dove il coefficiente τ , che dipende da λ ed è sempre minore dell'unità, si chiama *coefficiente di trasmissione dell'atmosfera terrestre*.

Per calcolarlo, immaginiamo di osservare il Sole a due distanze

zenitali diverse z' e z'' . Se J' ed J'' sono i valori di J indicati dal piroeliometro, la (91) ci dà

$$(92) \quad J' = J_0 \tau^{\sec z'} \quad J'' = J_0 \tau^{\sec z''}$$

da cui dividendo otteniamo subito

$$(93) \quad \frac{J''}{J'} = \tau^{\sec z'' - \sec z'}$$

che ci fa conoscere τ , essendo noti z' , z'' , J' ed J'' .

Come abbiamo detto, il valore di τ dipende dalla lunghezza d'onda utilizzata nelle misure. Ponendo p. es. innanzi al piroeliometro un filtro *giallo*, e cioè misurando soltanto l'energia corrispondente a quelle onde per cui l'*occhio* è maggiormente sensibile, si ottiene al livello del mare $\tau = 0,82$. Servendoci invece di un filtro *azzurro*, e cioè utilizzando soltanto quelle onde per cui la *lastra fotografica* ordinaria ha la massima sensibilità, si ha $\tau = 0,65$ circa. Adoperando infine il piroeliometro senza filtri, e cioè misurando tutta l'energia solare, si ha $\tau = 0,70$.

Si comprende che, se invece di operare al livello del mare, si opera in montagna i valori di τ sono maggiori. Così nella succursale dell'Osservatorio Astronomico di Roma, a Campo Imperatore sul Gran Sasso d'Italia (m. 2300), noi abbiamo trovato per l'energia integrale $\tau = 0,91$ invece di 0,70. Ovviamente, dopo trovato τ , una qualsiasi delle (92) ci dà J_0 .

In proposito, le ricerche moderne più importanti sono dovute ad Abbot, Direttore dell'Osservatorio Astronomico della Smithsonian Institution di Washington, il quale ha stabilito anche stazioni astronomiche sussidiarie in California (Monte Wilson), nel Cile (Montezuma) e nell'Africa Sud-Occidentale (Brukkers). Altre osservazioni sono state pure eseguite sulla Jungfrauoch (Svizzera) a 3400 metri sul mare, ed altre ancora con strumenti portati da palloni sonde, fino a 20000 metri di altezza.

Da un complesso trentennale di osservazioni, è risultato che:

I) La quantità di energia che il Sole invia in un minuto primo sopra un centimetro quadrato di superficie normalmente esposta ai suoi raggi alla distanza media della Terra (*costante solare*), è eguale, in media, ad 1,94 calorie-grammi. In conseguenza, poichè il Sole dista 149 600 000 Km ed il suo raggio è di 697 000 Km, ogni cm^2 della superficie solare irradia al minuto $1,94 (149\,600\,000/697\,000)^2 = 89\,500$ calorie; e cioè 1490 calorie al secondo. Dalla legge di Stefan,

data dall'equazione (58) del n. 13, si ha quindi per la temperatura effettiva del Sole

$$T = \sqrt[4]{1490/1.37 \cdot 10^{-12}} = 1000 \sqrt[4]{1090} = 5750$$

come già sapevamo (n. 13).

II) Questa quantità non è però rigorosamente costante, ma soggetta a deboli variazioni di circa il 2% in connessione col ciclo undecennale delle macchie. E precisamente essa è massima ed eguale a circa 1,96 quando la frequenza delle macchie è al massimo, ed è minima ed eguale a circa 1,92 quando la frequenza delle macchie è minima.

Notiamo che, secondo la legge di Stefan e la teoria della temperatura dei pianeti (n. 14) una tale variazione dovrebbe produrre, nella temperatura media della Terra, un'oscillazione undecennale di circa due gradi centigradi; le osservazioni meteorologiche però non hanno ancora potuto mettere in luce un tale fenomeno.

Ma un altro fatto, di grande importanza, sembra connesso col ciclo delle macchie solari.

Già da gran tempo gli astronomi avevano sospettato che il Sole (come generalmente le stelle variabili periodiche) fosse soggetto a deboli pulsazioni; e cioè che il diametro della fotosfera oscillasse lievemente intorno ad un valore medio. Molte misure furono eseguite in proposito da alcuni astronomi, ad es. Hilfer, Wolf, i P.P. Secchi e Rosa, ecc. ma la serie di osservazioni più importante per estensione ed omogeneità è indubbiamente quella eseguita a Roma, all'Osservatorio del Campidoglio, dal 1873 al 1937 quando l'Osservatorio venne portato a Monte Mario.

Queste misure, iniziate da Lorenzo Respighi, furono eseguite al Campidoglio per sessantaquattro anni, tutti i giorni sereni, al mezzogiorno, col metodo delle proiezioni; e cioè proiettando il Sole sopra uno schermo bianco insieme con i fili del micrometro del cannocchiale meridiano di Ertel, al momento in cui l'astro passava al meridiano. Tre o quattro astronomi (che furono successivamente Respighi, Di Legge, Giacomelli, Prosperi, Melandri, Conti, Gialanella, Mignucci e lo scrivente) seduti all'intorno, determinavano — ciascuno indipendentemente dagli altri — gli istanti precisi in cui i bordi occidentale ed orientale del disco solare (che sullo schermo aveva un diametro di circa cinquanta centimetri) venivano a tagliare i singoli fili del micrometro.

Si ebbe così una vasta serie di decine di migliaia di misure,

eseguite tutte nelle stesse condizioni e col medesimo strumento, ed abbraccianti un periodo eguale a circa sei cicli di frequenza delle macchie. Le osservazioni furono ridotte a sistema unico (e cioè tenendo conto degli errori personali dei singoli osservatori che si alternarono col volgere degli anni) dal Prof. Gialanella; ed il diagramma, rappresentante il diametro del Sole (fig. 20) durante l'intervallo di

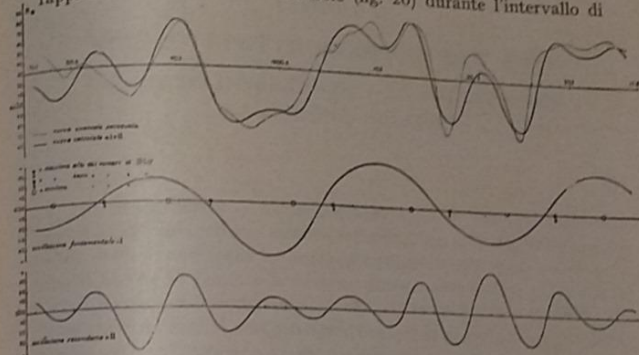


Fig. 20. - I diametri solari secondo le misure dell'Osservatorio del Campidoglio (1876-1937).

tempo considerato, fu poi sottoposto all'analisi armonica dal Prof. Cimino. Egli trovò che questo diagramma risulta esattamente dalla somma di due oscillazioni armoniche, e cioè:

A) Un'armonica principale di circa 11^o di ampiezza e del periodo di ventidue anni; che — come vedemmo — è il vero periodo dell'attività solare, tenendo conto non solo della frequenza ma anche della polarità magnetica delle macchie.

B) Un'armonica secondaria, di minore importanza ma non trascurabile, con un periodo di circa otto anni. Questa armonica, trovata anche da Schurr ed Ambrohn a Göttinga (i quali non poterono ovviamente trovare l'armonica principale di ventidue anni, giacché le loro osservazioni si estesero soltanto per poco più di dieci anni, dal 1890 al 1902) forse si collega con un possibile periodo meteorologico di eguale durata (1).

(1) Cfr. L. GIALANELLA: Le variazioni del diametro solare nel sessantennio 1874-1937 secondo le misure eseguite nell'Osservatorio del Campidoglio in «Comm. Pontif. Acad. Scientiarum», vol. VI, 1942; M. CIMINO: Un'oscillazione ventiduenale nel diametro solare, id. id., vol. VIII, 1945; S. POLI: Il ciclo climatico di otto anni, in «Ann. di Geofisica», vol. III, 1950.

CAPITOLO IV

STUDIO SPETTROSCOPICO DEL SOLE
LO STATO INVERTENTE - LA CROMOSFERA
LA CORONA SOLARE

27. Generalità. — Come abbiamo visto, il Sole, quando è osservato col cannocchiale, sembra terminato da una superficie luminosa, detta *fotosfera*, che ha forma quasi esattamente sferica. Soltanto l'oscuramento al bordo e la maggior percentuale di luce polarizzata nelle vicinanze del bordo stesso (Arago), ci avvertono che in realtà la fotosfera non limita il Sole, ma che al di fuori di essa vi sono altri strati gassosi, che gli antichi astronomi chiamavano *atmosfera solare*.

Questi strati sono generalmente invisibili al cannocchiale, giacchè essi vengono a proiettarsi sopra un fondo estremamente luminoso, quale è appunto il cielo nelle immediate vicinanze del disco solare. Ma, durante le *eclissi totali* di Sole, il cielo si oscura ed allora noi vediamo comparire intorno al disco solare — coperto da quello della Luna, che ha un diametro apparente lievemente maggiore — un gran numero di *fiamme*, rosse o violacee. Alcune di queste fiamme, a cui gli astronomi hanno dato il nome di *protuberanze*, sono così grandi da essere perfettamente visibili ad occhio nudo; come p.es. nelle eclissi totali del 29 giugno 1927 e del 19 giugno 1936 che lo scrivente osservò a Ringbu, in Norvegia, ed al Capo Sunion in Grecia. Inoltre — e ciò appunto rende veramente meraviglioso, anche per i profani, il fenomeno delle eclissi totali — il globo solare appare circondato da una lucente *corona* di color *bianco-latteo*, dalla quale partono, a modo di raggiera, dei getti luminosi, detti *pennacchi* od *aigrettes*, che hanno un tenue colore *bianco verdastro* e raggiungono lunghezze molto superiori al diametro del Sole (fig. 21).

Tutto ciò mostra chiaramente che il globo solare non è limitato dalla fotosfera, ma che al di sopra di essa vi sono altri strati e masse

gassose. Sebbene non vi sia una netta separazione tra loro, giacchè tutto procede con continuità, possiamo però logicamente suddividerli in tre gruppi, e cioè:

I) *Lo strato invertente*, che è formato dai gas che si trovano immediatamente sopra la fotosfera del Sole e costituisce la parte

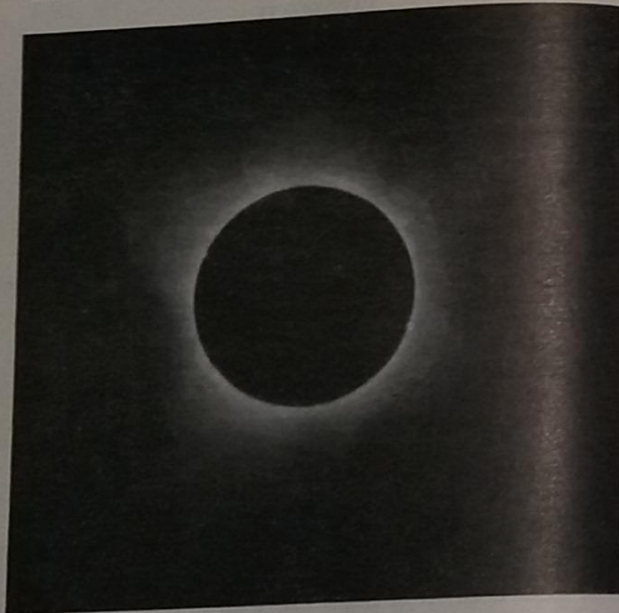


Fig. 21. - Eclisse totale di Sole.

più densa (sebbene sempre molto rarefatta) dell'atmosfera solare. A questo strato si deve principalmente l'offuscamento del bordo del Sole, come pure l'inversione delle righe nello spettro solare, onde il nome datogli da Young. Come vedremo, le osservazioni spettroscopiche mostrano che esso ha uno spessore di circa $1''$, pari a circa 700 km.

II) *La cromosfera* ($\chi\rho\sigma\phi\epsilon\rho\alpha$ = colore; $\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha$ = sfera), che è situata al di sopra dello strato invertente e composta prevalentemente d'idrogeno, a pressione estremamente bassa. Il suo spessore apparente è di circa $10''$, pari a circa 7000 km. Dalla cromosfera s'innalzano quelle grandi protuberanze rosso-violacee (colore dovuto appunto alle righe di emissione [C] ed [F] dell'idrogeno), così ben visibili durante le eclissi totali come lingue infuocate.

III) *La corona solare*, che circonda la cromosfera e che, come diremo, sembra in gran parte composta di *elettroni liberi*, sebbene ancora molti dubbi vi siano sull'argomento. Dalla corona si dipartono i *pennacchi*, che formano ciò che alcuni chiamano la « corona esterna », e che giungono ad altezze di milioni di chilometri.

Come abbiamo detto, queste parti più esterne del globo solare sono visibili soltanto durante le eclissi totali, benchè modernamente si sia riusciti a scorgere qualche cosa della corona solare, da stazioni astronomiche di alta montagna, in giornate molto serene, per mezzo di un cannocchiale di particolare costruzione (n. 37) detto *coronografo*. In ogni modo però il loro studio è prevalentemente *spettroscopico*, e noi passeremo ora ad occuparcene.

28. **Spettro del Sole. Spettro flash. Tavole di Rowland.** Analisi qualitativa dello strato invertente. — Il modo di esaminare lo spettro del Sole è concettualmente assai semplice. Basta togliere l'oculare ad un cannocchiale, sostituirlo con un comune spettroscopio (a prismi od a reticolo) e far cadere l'immagine focale dell'astro sul diaframma che porta la fessura spettroscopica; la quale ultima deve mantenersi sempre *assai stretta* (p. es. $1/20$ di millimetro) ed a *bordi esattamente paralleli*, onde avere uno spettro ben netto. Guardando nello spettroscopio, si vedrà allora lo spettro del Sole, come una lunga striscia colorata con i colori dell'iride, dal rosso al violetto, ed intersecata da numerosissime righe oscure.

Supponiamo ora di arrestare il movimento di orologeria del cannocchiale; l'immagine focale del Sole si muoverà sul diaframma che porta la fessura spettroscopica, la quale anzi può essere disposta in modo da divenire tangente al bordo dell'immagine solare. Ora, nel momento stesso in cui si verifica la tangenza, l'osservatore vede un fenomeno assai interessante, che Young chiamò *flash*, e cioè *lambo*. E, precisamente, l'osservatore vede le righe oscure *divenire improvvisamente luminose* e quindi ritornare immediatamente oscure.

Come vedemmo, la fotosfera solare emette energia come un corpo nero a temperatura di circa 6000; e cioè ha uno spettro continuo, contenente tutte le radiazioni. Ma i gas situati sopra la fotosfera, e specialmente lo strato invertite che è il più denso, assorbito, e sostituiscono con le proprie; hanno alcune particolari radiazioni e le sostituiscono con le proprie; le quali — in conformità alla legge di Kirchhoff — hanno la medesima lunghezza d'onda delle radiazioni assorbite, ma sono meno intense essendo la temperatura più bassa. In conseguenza, nello spettro, alcune particolari radiazioni saranno affievolite; e cioè lo spettro apparirà solcato da righe oscure.

Per le ricerche scientifiche precise è però assai utile di fotografare lo spettro del Sole, onde poterlo studiare comodamente. Lo spettroscopio si cambia allora nello *spettrografo* (γραφω = scrivo); strumento che concettualmente differisce dal primo perchè l'oculare per la visione diretta è sostituito da uno chassis che porta la lastra fotografica. Vedemmo che (n. 10), lo spettrografo contiene due elettrodi di ferro, o leghe di ferro, tra i quali si fa scoccare l'arco voltaico destinato a fornire uno spettro artificiale di confronto, che si fotografa sulla medesima lastra. Vedemmo pure (n. 10) che, per maggiore precisione, lo strumento è racchiuso in un involucro mantenuto a temperatura costante mediante un *termostato*, giacchè la densità (e quindi l'indice di rifrazione) dei cristalli costituenti i prismi varia con la temperatura. La lastra fotografica viene poi portata al *misuratore di lastre*; e, dalle misure, col confronto delle righe dello spettro artificiale di lunghezza d'onda nota, vengono immediatamente dedotte le *lunghezze d'onda* delle righe spettrali (n. 10) e quindi gli elementi chimici da cui esse hanno origine. Ma, se l'astro studiato è il Sole, invece del prisma si adopera spesso il reticolo che dà uno

In proposito, gli studi moderni più importanti sono stati eseguiti in America dal Rowland, servendosi di uno spettrografo a reticolo da lui costruito con circa 4000 solchi al millimetro. Egli poté così pubblicare un disegno esatissimo dello spettro del Sole, in cui compaiono circa ventimila righe oscure da $\lambda = 2\ 975$ a $\lambda = 7\ 331$. Il disegno (fig. 22) ha una scala ⁽¹⁾ di mm 3,3 per Angstrom.

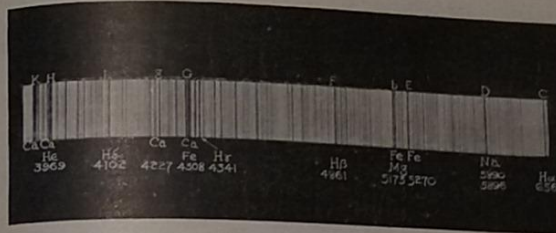


Fig. 22. - Spettro Solare.

Questo grande lavoro, d'importanza fondamentale nell'astrofisica, è stato recentemente (1928) aggiornato dal St. John, il quale ha preso come termine fondamentale di confronto la *lunghezza d'onda della riga rossa del cadmio*, conosciuta con precisione del millesimo di Angstrom. Il St. John ha eseguito nuove misure alla Torre Solare di 50 metri di altezza del Monte Wilson ed ha aggiunto alle righe del Rowland altre duemila righe circa, comprese nell'infrarosso tra

(¹) Oltre al classico atlante solare del Rowland, ricordiamo anche il recente *Photometric Atlas of the solar spectrum* di MINNAERT (Oss. Astr. Utrecht, 1940).

$\lambda = 7331$ e $\lambda = 10219$. Per l'intensità delle righe più deboli, invece dei simboli oo e ooo del Rowland, il St. John adopera numeri negativi da -1 a -4. In complesso dunque, si conoscono oggi con grande precisione le lunghezze d'onda di circa ventiduemila righe dello spettro del Sole, da $\lambda = 2975$ a $\lambda = 10219$.

Di queste 22 000 righe contenute nella « Revision » del St. John, circa 12 000 sono state identificate, e cioè è stato determinato l'elemento chimico da cui esse hanno origine; altre 10 000 righe circa sono ancora di origine ignota. In particolare, delle 12 000 righe conosciute, 3 288 appartengono al ferro, le cui righe come dicemmo (n. 10) solcano tutto lo spettro solare; 1 085 appartengono al titanio; 1 028 al cromo, ecc. In totale si è trovato che dei 92 elementi chimici conosciuti, 57 sono certamente presenti nel Sole.

Tra gli elementi non ancora individuati nel Sole e (come vedremo) nemmeno nelle stelle, dobbiamo notare:

A) Gli elementi pesanti (Oro, Platino, Radio, Uranio, Mercurio, Osmio, Iridio, ecc.) i quali probabilmente si trovano soltanto nelle regioni centrali degli astri e mancano perciò nello strato invertente, da cui provengono le righe spettrali.

B) Alcuni metalli (Cloro, Bromo, Iodio, Fluoro, ecc.) il cui spettro cadrebbe nell'ultravioletto al disotto di 2 900 Angstrom, e cioè in regioni per cui l'atmosfera terrestre è opaca (n. 10). Si comprende quindi che tali elementi, anche se sono presenti, non possono essere individuati nello spettro degli astri.

Logicamente quindi gli astronomi ritengono che, in realtà, tutti gli elementi chimici siano presenti nel Sole e nei corpi celesti.

Dall'esistenza di alcune bande spettrali, risulta (n. 8) pure accertata la presenza nel Sole di molecole biatomiche, o radicali biatomici (e specialmente idruri), come ad es. C_2 , CN, CH, OH, NH. Come pure deve ormai ritenersi sicura, specialmente nelle macchie solari, la presenza di idrogeno molecolare (H_2), benché a quell'alta temperatura la molecola idrogenica dovrebbe essere dissociata in due atomi. Probabilmente il fatto è connesso con la straordinaria abbondanza dell'idrogeno nel Sole.

29. Profili delle righe spettrali. Analisi chimica quantitativa dello strato invertente. Temperatura spettroscopica del Sole. — Immaginiamo di avere una fotografia, in grande scala, dello spettro di un astro (fig. 68) e costruiamoci un diagramma prendendo

per ascisse le lunghezze d'onda λ e per ordinate le intensità luminose I . Vedremo subito ⁽¹⁾ che attraversando una riga spettrale, il diagramma subisce una specie di avvallamento, più o meno largo e profondo secondo l'importanza della riga considerata (fig. 23). E cioè l'ordinata, a partire da un certo punto A di ascissa λ_1 comincia a diminuire rapidamente, fino ad un minimo C avente un'ascissa λ_0 eguale generalmente alla lunghezza d'onda della parte centrale della riga; poi torna di nuovo a crescere fino ad un certo punto B di ascissa

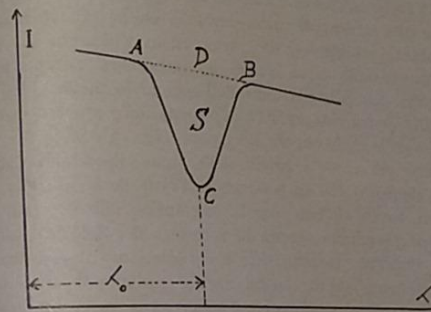


Fig. 23. - Profilo schematico di una riga spettrale.

λ_2 dove il diagramma riprende l'andamento primitivo, vale a dire quello della curva di Planck (n. 13).

La figura così ottenuta ACB, si chiama *profilo della riga spettrale*; l'area S compresa tra ACB ed ADB, che rappresenterebbe l'andamento normale del diagramma di Planck se non esistesse la riga spettrale considerata, misura ovviamente la *quantità di energia assorbita dalla riga* e si dice *area equivalente alla riga*. Il rapporto $L = S/I_0$, dove I_0 è l'ordinata del punto D si chiama *larghezza equivalente alla riga*.

In pratica, negli Osservatori Astronomici, per ottenere i profili delle righe spettrali, si usa ordinariamente il *microfotometro registratore*.

Questo strumento, concettualmente assai semplice, è costituito schematicamente da un pennello di luce che si fa scorrere sopra la

⁽¹⁾ Per maggiori notizie e formule rigorose cfr. A. PANNERÖK, *The theoretical contours of absorption lines*, in « Month. Not. », Vol. XCI (1931).

fotografia dello spettro, dall'ultravioletto all'infrarosso, e quindi si fa cadere sopra una piccola pila termoelettrica, o sopra una cella fotoelettrica. Ovviamente, secondo il diverso grado di annerimento della lastra fotografica, sarà maggiore o minore la quantità di luce che riuscirà ad attraversare la lastra stessa e che quindi andrà a cadere sopra la pila, o sopra la cella. Ora la corrente elettrica generata dalla pila, o cella, viene a cadere sopra un galvanometro di precisione, che porta un piccolo specchio, il quale oscilla al variare della corrente stessa, e riflette un raggio di luce, che viene ad incontrare una striscia di carta sensibile, che si muove tra due cilindri ruotanti, svolgendosi dal primo ed avvolgendosi sul secondo. Sulla carta sensibile viene quindi ad imprimerli automaticamente il diagramma della distribuzione dell'energia (o meglio, dell'energia sensibile alla lastra fotografica adoperata) nello spettro esaminato, con i profili delle righe che vi compaiono (fig. 23 e 68).

Vediamo ora come i profili delle righe dipendano dall'abbondanza dell'elemento che le produce nell'atmosfera del Sole, e possano quindi servire di base per la sua analisi chimica quantitativa. A tale scopo prendiamo, sopra la fotosfera del Sole un'area di un centimetro quadrato di superficie e consideriamo il cilindro Q elevato verticalmente sopra questa area e prolungato fino ai limiti dell'atmosfera solare. Chiameremo *atomi attivi* nella produzione di una data riga spettrale, il numero n degli atomi che insistono sopra un centimetro quadrato di fotosfera (e cioè sono contenuti nel cilindro Q) e prendono parte alla produzione della riga considerata.

Per calcolarlo, ricordiamo che se un gas è capace di assorbire una radiazione di lunghezza d'onda λ_0 , il suo coefficiente di assorbimento $a(\lambda)$ è una funzione di λ che, in vicinanza di λ_0 , cresce approssimativamente in ragione inversa del quadrato della differenza $\lambda - \lambda_0$. Se quindi indichiamo con I_0 il flusso di energia emessa in direzione della Terra da un cm^2 di fotosfera in corrispondenza ad una lunghezza d'onda λ molto prossima a λ_0 e con I il flusso di energia che esce dall'atmosfera solare, avremo in virtù della (89):

$$(94) \quad I = I_0 e^{-\frac{fn}{(\lambda - \lambda_0)^2}} = I_0 e^{-\frac{fn\lambda_0^2}{(\lambda - \lambda_0)^2}}$$

dove f è un coefficiente estremamente piccolo, che ha dimensioni $[L^2]$ e nel sistema C.G.S. ha l'ordine di grandezza di 10^{-25} . Ovviamente, se si sceglie un'unità di lunghezza l volte minore, f viene moltiplicato per l^2 e quindi n viene diviso per l^2 , come appunto deve essere.

Prendendo I come ordinata e λ come ascissa, secondo quanto abbiamo fatto poco innanzi, la (94) rappresenta l'andamento del diagramma di distribuzione dell'energia in vicinanza di λ_0 ; e cioè è l'equazione del profilo della riga spettrale. Essendo fn assai piccolo, l'esponente si manterrà prossimo a zero, e quindi I sarà assai prossima ad I_0 , fino a che λ è notevolmente diversa da λ_0 . Ma quando λ grandi e quindi I diminuisce. Per $\lambda = \lambda_0$, essendo l'esponente eguale a $-\infty$, si avrebbe anzi $I = 0$; sebbene in realtà I non si annulli completamente a causa di un piccolissimo termine aggiuntivo ϵ^2 che compare al denominatore dell'esponente e che, per semplicità, abbiamo soppresso. Ed è anzi a tale termine che si deve l'assorbimento generale del gas e quindi l'offuscamento al bordo del Sole. Si vede subito che *crescendo n la riga si allarga*; onde in generale le righe molto sottili compaiono (n. 95) negli spettri di stelle con atmosfera assai rarefatta (stelle giganti).

Per chiarezza, notiamo ancora che il gas attraversato, oltre ad assorbire, *diffonde in tutte le direzioni* la luce che l'attraversa; ed anzi tale diffusione è tanto maggiore quanto più λ è vicina a λ_0 , onde in realtà le righe spettrali sono dovute non solo all'assorbimento ma anche alla diffusione. Si dimostra però, in fisica, che il coefficiente di diffusione è proporzionale a quello di assorbimento, onde l'effetto complessivo è sempre rappresentato dalla formula (94), purché si ponga $f = f' + f''$, essendo f' dovuto all'assorbimento ed f'' alla diffusione.

Ciò posto confrontiamo il profilo di una riga spettrale, ottenuto misurando la lastra fotografica al microfotometro, con la sua equazione teorica data dalla (94). Dal confronto ricaveremo il valore di n e quindi, se si conosce f , anche il valore di n .

In tal modo Unsold ha ottenuto che il numero degli atomi attivi di calcio ionizzato, a cui sono dovute le righe $[H]$ e $[K]$, e cioè le righe più intense dello spettro solare, è dell'ordine di 10^{19} . Quando si pensi che lo strato invertente ha un'altezza di circa 700 km e quindi che il volume della colonna Q contenuta in questo strato è di $7 \cdot 10^7$ centimetri cubici, vediamo che il numero degli atomi attivi di calcio contenuti in media in un centimetro cubo dello strato invertente del Sole è dell'ordine di 10^{11} ; vale a dire esso è centomilioni di volte minore del numero delle molecole ($2,67 \cdot 10^{19}$) contenute in un centimetro cubo dell'atmosfera terrestre al livello del mare. Come ora vedremo, ciò può dedursi anche dalla larghezza delle righe (eq. 99 bis).

Il procedimento ora indicato non può però applicarsi alle righe alquanto sottili, giacchè riesce allora praticamente difficile ottenerne un profilo esatto col microfotometro. Ma, in tal caso, possiamo misurare l'area equivalente S della riga e servirci di essa, giacchè si dimostra che questa area è approssimativamente proporzionale alla radice quadrata del numero degli atomi che producono la riga stessa.

Infatti, poichè S misura la quantità di energia assorbita dalla riga, la (94) ci dà immediatamente

$$(95) \quad S = \int (I_0 - I) d\lambda = I_0 \int \left(1 - e^{-\frac{f n \lambda_0^4}{(\lambda - \lambda_0)^2}}\right) d\lambda$$

dove l'integrale va ovviamente esteso a tutta la larghezza della riga; e cioè da $\lambda = \lambda_1$ a $\lambda = \lambda_2$ (dove λ_1 e λ_2 sono le ascisse dei punti A e B) od anche da λ_0 a λ_2 moltiplicando poi per 2.

Dobbiamo però osservare, che non appena λ differisce notevolmente da λ_0 , l'esponente diviene piccolissimo e quindi l'esponentiale diviene assai prossimo all'unità e perciò la funzione integranda molto prossima a zero. Possiamo perciò semplificare il calcolo, senza errore sensibile, estendendo l'integrale da λ_0 a ∞ .

Ponendo allora per semplicità

$$(96) \quad \frac{1}{z} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0 \sqrt{f n}}$$

la (95) diviene immediatamente, poichè z diviene infinita per $\lambda = \lambda_0$ e si annulla per $\lambda = \infty$:

$$(97) \quad S = 2 I_0 \lambda_0 \sqrt{f n} \int_0^\infty \left(1 - e^{-z^2}\right) \frac{dz}{z^2}$$

Ma, integrando per parti e ricordando il noto integrale geodetico, si ha immediatamente:

$$(98) \quad \int_0^\infty \left(1 - e^{-z^2}\right) \frac{dz}{z^2} = - \left[\frac{1}{z} \left(1 - e^{-z^2}\right) \right]_0^\infty + 2 \int_0^\infty \left(1 - e^{-z^2}\right) dz = 2 \int_0^\infty \left(1 - e^{-z^2}\right) dz = \sqrt{\pi}.$$

La (97) diviene quindi

$$(99) \quad S = 2 I_0 \lambda_0 \sqrt{\pi f n}$$

dove, indicando con L il rapporto S/I_0 è cioè la larghezza equivalente della riga considerata, abbiamo in fine

(99 bis)

$$\frac{L}{\lambda_0} = 2 \sqrt{\pi f n}$$

che ci mostra come la larghezza equivalente di una riga è approssimativamente proporzionale alla radice del numero degli atomi che la producono. Così, per esempio, si sa dalla teoria dei doppietti che il numero degli atomi che producono la [K] del calcio ionizzato è doppio di quelli che producono la vicina [H]. Ed infatti la larghezza della prima (circa 13 Ang.) è eguale a quella della seconda (circa 9 Ang.) moltiplicata per $\sqrt{2}$. Avendosi per le due righe $L/\lambda_0 = 1/300$ ed $L/\lambda_0 = 1/420$, se poniamo approssimativamente $f = 10^{-25}$ adottando le unità C.G.S., la (99 bis) ci mostra che sopra ogni centimetro quadrato di fotosfera insistono circa 10^{19} atomi di calcio ionizzato; onde — ammettendo che lo strato invertente abbia uno spessore di 700 km — si avrebbero (Unsöld) 10^{11} atomi di calcio ionizzato per centimetro cubo.

Deve notarsi però che una piccola parte dell'allargamento delle righe è dovuta all'effetto Doppler (n. 9), poichè gli atomi che le producono hanno velocità radiale diversa; inoltre i valori dei coefficienti f dipendono dalle varie righe spettrali e sono poco conosciuti.

Un altro metodo, sostanzialmente empirico ma assai semplice, è dovuto a Russell ed è fondato sui numeri indici delle intensità delle varie righe spettrali, dati dal Rowland nelle sue tavole (n. 28).

A tale scopo Russell eseguisce anzitutto piccole correzioni per tener conto dell'effetto di contrasto, giacchè le varie righe si proiettano sopra un fondo più o meno luminoso a seconda della loro posizione nello spettro solare. Ciò fatto, egli costruisce un diagramma (curva di crescita) prendendo per ascissa le intensità delle righe e per ordinate il numero degli atomi che le producono, a meno di una costante di proporzionalità. Ora per molti doppietti e multipli, sparsi in tutto lo spettro solare, si conoscono dalla fisica teorica i rapporti dei numeri degli atomi ⁽¹⁾ che li producono, onde possiamo disegnare molti punti del diagramma, che resta così approssimativamente determinato. Ed allora, conoscendo l'intensità di una

⁽¹⁾ Così p. es. si sa dalla teoria che, per quanto riguarda la riga doppia [D] del sodio, il numero di atomi che produce la componente [D₁] è doppio di quello che produce la componente [D₂]; analogamente il numero di atomi di calcio ionizzato che producono [K] è doppio di quelli che producono [H], ecc.

data riga spettrale basta riportarla nell'ascissa del diagramma; l'ordinata corrispondente (a meno del fattore costante di proporzionalità) indicherà il numero degli atomi a cui la riga è dovuta.

Una volta trovato n , e cioè il numero di atomi che producono la riga, occorre risalire ad N e cioè al numero totale degli atomi di quell'elemento chimico che insistono sopra un centimetro quadrato della fotosfera. A tal fine, basta ricordare (n. 3) che la riga è prodotta soltanto da quella parte degli atomi N che si trovano ad un livello di energia che permette loro di assorbire quella data radiazione. E, poichè conosciamo che la distribuzione degli atomi nei diversi livelli di energia avviene secondo la legge (n. 3) di Boltzmann, possiamo subito risalire da n ad N .

Dagli studi fin ad ora eseguiti, Russell e Menzel hanno dedotto il seguente risultato, di fondamentale importanza nell'astrofisica:

L'elemento più abbondante nell'atmosfera solare è l'idrogeno, e quindi l'elio, l'ossigeno ed i vapori metallici. E precisamente, su cento atomi, quasi novanta appartengono all'idrogeno, dieci all'elio, uno forse all'ossigeno od ai vapori metallici. Tenendo conto dei diversi pesi atomici, segue che l'idrogeno costituisce circa il 60% della massa di tutta l'atmosfera solare, l'elio il 30%, l'ossigeno il 70% ed i metalli il 2%.

Deve notarsi, secondo l'osservazione fatta dallo stesso Russell, che una tale composizione chimica (astruendo forse dall'idrogeno) è analoga a quella della crosta terrestre, comprendendo in essa anche l'idrosfera (oceani) e l'atmosfera. E dagli studi eseguiti, specialmente dalla Dott. C. Payne dell'Osservatorio di Harvard, è anche analoga a quella che si riscontra nelle atmosfere stellari.

Osserviamo ancora che, conoscendo dall'esame delle righe di arco e di scintilla il rapporto tra il numero degli atomi neutri e quelli degli atomi ionizzati, la formola (4) di Meg Nada Saha (n. 2), ci dà il numero E degli elettroni liberi. Si è trovato così (n. 2) che, in media, in un centimetro cubo dell'atmosfera solare vi sono $8,5 \cdot 10^{11}$ elettroni liberi. Ricordando che all'alta temperatura del Sole gli atomi sono ionizzati e che in un centimetro cubo dell'atmosfera terrestre, al livello del mare, vi sono $2,67 \cdot 10^{19}$ molecole, vediamo che, in media, la densità dell'atmosfera solare è dell'ordine del milionesimo di quella dell'atmosfera terrestre al livello del mare. Tali risultati, in linea di massima, valgono anche per le atmosfere stellari.

30. Distribuzione degli elementi chimici nell'atmosfera solare. — Possiamo ancora andare innanzi e domandarci se l'atmosfera solare sia di composizione chimica uniforme, o se invece i diversi elementi chimici siano distribuiti inegualmente a varie altezze sulla fotosfera.

A tal fine, immaginiamo di fotografare lo spettro del Sole in un'eclissi totale, qualche istante prima che s'inizi la fase di totalità e

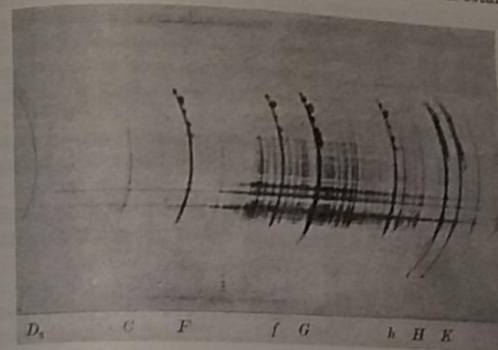


Fig. 24. — Spettro di emissione del bordo solare nelle eclissi, presso la fase di totalità. (Le lettere indicano le righe di Fraunhofer).

cioè quando il disco lunare sta per ricoprire completamente il disco solare. Allora (fig. 24) la parte visibile del Sole è ridotta ad una falce sottilissima, onde non vi è più bisogno della fenditura spettroscopica ma si può fotografare lo spettro ricorrendo semplicemente alla camera prismatica; e cioè sovrapponendo un prisma all'obiettivo del cannocchiale e ponendo a fuoco la lastra fotografica. Si ottiene allora lo spettro ordinario del Sole, con le righe spettrali a forma di falce, giacchè ha appunto tale forma la sorgente luminosa. Ma queste righe sono di diversa lunghezza; alcune assai lunghe che provengono evidentemente (fig. 24) dagli strati più bassi dell'atmosfera solare ed altre molto corte che provengono dagli strati più alti.

Vediamo in tal modo che le righe metalliche del ferro, titanio ecc. si formano negli strati bassi, mentre invece quelle dell'idrogeno, dell'elio, del calcio ionizzato ecc. hanno origine dagli strati alti. In generale si è trovato che le righe spettrali molto intense, come pure

quelle di elementi ionizzati, provengono dagli strati più elevati, mentre le righe deboli, come pure quelle di elementi neutri, provengono generalmente dagli strati bassi.

La spiegazione del fenomeno è abbastanza semplice. Infatti, da un lato, sappiamo che la debole pressione favorisce la ionizzazione degli elementi. D'altro lato, occorre tener presente, come già altre volte abbiamo detto, che un elemento genera una riga spettrale in quanto che esso assorbe alcune particolari radiazioni provenienti dalla fotosfera e vi sostituisce le proprie; le quali ovviamente sono tanto meno intense quanto minore è la temperatura dell'elemento e cioè quanto più alto è lo strato atmosferico in cui esso è contenuto. A parità di condizioni quindi, le righe originate dagli strati più alti saranno più oscure.

Si potrebbe anche dire che l'atmosfera solare è trasparente fuori delle righe, dove permette la visione fino al livello della fotosfera; meno trasparente nelle righe deboli, dove la visione è permessa fino ad un livello alquanto superiore a quello della fotosfera; pochissimo trasparente nelle righe forti, dove la visione può giungere soltanto fino ad un livello ancora più elevato.

31. Distribuzione dell'energia nello spettro solare. Bolometro spettrale di Langley. — Come abbiamo visto, lo spettro del Sole (ed analogamente si dica per quello delle stelle) presenta un fondo luminoso, intersecato da molte migliaia di righe oscure. Poiché ci siamo occupati fin ad ora soltanto di queste ultime, aggiungiamo qualche parola sul fondo luminoso.

Comunemente, come già accennammo, esso viene diviso in tre regioni, e cioè:

I) *Regione ultravioletta*, che si estende dall'estremo violetto ($\lambda = 4000$ circa) fino a $\lambda = 2900$ circa. Al di sotto di $\lambda = 2900$ lo spettro del Sole e delle stelle termina bruscamente (n. 10), per l'esistenza di una larghissima *banda tellurica* prodotta dall'ozono della stratosfera terrestre e che si estende da 2900 fino a $\lambda = 2100$, unendosi quasi con altre bande telluriche prodotte dall'ossigeno e che sembrano appunto iniziarsi presso $\lambda = 2100$. Fino ad ora si è inutilmente cercato di trovare una regione di trasparenza, sia pure assai piccola, tra queste diverse bande telluriche.

La regione ultravioletta, assai importante per le righe spettrali che vi sono contenute (tra cui la $[K]$ e la $[R]$ del calcio ionizzato e molte righe del ferro) viene studiata fotograficamente. Ricordiamo

che, al di sotto di $\lambda = 3300$, occorre far uso di prismi e di lenti di quarzo (o di lenti UV), che sono trasparenti per l'estremo ultravioletto.

II) *Regione visuale*, che si estende da $\lambda = 8000$ (estremo rosso), fino a $\lambda = 4000$ circa (estremo violetto), passando per i sette colori già indicati da Newton, e cioè: rosso, aranciato, giallo, verde, azzurro, indaco e violetto.

III) *Regione infrarossa*, che si estende con intensità sempre decrescente, da $\lambda = 8000$ a $\lambda = 120000$ circa (mm 0,012); limite fino a cui è stata esplorata (n. 10) col bolometro spettrale del quale ora parleremo. Fotograficamente, con lastre sensibilizzate all'infrarosso (p. es. con la dicianina) si riesce a fotografarla fino a circa 12000 Angstrom. La regione appare solcata da grandi bande telluriche, dovute all'anidride carbonica ed al vapor acqueo della nostra atmosfera, tra cui principalissima quella che si estende da $\lambda = 53000$ a $\lambda = 70000$. Notiamo che, per l'esame dell'infrarosso, al di là dei 10000-15000 Angstrom, occorrono lenti e prismi di salgemma, sostanza trasparente alle grandi lunghezze d'onda.

Scientificamente è assai importante esaminare la distribuzione di energia nello spettro solare, onde paragonare il diagramma risultante con quello di emissione del corpo nero di Planck (n. 13). A tale scopo si fa uso del *bolometro spettrale* di Langley.

Concettualmente, questo strumento si compone di un filo metallico annerito e *sottilissimo* (del diametro di circa un millesimo di millimetro), il quale fa parte di un ponte di Wheatstone congiunto ad un galvanometro di alta precisione. Disponendo il filo sullo spettro parallelamente alle righe spettrali, e cioè in modo che tutta l'energia che vi cade abbia la medesima lunghezza d'onda, esso si riscalda e tale riscaldamento fa variare la sua resistenza elettrica producendo una deviazione dell'ago del galvanometro, donde si deduce (previa taratura dello strumento) la quantità di energia assorbita. Nell'apparecchio usato da Langley, il galvanometro era così sensibile da risentire un incremento di temperatura dell'ordine del milionesimo di grado; incremento che, data la debolissima massa del filo, corrisponde ad una quantità di energia estremamente piccola. Ovviamente, facendo scorrere il filo sullo spettro, si riesce in tal modo a costruire il diagramma della distribuzione di energia nello spettro stesso, in funzione di λ .

Dai risultati delle osservazioni si è trovato — come già sappiamo — che il diagramma così costruito (eccezione fatta degli av-

vallamenti dovuti alle righe spettrali) è (fig. 7) molto simile a quello di Planck per $T = 6000$ circa. Ma, in seconda approssimazione, esso ne differisce alquanto giacchè, a partire dal massimo, la discesa della curva è più rapida di quella del diagramma di Planck dal lato del violetto e meno rapida dal lato del rosso.

Per uno studio più esatto, si sono esaminate per diverse lunghezze d'onda λ le temperature che dovrebbe avere un corpo nero per emettere per unità di superficie la stessa quantità di energia che emette il Sole, sempre per unità di superficie e per la stessa lunghezza d'onda λ . Ovviamente, se l'astro emettesse energia esattamente come un corpo nero, tutte queste temperature sarebbero eguali tra loro, qualunque (n. 13) sia λ .

Invece si è trovato che per il Sole le temperature indicate presentano differenze relativamente piccole e cioè generalmente inferiori a cento gradi, ben inteso finchè si rimane nel campo visuale e fotografico; ma i risultati non sono ancora sicuri e le osservazioni continuano.

Teoricamente queste piccole differenze tra l'irradiazione del Sole e quella di un corpo nero a 6000 circa, sono state spiegate da Milne, il quale ha osservato che la fotosfera non è in realtà una superficie emittente ma uno strato di alcune decine di chilometri di spessore, dove la temperatura cresce con la profondità. L'indole di questo libro non ci consente però di entrare in maggiori dettagli.

32. Spettro delle macchie solari. Effetto Zeemann. Effetto Evershed. — Dopo aver esaminato lo spettro generale del Sole, occupiamoci ora di quello delle macchie.

A tale scopo, immaginiamo di far cadere nel mezzo della fissura spettroscopica l'immagine di una grossa macchia solare e di fotografarne lo spettro. Sulla lastra avremo quindi l'immagine dello spettro della macchia, mentre sopra e sotto di esso — in corrispondenza alla parte superiore ed inferiore della fenditura sul cui centro cade l'immagine della macchia — si avrà lo spettro ordinario del Sole. Il confronto riesce quindi facilissimo, e da esso si desume che lo spettro delle macchie è simile a quello ordinario del Sole, ma ne differisce in alcuni dettagli e precisamente:

A) Per la distribuzione di energia che è analoga a quella di un corpo nero a temperatura notevolmente minore di quella fotosferica: e cioè di circa 4800 come (n. 24) già vedemmo.

B) Per la minore intensità delle righe degli elementi ionizzati e per la maggiore intensità di quelle degli elementi neutri.

C) Per la presenza delle righe di alcuni elementi di basso potenziale di ionizzazione (ad es. il rubidio), che non si riscontrano nello spettro solare; come pure per la comparsa di bande molecolari (TiO; CaH; H₂ ecc.).

D) Per la comparsa dell'effetto Zeemann (n. 9) attestante l'esistenza di un forte campo magnetico, che talora giunge a 5000 gauss.

Entriamo ora in alcuni particolari, cominciando dal punto D. Storicamente fin dal 1869, (come risulta dalle memorie pubblicate negli Atti della Pontificia Accademia dei Nuovi Lincei), Lorenzo Respighi, Direttore dell'Osservatorio del Campidoglio a Roma, si era accorto che sulle macchie le righe spettrali apparivano ingrossate, contorte e talora suddivise. Disgraziatamente non si conosceva allora l'effetto magnetotico di Zeemann (n. 9) scoperto venti anni dopo, onde non fu compresa l'importanza dell'osservazione di Respighi che venne presto dimenticata. Ma il fenomeno fu ritrovato con maggiore evidenza, nel 1908, da Hale, il quale — osservando il Sole alla torre solare del Monte Wilson — si accorse che, nello spettro delle macchie, le righe erano sdoppiate quando la macchia si trovava presso il centro del disco solare ed erano triplicate quando la macchia si trovava presso il bordo.

Hale comprese subito che il fatto era dovuto alla presenza di un forte campo magnetico e, per dimostrarlo in modo indubbio, fece vedere che le due componenti risultanti dallo sdoppiamento erano polarizzate circolarmente in senso contrario (n. 9).

Per intendere il procedimento adoperato da Hale in tale dimostrazione, ricordiamo dalla fisica elementare che la luce polarizzata linearmente si riconosce facilmente esaminandola col prisma di Nicol; infatti, rotando il Nicol, si trova una posizione in cui la luce si estingue, mentre nella posizione ortogonale la sua intensità è massima. Se invece la luce è polarizzata circolarmente, la sua intensità si conserva costante al ruotare del Nicol, come se si trattasse di luce naturale. Per riconoscerne la polarizzazione, occorre quindi trasformare questa da circolare in lineare; ciò che si ottiene facendo attraversare alla luce una sottile lamina di mica di spessore opportunamente calcolato (lamina di quarto d'onda).

Ciò posto, Hale ricoprì alcune parti della fissura spettroscopica con laminette di mica ed altre parti con laminette analoghe, diffe-

rentemente orientate. Quindi, ruotando il Nicol, trovò che la luce proveniente da una delle due componenti della riga spettrale esaminata era estinta nelle parti della fissura ricoperte dalle lamine del primo sistema, mentre la luce proveniente dall'altra componente era estinta nelle parti ricoperte dalle lamine del secondo sistema. Risultò perciò completamente provato che le due componenti della riga spettrale esaminata erano polarizzate circolarmente in senso contrario e quindi che lo sdoppiamento era dovuto all'effetto Zeemann.

Una volta dimostrato questo fatto, fu facile ad Hale di determinare l'intensità H del campo magnetico, sapendosi (n. 9) che essa è proporzionale alla distanza delle due componenti in cui ogni riga viene separata. Egli trovò così che nelle macchie molto grandi H può giungere, come abbiamo ora detto, anche a 5000 gauss e cioè ad un valore circa diecimila volte maggiore dell'intensità del campo magnetico terrestre. In seguito però è stato dimostrato che H diminuisce rapidamente con l'altezza sopra la fotosfera, e che — oltre al campo magnetico delle macchie — esiste anche un campo magnetico generale del Sole che, a somiglianza di quello terrestre, ha l'asse poco inclinato rispetto all'asse di rotazione solare ed ha un'intensità di 50 gauss circa e forse minore, o variabile.

Inoltre, poichè le righe appaiono sdoppiate quando le macchie si trovano presso il centro del disco solare e poichè sappiamo (n. 9) che lo sdoppiamento avviene quando il campo magnetico è diretto verso l'osservatore, Hale ne dedusse che le linee di forza del campo magnetico generato da una macchia sono presso a poco normali alla superficie del Sole nel luogo occupato dalla macchia stessa. In altre parole, essendo la macchia una specie di cavità imbutiforme scavata nella fotosfera (n. 24), l'asse del campo magnetico che essa produce viene a coincidere, presso a poco, con l'asse dell'imbuto stesso.

Questa bella scoperta confermò, come dicemmo (n. 24), che le macchie sono veri vortici, dove i gas si muovono ruotando intorno all'asse del vortice stesso; presso a poco come vediamo avvenire nei centri ciclonici che si producono nell'atmosfera terrestre. Infatti, poichè i gas solari sono fortemente ionizzati e quindi carichi di elettricità positiva, il vortice può rassomigliarsi elettricamente ad un solenoide e produce quindi necessariamente un campo magnetico con l'asse diretto secondo l'asse del solenoide.

Ma un altro fenomeno, anche esso molto importante, fu scoperto pochi anni dopo (1909) da Evershed all'Osservatorio di Koi-

Osservando con lo spettroscopio la regione fotosferica che circonda una macchia, Evershed notò alcuni lievi spostamenti delle righe spettrali, ed applicando il principio di Doppler (n. 9), ne dedusse che i gas fotosferici si muovono allontanandosi dal nucleo della macchia con velocità di circa 2 km/sec. Più tardi, esaminando le righe spettrali di maggiore intensità e quindi di alto livello (n. 30), si è trovato che i gas dell'atmosfera solare situati molto al di sopra di una macchia si muovono invece avvicinandosi al nucleo, con velocità che può giungere anche a 4 km/sec.

Vediamo dunque che da questi grandi imbuto, o vortici, costituenti le macchie del Sole, esce materia spandendosi all'intorno sulla fotosfera; mentre, per colmare il vuoto così prodotto, altre masse gassose accorrono dalle regioni più elevate dell'atmosfera solare.

È facile ora spiegare le altre caratteristiche A), B) e C) dello spettro delle macchie.

Infatti i gas, che escono dalle macchie, si dilatano adiabaticamente e quindi (n. 12) la loro temperatura diminuisce, onde la macchia sembra oscura in confronto della vicina fotosfera. Diminuendo la temperatura, diminuisce (n. 2) la percentuale di atomi ionizzati ed aumenta quella degli atomi neutri; onde le righe di scintilla appaiono indebolite, mentre quelle di arco sono rinforzate. Inoltre alcuni elementi aventi basso potenziale di ionizzazione (p. es. il rubidio, per cui si ha $J = 4,16$ volt) sono quasi completamente ionizzati nella fotosfera e presentano quindi righe spettrali che cadono nella parte inosservabile dell'estremo ultravioletto; mentre invece, alla temperatura più bassa delle macchie, possono parzialmente esistere allo stato neutro e danno quindi righe appartenenti allo spettro visibile. Analogamente la minore temperatura delle macchie spiega subito la formazione di alcune molecole biatomiche, come H_2 , TiO , CaH ecc.

Ma prima di lasciare l'argomento, dobbiamo fare ancora un'osservazione. Abbiamo detto (n. 23) che spesso le macchie sono accoppiate due a due, aventi presso a poco la stessa latitudine eliografica. Ora, esaminando il campo magnetico delle macchie, si è trovato che generalmente la macchia di testa ha polarità magnetica contraria a quella della macchia di coda e che i segni s'invertono nei due emisferi solari, come pure s'invertono ad ogni periodo undecennale. Per es. supponiamo che in un dato anno le macchie di testa dell'emisfero boreale del Sole abbiano polarità magnetica positiva, e quindi quelle di coda negativa; nello stesso anno, le macchie di testa dell'emisfero australe avranno polarità negativa e quelle di

coda positiva. Dopo undici anni invece, nel nuovo ciclo di macchie, accadrà l'opposto: nell'emisfero boreale le macchie di testa avranno polarità negativa e quelle di coda positiva, mentre in quello australe le macchie di testa saranno positive e quelle di coda negative.

Vedremo come questo curioso fenomeno, che, insieme con la legge di Maunder (n. 23), serve per distinguere le macchie appartenenti alla fine di un ciclo undecennale da quelle del nuovo ciclo, si colleghi ad una famosa ipotesi di Bjerknes sull'origine delle macchie del Sole. Ma intanto esso mostra che il vero periodo dell'attività solare non è già di 11 anni, ma di 22-23 anni circa (n. 26).

✓ 33. **Cromosfera. Protuberanze quiescenti ed eruttive.** — Come abbiamo già detto (n. 27), lo strato invertente del Sole è circondato dalla *cromosfera*; e cioè da un involucro gassoso di densità estremamente bassa, dal quale s'innalzano le *protuberanze*, visibili durante le eclissi totali di Sole come fiamme rossastre o violacee. Ben a ragione il P. Secchi paragonò quindi la cromosfera ad una *prateria infuocata* (figg. 27-28-29).

Esaminando lo spettro di queste protuberanze durante la fase di totalità delle eclissi, gli astronomi trovarono fin dal 1868 che esse erano composte principalmente d'idrogeno (dove il loro colore rosso-rosaceo dovuto alle righe di emissione [C] nel rosso ed [F] nell'azzurro) e quindi di calcio ionizzato e di altri vapori metallici. Si notò ancora, nel giallo, una forte riga di emissione, dovuta ad un elemento allora sconosciuto, al quale venne perciò dato il nome di *elio* (η λιος = Sole); come si sa dalla storia della chimica, soltanto molti anni dopo, nel 1895, l'elio venne trovato da Ramsay sulla Terra, nella cleveite.

Servendosi dello spettroscopio, è assai facile di misurare lo spessore della cromosfera, anche fuori eclisse, in un giorno qualsiasi. A tale scopo, basta porre la fessura dello spettroscopio in *senso radiale* al disco solare, in modo che l'immagine focale del disco stesso ricopra soltanto una parte di questa. Si vede allora che le righe spettrali, e specialmente la C dell'idrogeno, si conservano oscure nel tratto coperto dal Sole e quindi presentano un *piccolo tratto luminoso* della lunghezza di circa 10". Poichè questo tratto corrisponde allo spettro della cromosfera (che, essendo situata al di sopra dello strato invertente, genera righe di emissione anzichè di assorbimento), se ne deduce che lo spessore medio della cromosfera — astrazione fatta dai luoghi dove s'innalzano le protuberanze — è di circa 10" e cioè di circa 7000 km.

Modernamente, in conformità ad un programma internazionale stabilito nei Congressi Astronomici, vari Osservatori misurano quotidianamente con questo metodo lo spessore della cromosfera lungo il bordo del Sole. Si è trovato così che, durante le epoche di minimo delle macchie solari, la cromosfera ha uno spessore lievemente maggiore verso i poli del Sole (fenomeno osservato per la prima volta da Respighi, al Campidoglio, nel 1869), mentre durante le epoche di massimo (Abetti) il suo spessore è praticamente uniforme. Si ignora ancora la causa del fenomeno, che continua ad essere oggetto di studio.

Ma le osservazioni divengono ancora più interessanti, se si pone la fessura spettroscopica *s-s tangente* al bordo solare (fig. 25); giacchè, se dal punto di tangenza emerge una protuberanza, questa — pure essendo invisibile al cannocchiale — diviene visibile con lo spettroscopio. Infatti, in tal caso, la protuberanza viene a proiettarsi nel punto di tangenza della fessura e quindi noi vedremo le righe oscure dello spettro — e specialmente la [C] e la [F] dell'idrogeno — interrotte da un piccolo tratto luminoso, che corrisponde alla sezione dell'immagine focale della protuberanza con la fessura stessa (fig. 25). Spostando lievemente il cannocchiale, al cui oculare è applicato lo spettroscopio, in modo che la fessura si conservi presso a poco parallela alla posizione primitiva, si possono così ottenere varie sezioni della protuberanza esaminata, e quindi costruirne il disegno.

Se la protuberanza è abbastanza intensa, si può anzi abbreviare il procedimento allargando un poco la fessura spettroscopica (con che si allargano le righe spettrali che sono immagini monocromatiche della fessura stessa) in modo che tutta la protuberanza venga a cadere nell'interno della riga [C] così allargata (fig. 25). È vero infatti che la protuberanza è resa invisibile al semplice cannocchiale dalla luce del cielo, assai intensa nelle immediate vicinanze del disco solare; ma è anche vero che la luce del cielo è policromatica, mentre quella della protuberanza è composta di poche radiazioni monocromatiche. In conseguenza, lo spettroscopio indebolisce grandemente la luce del cielo, ma non già quella della protuberanza, che diviene quindi visibile. Ovviamente,

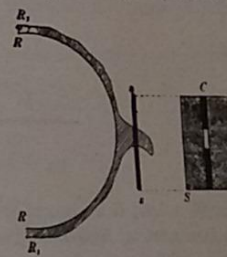


Fig. 25. — Visione spettroscopica delle protuberanze solari.

se si osserva nella riga [C] con la fessura allargata, si facilitano le osservazioni ponendo innanzi all'oculare dello spettroscopio un vetro rosso, onde escludere altre radiazioni.

Questo procedimento, semplice ed importante, fu scoperto contemporaneamente da Janssen e Lockyer nel 1868; e venne subito utilizzato dagli astronomi ed in particolare dal P. A. Secchi e da I. Respighi, per lo studio sistematico delle protuberanze.

Respighi, precorrendo i tempi, introdusse all'Osservatorio del Campidoglio — che, come scriveva il Prof. Riccò, « precedette tutti gli altri in tali ricerche, di cui più tardi fu compresa l'importanza » — l'uso di osservare quotidianamente tutta la circonferenza del disco solare; disegnandone le protuberanze che vi si trovavano e notandone le loro relazioni con le macchie ed i loro cambiamenti giornalieri. Questa ricerca interessantissima viene oggi eseguita in vari Osservatori Astronomici del globo; ma storicamente è bene notare che nel periodo 1869-1871 gli unici disegni che la scienza possiede di tutto il bordo solare sono quelli del Respighi, pubblicati dal Riccò e dal Giacomelli nei Vol. 39 e 40 degli Atti della Società degli Spettroscopisti Italiani, che ora ha assunto il nome di Società Astronomica Italiana.

Ma, mentre Respighi esaminava la distribuzione quotidiana delle protuberanze sul bordo del Sole, e cioè disegnava i cosiddetti



Fig. 26. - Protuberanza eruttiva.

profili solari, il P. Secchi si occupava di studiare dettagliatamente la loro natura. Egli si accorse così che le protuberanze potevano essere suddivise in due grandi classi, che chiamò « quiescenti » ed « eruttive », e precisamente trovò che:

A) Le protuberanze eruttive sono somiglianti a getti allungati (fig. 26) che si elevano a grandi altezze, talora anche di 15' e cioè di quasi settecentomila chilometri sulla fotosfera. La loro forma varia

rapidamente, spesso anche d'ora in ora (fig. 27-28-29), ciò che mostra che esse s'innalzano e ricadono con velocità grandissima che talora può giungere anche a 400 km/sec. Il loro spettro, oltre all'idrogeno, mostra anche la presenza di vapori metallici e specialmente del calcio ionizzato e del ferro.

B) Le protuberanze quiescenti, presentano invece la forma di grossi ammassi, o nubi, che s'innalzano lentamente (onde il nome)

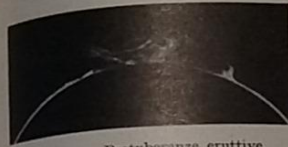


Fig. 27. - Protuberanze eruttive.



Fig. 28. - Protuberanze eruttive.

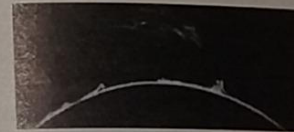


Fig. 29. - Protuberanze eruttive.

sulla superficie del Sole, fino ad altezze che raramente superano i centomila chilometri. Lo spettro mostra che esse risultano composte prevalentemente d'idrogeno e di calcio ionizzato, difettando di ferro e di altri metalli (fig. 30).

Il P. Secchi trovò pure che le protuberanze eruttive sono general-



Fig. 30. - Protuberanza quiescente.

mente connesse con le macchie solari; e cioè si sviluppano prevalentemente nelle « zone regie » in vicinanza delle macchie, ed appaiono con maggiore frequenza negli anni in cui il Sole è più ricco di mac-

chie. Le protuberanze quiescenti invece sembrano quasi indipendenti dalle macchie, sviluppandosi in tutte le latitudini eliografiche e non obbedendo al ciclo undecennale di frequenza.

Un'altra divisione, più dettagliata, delle protuberanze è stata recentemente proposta da Pettit; ma noi ci limiteremo a quanto abbiamo esposto, per non uscire dal quadro di questo libro.

34. **Spettroeliografo. Spettro registratore di velocità. Spettroelioscopio. Filtri interferenziali.** — Come abbiamo ora detto, lo spettroscopio ci permette di vedere quei getti gassosi che si proiettano fuori del bordo del Sole, senza bisogno di attendere le eclissi totali. Ma certamente da tutta la cromosfera s'innalzano getti analoghi, i quali però si proiettano sul disco stesso del Sole. Come sarà possibile d'individuareli?

Il metodo, immaginato sostanzialmente da Lockyer e sviluppato in seguito da Hale, Deslandres e Riccò, consiste nell'eseguire una *fotografia monocromatica del Sole*; e cioè nel *fotografare il Sole, servendosi unicamente di radiazioni emesse dalle regioni elevate della cromosfera*. Lo strumento, di cui si servono gli astronomi per l'esecuzione di queste fotografie, si chiama *spettroeliografo* e le radiazioni utilizzate sono generalmente quelle provenienti dalle parti centrali delle righe $[H]$ e $[K]$ del calcio ionizzato e dalla riga $[C]$ dell'idrogeno.

Per entrare in qualche dettaglio, notiamo che esaminando con forte potere dispersivo la riga $[K]$ — ed analogamente può dirsi delle altre due — si trova che essa è solcata nella parte centrale da un'altra riga lievemente luminosa, la quale a sua volta è percorsa nella parte centrale da una sottilissima riga più oscura. In altre parole, la riga $[K]$, che come dicemmo è una delle più larghe e più intense (n. 28) dello spettro solare, risulta composta da *tre righe sovrapposte*, e cioè:

- 1) Una grossa riga oscura, che s'indica col simbolo K_1 e che, sapendosi che la pressione allarga le righe spettrali, ha certamente origine negli strati più bassi.
- 2) Una seconda riga assai più sottile e lievemente luminosa, indicata col simbolo K_2 , che si proietta sulle regioni centrali di K_1 e che ha origine dalle radiazioni emesse dalla cromosfera posta sopra lo strato invertente.
- 3) Una terza riga, oscura e sottilissima, che si proietta sulle regioni centrali di K_2 e che s'indica col simbolo K_3 . Essa proviene

dal fatto che parte della luce emessa dalla cromosfera (riga K_3) viene assorbita dalle regioni più elevate (e quindi relativamente più fredde) della cromosfera stessa.

Ciò posto è chiaro che, se vogliamo eseguire una fotografia monocromatica del Sole, utilizzando *soltanto* le radiazioni provenienti dalla parte più alta della cromosfera, dovremo utilizzare la K_3 (od, analogamente, la H_3 o la C_3); ciò che si esegue appunto con lo spettroeliografo. Per brevità, ci limiteremo a descrivere sommariamente il semplice tipo di spettroeliografo adoperato all'Osservatorio di Firenze, in unione alla Torre Solare.

Immaginiamo (fig. 31) un cilindro metallico (quello di Firenze ha una lunghezza di circa quattro metri) la cui base superiore porti due fessure strettissime, F (detta fessura principale) ed F' , (detta fessura secondaria o selettiva) parallele tra loro; e facciamo cadere su F l'immagine focale S del Sole, data dal lungo cannocchiale portato dalla Torre Solare. La luce che entra nel cilindro dalla fessura F viene ad incontrare una lente L , che rende i raggi paralleli; incontra quindi una catena di prismi P (oppure un reticolo R) che opera la dispersione ed infine una seconda lente L' che fa cadere l'immagine dello spettro sulla faccia interna della base superiore del cilindro (fig. 31).

Ovviamente potranno uscire dal cilindro soltanto quei raggi luminosi che vengono ad incontrare la fessura selettiva F' . Se quindi disponiamo F' in modo da farla cadere esattamente sulla K_3 dello spettro, *soltanto la luce della K_3 potrà uscire dal cilindro*; e perciò, se collochiamo al di là di F' una lastra fotografica P , sulla lastra P verrà fotografata — con la sola luce della K_3 — quella piccola striscia dell'immagine del Sole che cade sulla fessura principale F .

Disposto così l'apparecchio, manteniamo *ferma* l'immagine S del Sole data dal cannocchiale e la lastra fotografica, e facciamo invece muovere il nostro cilindro in modo che la fessura principale F venga a percorrere tutto il disco solare. È chiaro allora che sulla lastra verrà fotografato *tutto* il Sole, utilizzando K_3 e cioè utilizzando quelle radiazioni che provengono dall'alta cromosfera. In altre parole, sulla lastra *otterremo una fotografia delle regioni più alte della*

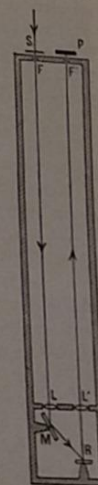


Fig. 31.
Spettroeliografo.

cromosfera solare; come se avessimo *svuolato* il Sole, togliendovi tutta la parte centrale e lasciandovi soltanto l'estrema cromosfera. Una tale fotografia si chiama *spettroeliogramma* (fig. 32).

Come vedremo tra breve, queste fotografie presentano grandissimo interesse. Ma prima di parlarne, vogliamo ancora accennare ad altri usi dello spettroeliografo.

Immaginiamo di allargare (ciò che si fa con opportune viti regolatrici) la fessura selettiva F' in modo da farvi passare, non solo la K_3 , ma tutta la riga $[K]$. Si ha allora l'immagine di $[K]$ in tutta la striscia del Sole che cade sulla fessura principale F .

Ora si trova che questa immagine non è generalmente rettilinea, ma *sinuosa*, e cioè in alcune parti del Sole la riga $[K]$ sembra lievemente piegarsi verso il rosso ed in altre parti verso l'ultravioletto. Applicando il principio di Doppler (n. 9), vediamo quindi che in alcune parti della cromosfera i vapori di calcio — da cui proviene la $[K]$ — si elevano ed in altre ricadono sul Sole; e possiamo anche misurare le velocità con cui avvengono tali movimenti. Sotto questa forma, lo strumento viene quindi chiamato *Spettroregistratore di velocità* e fu utilizzato da Deslandres, a Meudon.

Immaginiamo ancora di far cadere sulla fessura selettiva F' una riga dello spettro *visibile*, p. es. la C_3 e di sostituire la lastra fotografica con un oculare. Guardando all'oculare, vedremo allora la distribuzione dell'idrogeno — da cui proviene appunto la riga — dell'alta cromosfera, in quella regione del Sole su cui si trova la fessura principale F . Se quindi diamo al cilindro un *rapido* movimento oscillatorio, in modo che F venga a percorrere rapidamente tutto il disco solare, per il principio della permanenza delle immagini nella retina dell'occhio, vedremo all'oculare la distribuzione dell'idrogeno in tutta l'alta cromosfera che circonda il Sole. Sotto questa forma, lo strumento prende il nome di *Spettroelioscopio* ($\sigma\kappa\omicron\pi\tau\omega$ = guardo). e fornisce a colpo d'occhio la visione della cromosfera.

Terminando notiamo che oggi — secondo il procedimento scoperto dall'astronomo B. Lyot — si costruiscono *filtri interferenziali* di luce, disponendo strati paralleli di lamine polarizzanti (polaroidi) alternati con strati birifrangenti. Ogni coppia di strati dà origine ad una serie di righe d'interferenza; onde il filtro lascia passare soltanto quelle lunghezze d'onda che non appartengono alle righe interferenziali di nessuno strato.

Ovviamente il filtro è tanto più selettivo quanto maggiore è il numero degli strati di cui si compone. Ma con soli cinque strati si

ottengono dei filtri, dello spessore di appena due centimetri, che nel rosso lasciano passare la luce soltanto dentro un intervallo di dieci o venti Angstrom. Applicando un tal filtro ad un comune cannocchiale, si veggono abbastanza bene i dettagli della cromosfera so-

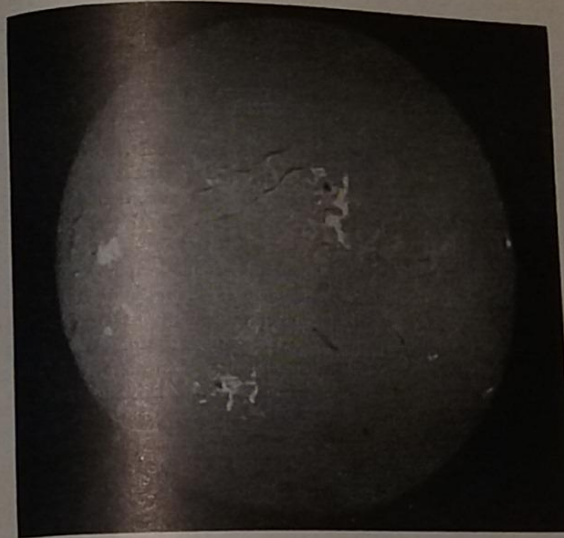


Fig. 32. - Cromosfera solare. Spettroeliogramma con la riga K_3 .

lare, sebbene lo spettroeliografo dia immagini più nette avendo un potere selettivo molto superiore.

✕ 35. **Flocculi. Filamenti.** — Le fotografie del Sole, ottenute con la K_3 , e cioè utilizzando soltanto la luce del calcio ionizzato emessa dalle regioni più alte della cromosfera, sono *estremamente interessanti*, anche perchè molto diverse dalle fotografie ordinarie del Sole. Non più macchie, non più facule!

Vediamo invece (fig. 32) che in queste fotografie il disco solare appare tutto cosparso di numerosi nodi biancastri, simili alle gra-

nulazioni della fotosfera (n. 25), ma assai più grandi, giungendo anche a $40''-50''$. Gli astronomi hanno dato loro il nome di *floculi* e di *flares* (brillamenti), quando sono particolarmente brillanti.

Assai spesso questi *floculi* si riuniscono in larghi gruppi od agglomerati, simili a grumi di latte rappreso e che appaiono specialmente nelle regioni soprastanti le macchie e le facule; onde il nome di « *plages faculaires* » dato loro da Deslandres.

Inoltre, appaiono spesso in queste fotografie lunghe linee sinuose, chiare od oscure, a cui è stato dato il nome di *filamenti*. Le osservazioni hanno mostrato che, quando l'estremità di uno di questi filamenti giunge al bordo per effetto della rotazione del Sole, si vede ivi sollevarsi una protuberanza, onde gli astronomi ritengono che i filamenti siano *protuberanze* che noi vediamo *proiettate sul disco solare*. Lo spettro registratore indica poi che essi hanno generalmente un *moto ascendente*, con velocità che in alcuni casi può giungere anche a 100 km/sec.

Quanto ai *floculi*, accennammo che, secondo le ipotesi moderne, le granulazioni della fotosfera sarebbero le sommità di colonne, o correnti gassose, che s'innalzano dall'interno del Sole. Ora Hale ha supposto che, al di sopra di queste correnti, si formino dei vortici che, richiamando i vapori di calcio dell'alta cromosfera, darebbero appunto origine a questi *floculi*. In particolare, i brillamenti (*flares*) sarebbero *floculi* elevatissimi, o vere *eruzioni cromosferiche*.

Notiamo ancora che, utilizzando lastre sensibili al rosso, possiamo fotografare il Sole servendoci della C_2 ; e cioè della luce proveniente dalla parte centrale della grande riga [C] dell'idrogeno nel rosso. Si ottengono allora fotografie che rappresentano la distribuzione dell'idrogeno nell'alta cromosfera solare e nelle quali appaiono *floculi* e *flares* (brillamenti) d'idrogeno simili (ma generalmente più piccoli) a quelli di calcio; come pure filamenti idrogenici molto lunghi, spesso oscuri e di notevole larghezza.

Oggi queste fotografie si fanno quasi giornalmente, od almeno assai spesso, in alcuni Osservatori specialmente dedicati allo studio del Sole ed i risultati vengono trasmessi all'Osservatorio di Zurigo, che li pubblica in un bollettino trimestrale, edito a cura della Unione Astronomica Internazionale. Per semplicità di notazioni, è stato stabilito d'indicare la frequenza dei gruppi di *floculi* con un numero variabile da 0 a 5, rappresentando con 0 la assenza completa e con 5 la massima frequenza.

Dall'esame di questi bollettini, sembra risultare che la frequenza

di questi gruppi di *floculi* (*plages faculaires*) di calcio o d'idrogeno, sia sottomessa al ciclo undecennale delle macchie. Ed anzi sembra che, al principio di ogni ciclo, i gruppi preferiscano le alte latitudini eliografiche, precisamente come fanno le macchie (n. 23), e quindi si avvicinino lentamente all'equatore, man mano che aumenta la loro frequenza.

36. La rotazione del Sole. — Abbiamo già detto (n. 21) che il Sole compie una rotazione in circa 25 giorni, avvertendo però che *non* ruota come un corpo rigido. Possiamo ora precisare, notando anzitutto che le osservazioni danno la rivoluzione *sinodica*.

A tale scopo cominciamo con l'osservare che, per la determinazione del tempo T che il Sole impiega a compiere una rotazione, o della sua velocità angolare ω legata a T dalla formola $\omega = 360^\circ/T$, noi possiamo utilizzare:

a) *Le macchie solari*, le quali anzi ci offrono il mezzo più semplice di risolvere il problema e di cui già si servi Galileo. Soltanto esse non compaiono al di là di $\pm 40^\circ$ di latitudine eliografica, si deformano con grande facilità ed hanno vita assai breve, onde generalmente riesce impossibile di seguirle per più rotazioni.

b) *Le facule*, le quali hanno il vantaggio di avere vita più lunga delle macchie e di giungere a latitudini maggiori. Disgraziatamente però sono meno visibili delle macchie, onde riesce spesso difficile di stabilirvi punti di riferimento.

c) *I gruppi di floculi ed i filamenti*, che si trovano anche ad alte latitudini, ma che però appartengono alla cromosfera.

d) *Lo spostamento delle righe spettrali*, prodotto dall'effetto Doppler a causa del moto di rotazione del Sole. È questo forse il metodo più importante, perchè (teoricamente almeno) può applicarsi a tutte le latitudini, come pure (conoscendosi i livelli a cui si formano le varie righe spettrali) a tutte le altitudini. Prescindendo quindi da difficoltà pratiche, inerenti alla possibilità di misurare incrementi di lunghezza d'onda assai piccoli, questo metodo ci fa conoscere completamente i diversi valori che ω può assumere sia in tutti i punti della fotosfera, sia in quelli degli strati superiori. Cerchiamo di esporne il principio, nel modo più semplice.

Immaginiamo, per maggior chiarezza, di osservare in quelle epoche dell'anno in cui i paralleli solari si proiettano in linee rette ed in cui quindi il polo boreale N del Sole si proietta in un punto del bordo solare, dato dalle effermeridi.

Allora, se prendiamo sul bordo solare due punti A ed A' posti da una parte e dall'altra di N ed aventi da esso una medesima distanza angolare α , è chiaro che A ed A' saranno due punti opposti del parallelo solare di latitudine eliografica $\varphi = 90^\circ - \alpha$. Ed è pure evidente che le velocità di A ed A' dovute al moto di rotazione del Sole sono dirette verso l'osservatore ed hanno sensi contrari.

In conseguenza, se indichiamo con w la velocità radiale del centro del Sole rispetto all'osservatore al momento dell'osservazione e con v la velocità periferica dei vari punti del parallelo a causa della rotazione solare, la velocità radiale di A rispetto a noi sarà $w + v$ e quella di A' sarà invece $w - v$. La velocità radiale *relativa* di A rispetto ad A' sarà dunque $2v$ ed in conseguenza, per l'effetto Doppler, le righe spettrali della luce proveniente da A appariranno spostate rispetto a quelle della luce proveniente da A' di una quantità $\Delta\lambda$ data da

$$(100) \quad \Delta\lambda = \frac{2v\lambda}{c}$$

essendo c la velocità della luce.

Ma, se indichiamo con R il raggio del Sole, il raggio del parallelo avente latitudine φ è eguale a $R \cos \varphi$ e quindi la sua velocità periferica v dovuta alla rotazione sarà ovviamente $R\omega \cos \varphi$. Dalla (100) abbiamo perciò

$$(101) \quad \omega = \frac{c \Delta\lambda}{2R\lambda \cos \varphi}$$

Poichè $\Delta\lambda$ è data dallo spettrografo, la (101) ci fa immediatamente conoscere ω alla latitudine esaminata φ ed al livello in cui si forma la riga di lunghezza d'onda λ .

Notiamo che, nelle epoche in cui i paralleli non si proiettano in linee rette, i due punti A ed A' non si trovano più agli estremi opposti di un parallelo, ed inoltre le loro velocità non sono più esattamente dirette verso l'osservatore. Data però la debole inclinazione dell'equatore solare sull'eclittica, le correzioni da compiersi sono piccole, e sono facilitate da alcune tabelle ⁽¹⁾ appositamente calcolate

⁽¹⁾ Cfr. F. ZAGAR: *Nuove tavole per la rotazione solare*, in «Memorie Osservatorio Astrofisico di Arcetri», fasc. 52, 1934; M. CIMINO e A. RAINONE: *Determinazione spettroscopica del periodo della rotazione solare*, in «Mem. Soc. Astr.», Vol. XXII, n. 4 (1925).

dal Prof. Zagar. Riducendo i valori di ω da sinodici in siderici, per tener conto del moto di rivoluzione della Terra intorno al Sole, e misurandoli in gradi al giorno, si ha il seguente specchietto:

φ	Macchie	Facule	Strato invertente	Floculi
0°	$14^\circ,4$	—	$14^\circ,2$	$14^\circ,5$
15°	$14^\circ,2$	$14^\circ,3$	$14^\circ,1$	$14^\circ,3$
30°	$13^\circ,7$	$13^\circ,8$	$13^\circ,5$	$13^\circ,9$
45°	—	$12^\circ,8$	$12^\circ,6$	$13^\circ,2$
60°	—	—	$11^\circ,5$	—

Da questi valori risulta che:

I) La velocità angolare di rotazione del Sole decresce con la latitudine in modo molto notevole, mentre a pari latitudine sembra crescere lievemente con l'altezza sopra la fotosfera.

II) In via approssimata, ω è legata a φ dalla formola di Faye

$$(102) \quad \omega = a - b \sin^2 \varphi \quad ||$$

dove a e b sono due costanti che variano lievemente con l'altezza sulla fotosfera e, sembra anche un poco con la frequenza delle macchie durante il ciclo undecennale. Per la fotosfera si ha in media $a = 14^\circ,4$ e $b = 2^\circ,8$.

Notiamo che la conoscenza della velocità di rotazione della fotosfera ci permette di studiare il moto delle macchie sopra la fotosfera stessa, determinando a diversi intervalli di tempo la longitudine e la latitudine eliografica di una stessa macchia con le formole del n. 22.

I risultati sono ancora incerti; ma — secondo Maunder — sembra che, al nascere di un gruppo, la macchia di testa sia dotata di un lieve movimento di circa un grado al giorno nel senso delle longitudini crescenti, onde essa si allontana un poco dalla macchia di coda. Poi tale movimento cessa e quindi cambia di segno, onde le due macchie tornano ad avvicinarsi.

Terminando notiamo che, da accuratissime misure spettrografiche, sembra che le lunghezze d'onda delle righe dello spettro

solare — anche dopo eseguita la correzione di Doppler — risultino lievissimamente (circa un centesimo di Angstrom) maggiori di quelle ottenute nei laboratori con i medesimi elementi chimici. La causa è da ascriversi all'effetto Einstein; e cioè (n. 9) al fatto che, secondo la teoria di relatività, un forte campo gravitazionale aumenta le lunghezze d'onda. Sembra inoltre che le righe provenienti dal bordo lunghesse d'onda. Sembra inoltre che le righe provenienti dal bordo lunghesse d'onda superiore (circa mezzo centesimo di Angstrom) a quella delle righe provenienti dal centro del disco. Questo curioso fenomeno è chiamato *effetto del bordo* e se ne ignora ancora la spiegazione.

✕ 37. La corona solare. Il coronografo. — Come abbiamo detto (n. 27), durante le eclissi totali — e ciò appunto rende il fenomeno tanto interessante, anche per i profani — oltre alle protube-

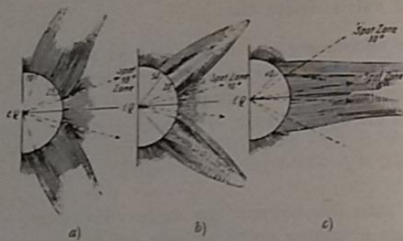


Fig. 33. — EQ = Equatore solare.

Disposizione dei pennacchi al massimo (a) ed al minimo (c) delle macchie.

ranze di cui abbiamo già parlato, noi vediamo il Sole (fig. 21) circondato da una candida aureola, di color bianco latteo, che gli astronomi chiamano *corona*, perchè essa ha appunto la figura di una corona circolare di circa $15'$ di larghezza. Dalla corona si dipartono poi, come da una raggiera, alcuni getti luminosi, di color bianco azzurrognolo, che raggiungono spesso una lunghezza di alcuni gradi ⁽¹⁾ e che si chiamano *pennacchi*, o corona esterna.

Anzitutto l'esame visuale e le fotografie eseguite in molte eclissi totali hanno mostrato che la disposizione dei pennacchi varia durante il ciclo delle macchie. E precisamente si è trovato (fig. 33a) che,

⁽¹⁾ Nelle fotografie dell'eclisse totale di Sole del 25 febbraio 1952, eseguite a Khartoum (Sudan) dal Prof. M. Cimino dell'Osservatorio di Roma, si veggono pen-

quando le macchie sono al massimo, i pennacchi sono disposti quasi simmetricamente tutto intorno al Sole, che assume appunto (fig. 33a) la forma di raggiera; invece, quando le macchie sono al minimo, i pennacchi sono sempre poco inclinati sull'equatore solare, onde l'insieme ha una figura quasi rettangolare (fig. 33c).

La quantità totale di luce emessa dalla corona e dai pennacchi, come risulta da misure eseguite col fotometro o con la cella fotoelettrica, pur essendo variabile da eclisse ad eclisse, è dello stesso ordine di grandezza di quella della Luna piena. Durante l'eclisse totale di Sole del 29 giugno 1927, in Norvegia, l'autore di questo libro poteva leggere senza difficoltà caratteri tipografici di due millimetri di altezza. Più precisamente, esaminando col microfotometro l'annerimento dei singoli punti della lastra (negativa) su cui si è fotografata la corona solare durante le eclissi, se ne può dedurre l'intensità luminosa superficiale delle singole porzioni della corona solare. Secondo Andrews, a partire dal bordo del Sole, essa decresce dapprima assai rapidamente, poi lentamente; ma non si conoscono ancora leggi precise.

Ma, dal lato fotometrico, è anche interessante notare che la luce della corona solare è *parzialmente polarizzata*.

Visualmente, il fenomeno può essere messo in evidenza osservando la corona col cannocchiale e ponendo innanzi all'obiettivo un prisma di Nicol, od un polaroide; ma, per misure precise, occorre servirsi del metodo fotografico ed, a tale scopo, basta prendere una fotografia del Sole eclissato, dopo aver posto il polarizzatore od un cristallo birifrangente innanzi all'obiettivo della camera fotografica. Il cristallo dà sulla lastra due immagini, ordinaria e straordinaria, le quali, con la loro diversa intensità, ci permettono di determinare — come insegna la fisica — la quantità di luce polarizzata. Anzi, se si pone innanzi alla lastra fotografica un vetro colorato, questo esame può farsi separatamente per la luce di diverse lunghezze d'onda.

Si è così trovato che, alla distanza di circa $8'$ dal bordo del Sole la quantità di luce polarizzata della corona solare è di circa il 12% per la luce gialla, mentre sale al 37% per la luce violetta.

Sopra tutto però sono interessanti le ricerche riguardanti lo spettro della corona e dei pennacchi.

Per esporre sinteticamente i risultati delle osservazioni, notiamo anzi tutto che le fotografie eseguite con lo spettrografo, durante le

eclissi totali, hanno mostrato che lo spettro della corona solare si compone di due *spettri sovrapposti*, e cioè:

A) Lo spettro ordinario del Sole.

B) Uno spettro di emissione a righe lucide.

Il primo spettro è dovuto al fatto che la corona riflette la luce del Sole, e ciò spiega perchè tale luce sia parzialmente polarizzata; il secondo invece — che ovviamente è il più interessante — è dovuto alle radiazioni emesse dalla corona stessa e può quindi servirci per ricercare la sua composizione chimica.

Notiamo in proposito che nello spettro B sono state fin ad ora individuate circa trenta righe luminose, tra cui notevolissima una brillante riga verde, di lunghezza d'onda $\lambda = 5303$, che venne osservata per la prima volta da Young durante l'eclisse totale di Sole del 7 agosto 1869 ed attribuita allora ad un elemento incognito, detto *coronio*. Oggi (1941) il fisico svedese Edlen ha dimostrato che questa riga è prodotta dal ferro tredici volte ionizzato (Fe XIV).

Altre righe molto intense di emissione dello spettro coronale sono la riga rossa $\lambda = 6374$ e le due ultraviolette $\lambda = 3388$ e $\lambda = 3601$. Anche queste si attribuivano anticamente al coronio; ma oggi sappiamo (Edlen e Bowen) che la prima è prodotta dal ferro nove volte ionizzato (Fe X) e le altre due rispettivamente dal ferro dodici volte ionizzato (Fe XII) e dal nichelio quindici volte ionizzato (Ni XVI).

Dobbiamo pure notare la $\lambda = 3328$ e la $\lambda = 4086$, prodotte dal calcio rispettivamente undici e dodici volte ionizzato (Ca XII e Ca XIII), rimandando per maggiori notizie ad una memoria pubblicata nel 1943 dal Prof. Righini negli Atti dell'Accademia d'Italia.

Osserveremo ancora che, dalla posizione delle righe di Fraunhofer nello spettro riflesso (spettro A), si è dedotto — applicando il principio di Doppler — che in generale la materia, di cui è composta la corona, si allontana dal Sole con velocità di circa 25 km/sec. E ciò sembra in accordo, almeno in linea di massima, con quanto si rileva confrontando fotografie ottenute nella stessa eclisse totale, a qualche ora di distanza, da missioni scientifiche operanti in paesi diversi.

Terminando notiamo che recentemente Lyot ha costruito uno strumento con cui è possibile fotografare (almeno grossolanamente) la corona solare fuori eclisse, purchè si operi in alta montagna e quando il cielo è particolarmente limpido.

Lo strumento, al quale è stato dato il nome di *coronografo*, consiste essenzialmente in un cannocchiale (quello costruito da Lyot ha un obiettivo di 13 cm di diametro ed una lunghezza focale di

m 3,15) il quale porta al fuoco un disco annerito, il cui diametro è tale da nascondere esattamente l'immagine focale del Sole onde riprodurre, per quanto è possibile, le condizioni che si verificano durante le eclissi totali. Ad evitare ogni diffusione di luce nell'interno del cannocchiale sono disposti opportuni schermi, mentre le lenti sono lavorate con ogni cura ed esenti da bolle e graffiature anche minime.

Portando lo strumento sul Pic du Midi (m 2800 sul mare) ed adoperando un filtro rosso, Lyot è riuscito — in giornate particolar-

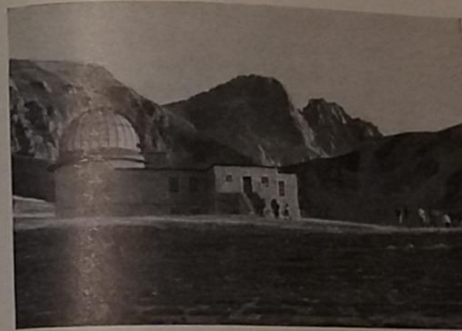


Fig. 34. - Stazione astronomica dell'Osservatorio di Roma sul Gran Sasso (m. 2300). (La cupola ha m. 8 di diametro e contiene un riflettore Schmidt di un metro di apertura).

mente serene — a vedere direttamente le protuberanze della cromosfera, come durante le eclissi. Adoperando invece un filtro verde (onde permettere solamente il passaggio alla luce di lunghezze d'onda prossime a quella della riga verde della corona) è riuscito — sempre in condizioni di particolare limpidezza atmosferica — a fotografare la corona interna, ma senza i pennacchi. In proposito l'Osservatorio di Roma ha ora costruito una sua succursale (fig. 34) sul Gran Sasso d'Italia (m 2300 sul mare) per studi sopra la fisica stellare e nebulare e sopra la corona solare.

CAPITOLO V
TEORIE SOLARI

38. Le sorgenti dell'energia solare. — Come abbiamo visto (n. 26), il Sole invia, in ogni minuto primo, sopra un centimetro quadrato di superficie esposta normalmente ai suoi raggi, alla distanza media della Terra, una quantità di calore eguale a circa 1,94 calorie-grammi. Poichè la distanza media della Terra dal Sole è eguale, in cifra tonda, a centocinquanta milioni di chilometri e cioè $15 \cdot 10^{12}$ centimetri, ne segue che la quantità totale di calore che il Sole irradia è eguale a $4\pi \cdot 15^2 \cdot 10^{24} \cdot 1,94 = 5,48 \cdot 10^{27}$ calorie al minuto e cioè circa $2,88 \cdot 10^{33}$ calorie all'anno. In conseguenza, essendo la massa del Sole eguale a $1,98 \cdot 10^{33}$ grammi, possiamo dire che, *in media, ogni grammo di materia solare irradia circa una calorìa e mezza all'anno.*

Ora lo studio degli elementi radioattivi contenuti nelle rocce terrestri, e più precisamente l'esame della percentuale di uranio che si è lentamente trasformata in piombo, hanno dimostrato che i primordi dell'epoca paleozoica in cui s'incontrano i primi albori della vita sopra la Terra (felci, molluschi, ecc.) risalgono a circa due miliardi di anni or sono. In conseguenza, ogni grammo di materia solare ha già irradiato, in media, almeno *tre miliardi di calorìa.*

Ma, ciò che più importa, è l'osservare che una tale enorme erogazione di calore è avvenuta *senza* notevole diminuzione della temperatura del Sole; è chiaro infatti che, se due miliardi di anni fa il Sole avesse avuto una temperatura effettiva notevolmente superiore all'odierna, la temperatura terrestre sarebbe stata tanto elevata da rendere impossibile lo sviluppo della vita. Ovviamente quindi il Sole deve possedere delle *sorgenti di energia* che lo riforniscono di calore, man mano che esso ne irradia, conservando così la sua temperatura quasi costante. Ma quali saranno queste sorgenti?

I vecchi astronomi avevano dapprima pensato alla combustione, o ad altre combinazioni chimiche; ma l'ipotesi va senz'altro scartata. Basta pensare che un grammo di carbone bruciato genera circa ottomila calorie, mentre qui si tratta di miliardi!

Una seconda ipotesi, che ebbe grande diffusione verso la fine del secolo passato, fu avanzata da Helmholtz; il quale ritenne che la sorgente del calore solare dovesse ricercarsi nel lavoro compiuto dalla gravità nella formazione, e nella successiva contrazione, del globo solare stesso.

Per esaminare brevemente questa ipotesi, ricordiamo dalla Meccanica che, se due punti materiali di massa m ed m' si trovano originariamente a distanza infinita e si avvicinano a distanza s , il lavoro fatto dall'attrazione è eguale al potenziale e cioè ad $f m m' / s$, essendo f il coefficiente attrattivo. In conseguenza, chiamando con dm e dm' due elementi di massa presi nell'interno del globo solare e con s la loro reciproca distanza e supponendo (per metterci nell'ipotesi più favorevole) che inizialmente tutta la materia solare fosse sparsa nell'universo, il lavoro fatto dall'attrazione sarà dato da

$$(103) \quad W = \frac{f}{2} \int \frac{dm dm'}{s}$$

dove l'integrale va esteso a tutte le coppie di elementi e dove viene posto il fattore $1/2$ perchè, nell'integrale, ogni coppia viene considerata due volte. Chiameremo W *potenziale totale, od autopotenziale*.

Per eseguire il calcolo nel modo più semplice, fissiamo l'elemento dm e chiamiamo con U il potenziale newtoniano nel luogo dove dm si trova. Avremo

$$(104) \quad U = f \int \frac{dm'}{s}$$

e quindi la (103) diviene

$$(105) \quad W = \frac{1}{2} \int U dm$$

Ora si sa dalla Meccanica che il potenziale newtoniano nell'interno di una sfera omogenea, di raggio r e di massa M , a distanza λ dal centro è dato dalla formula

$$(106) \quad U = f \frac{M}{2r} \left[3 - \frac{\lambda^2}{r^2} \right]$$

Supponendo quindi, per semplicità, il Sole sferico ed omogeneo, avremo

$$(107) \quad W = f \frac{M}{4r} \int \left(3 - \frac{\lambda^2}{r^2} \right) dm = f \frac{M}{4r} \left(3M - \frac{1}{r^2} \int \lambda^2 dm \right)$$

Ma l'integrale $\int \lambda^2 dm$ è ovviamente il momento d'inertia polare rispetto al centro, che, nel caso di una sfera omogenea, secondo la Meccanica, è eguale a $3 M r^2 / 5$. Sostituendo abbiamo allora immediatamente

$$(108) \quad W = \frac{3 f M^2}{5 r}$$

In conseguenza, se chiamiamo con a il coefficiente di trasformazione del calore in lavoro (e cioè il numero di erg equivalenti ad una caloria), ogni grammo di materia solare potrà erogare, al massimo, una quantità q di calore data da

$$(109) \quad q = \frac{W}{a M} = \frac{3 f M}{5 a r}$$

Ora nel sistema C.G.S. si ha $M = 1,98 \cdot 10^{33}$; $f = 6,67 \cdot 10^{-8}$; $a = 4,18 \cdot 10^7$ ed $r = 695\,000 \text{ km} = 6,95 \cdot 10^{10} \text{ cm}$, donde risulta $q = 2,6 \cdot 10^7$. Vale a dire, ogni grammo di materia solare, nell'ipotesi di Helmholtz, potrà erogare ventisei milioni di calorie; che, al tasso di una caloria e mezza all'anno, basterebbero appena per venti milioni di anni!

Supponendo il Sole non omogeneo ⁽¹⁾, questa cifra può aumentarsi; ma sarebbe difficile (Poincaré) superare i cinquanta milioni di anni, onde l'ipotesi di Helmholtz deve rigettarsi come assolutamente insufficiente a spiegare i fenomeni. Ed allora siamo costretti a concludere che *le sorgenti di energia solare* (ed analogamente si dica per le stelle) *debbono necessariamente ricercarsi in fenomeni subatomici*; e cioè in reazioni nucleari (n. 1).

⁽¹⁾ Se si suppone che il Sole non sia omogeneo, ma che la densità del gas vari con la legge adiabatica (n. 42) e se si pone $\gamma = 1 + 1/n$ dove γ indica il rapporto dei due calori specifici del gas, si dimostra che il denominatore della (108) invece di $5r$ diviene $(5-n)r$. Così nel caso di gas monoatomici, essendo $n = 3/2$, il valore di W aumenta di circa il 40%. Cfr. G. SANSONE: *Equazioni differenziali nel campo reale*, Vol. II (Bologna, Zanichelli).

39. Reazioni nucleari nell'interno del Sole e delle stelle. Trasformazione dell'idrogeno in elio. — Data l'importanza dell'argomento per la fisica solare e stellare, crediamo utile di entrare in qualche dettaglio.

Abbiamo già parlato (n. 1) della trasformazione degli elementi chimici. Ora in alcune di queste trasformazioni avviene una lievissima perdita di massa, nel senso cioè che la massa dell'elemento ottenuto è lievemente inferiore alla somma delle masse degli elementi primitivi. In tal caso, per note teorie fisiche sulla trasformazione della massa in energia, se chiamiamo con m la massa scomparsa, si ha una produzione E di energia data dalla formola

$$(110) \quad E = mc^2$$

dove c indica la velocità della luce.

Poichè nel sistema C.G.S. si ha $c = 3 \cdot 10^{10}$, risulta subito che ad ogni grammo di materia scomparsa, corrisponde una produzione di energia di $9 \cdot 10^{20}$ erg, e cioè di $2,2 \cdot 10^{13}$ calorie; cifra immensamente superiore a quanto si otteneva con combinazioni chimiche o con l'ipotesi di Helmholtz.

Notiamo però che, affinché possano avvenire reazioni nucleari, è necessario che nuclei atomici di diversi elementi possano venire in contatto tra loro.

Ora, immaginiamo due nuclei atomici N_1 ed N_2 lanciati l'uno contro l'altro con velocità v . Poichè essi sono ambedue carichi di elettricità positiva e quindi si respingono tra loro, affinché possano urtarsi occorre evidentemente che v sia molto grande e quindi che la temperatura T del gas sia molto elevata.

Per eseguire il calcolo, notiamo che i due nuclei N_1 ed N_2 lanciati l'uno contro l'altro e soggetti alla mutua repulsione, si avvicineranno con velocità decrescente e — secondo la meccanica — si fermeranno quando la loro energia cinetica si sarà tutta trasformata in energia potenziale.

Ora (n. 11), in media, la forza viva di ogni nucleo è eguale a $3kT/2$ essendo k la costante di Boltzmann; e quindi la forza viva del sistema dei due nuclei risulta $3kT$. Se quindi indichiamo con e_1 ed e_2 le cariche elettriche dei due nuclei e con d la distanza reciproca a cui si arrestano nel loro avvicinamento, avremo subito

$$(111) \quad 3kT = \frac{e_1 e_2}{d}$$

Ma si ha $e_1 = eZ_1$ ed $e_2 = eZ_2$, essendo e la carica elettrica dell'elettrone e Z_1 e Z_2 i numeri atomici degli elementi a cui i nuclei appartengono; onde la (111) diviene

$$(112) \quad T = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{3kd}$$

Ora, affinché i nuclei vengano in contatto, è evidentemente necessario che d sia dell'ordine di grandezza dei loro diametri e cioè eguale circa a 10^{-11} cm; essendo (nn. I ed II) quindi $k = 1,37 \cdot 10^{-16}$ ed $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$, la (112) ci dà subito, misurando T in centigradi:

$$(113) \quad T = 56\,000\,000 \, Z_1 Z_2$$

In realtà gli incontri nucleari possono verificarsi anche a temperature inferiori, giacchè sappiamo che le velocità reali si ripartiscono intorno al valore medio con la legge del caso (legge di Maxwell); in ogni modo però, affinché le reazioni nucleari avvengano con notevole frequenza è sempre necessario che la temperatura sia elevatissima.

Ciò spiega perchè tali reazioni non accadano nell'interno dei pianeti e mostra anche che nell'interno delle stelle (in cui la temperatura, come vedremo, giunge a poche decine di milioni di gradi) esse si limitano agli elementi di basso numero atomico (idrogeno, elio, litio, ecc.) per i quali Z_1 e Z_2 sono piccoli.

Dovremo quindi considerare soltanto i primi elementi chimici; e ciò faremo riassumendo con la massima brevità gli studi moderni, dovuti in gran parte a Bethe, Critchfield e Gamov.

a) *Reazione Protone-Protone.* — È la più semplice delle reazioni nucleari, avendosi in tal caso $Z_1 = Z_2 = 1$. Si ha allora l'equazione



dove ${}_1e^0$ indica l'elettrone positivo (positrone), che ha vita brevissima.

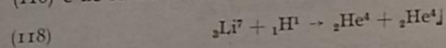
Il deuterio, ${}_1\text{H}^2$ così formato, reagisce a sua volta con un altro protone formando un isotopo dell'elio di peso atomico 3, secondo l'equazione



Questo isotopo dell'elio, incontrando un nucleo di elio comune di peso atomico 4 (e cioè una particella α) dà origine ad un nucleo di berillio, il quale rapidamente si trasforma in litio secondo le equazioni

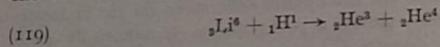


Infine questo nucleo di litio, incontrando un altro protone, dà origine a due nuclei di elio comune; e cioè restituisce quello impiegato nella (116) e ne forma uno nuovo, secondo l'equazione

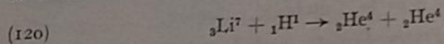


In totale quindi, quattro protoni, o nuclei d'idrogeno, si sono convertiti in un nucleo di elio.

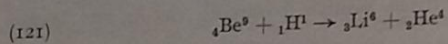
b) *Reazione Protone-Litio.* — Si conoscono due isotopi del litio, di peso atomico 6 e 7. Il primo di essi, incontrandosi con un protone, dà origine ad un nucleo isotopico dell'elio ed ad un nucleo di elio comune, secondo la formula:



Il secondo isotopo invece, incontrandosi con un protone, dà origine a due nuclei di elio comune, e cioè di peso atomico 4, secondo la formula



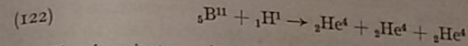
c) *Reazione Protone-Berillio.* — Il protone, incontrando un nucleo di berillio (che occupa il quarto posto nel sistema degli elementi ed ha peso atomico 9) dà origine ad un nucleo di litio di peso atomico 6 e ad uno di elio, come mostra la formula



d) *Reazione Protone-Boro.* — Come è noto nel sistema degli elementi chimici, il quinto posto è occupato dal boro, che presenta due isotopi: uno di peso atomico 10 e l'altro di peso atomico 11.

Il secondo isotopo, incontrando un protone, dà origine a tre

nuclei di elio, secondo l'equazione



Il primo isotopo, invece, dà origine ad un isotopo del carbonio di peso atomico 11; e cioè, essendo il carbonio al sesto posto nel sistema degli elementi, si ha immediatamente



Ma questo isotopo del carbonio è instabile ed espelle un elettrone positivo convertendosi nel secondo isotopo del boro, con la formula



Questo secondo isotopo, a sua volta, incontrando un protone, dà origine a tre nuclei di elio, come abbiamo visto con la (122).

e) *Ciclo del carbonio.* — È questo forse il processo più importante che ha luogo, nell'interno delle stelle, per la conversione dell'idrogeno in elio. Si dice ciclo del carbonio, perchè alle reazioni nucleari prende parte il carbonio; il quale però è *rigenerato* nel ciclo stesso, onde vi figura soltanto come « elemento catalitico », secondo la nomenclatura dei chimici. Inoltre questo ciclo, per svolgersi, ha bisogno di una *temperatura elevata* (almeno 0 1000 000 di gradi), mentre le reazioni precedenti possono avvenire a temperature *molto minori*. In conseguenza, mentre il ciclo del carbonio si verifica nel Sole e nelle stelle normali (main sequence) la cui temperatura centrale — come vedremo — supera i 10 000 000, le reazioni precedenti si verificano nelle stelle giganti che hanno temperature più basse.

Il ciclo s'inizia con l'incontro di un protone con un nucleo di carbonio ordinario (e cioè di peso atomico 12) dando origine ad un isotopo dell'azoto di peso atomico 13. Poichè l'azoto ha il settimo posto nella successione degli elementi chimici, si ha allora

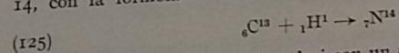


Ma questo isotopo dell'azoto è instabile ed espelle un elettrone positivo, convertendosi in un isotopo del carbonio di peso 13, secondo la

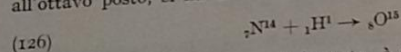


A sua volta, il nucleo del carbonio così prodotto, incontrandosi

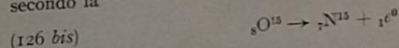
con un *secondo protone*, genera un nucleo di azoto ordinario di peso 14, con la formola



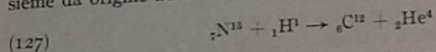
Il nucleo di azoto, incontrandosi con un *terzo protone*, dà origine ad un isotopo dell'ossigeno di peso 15. E cioè, essendo l'ossigeno all'ottavo posto, si ha la reazione



L'isotopo dell'ossigeno, così formato, è instabile ed emettendo un elettrone positivo, si trasforma in un isotopo dell'azoto di peso 15, secondo la



Infine il nucleo di azoto così prodotto, incontrando un *quarto protone*, rigenera il primitivo nucleo di carbonio di peso 12, ed insieme dà origine ad un nucleo di elio ordinario, secondo la formola



In totale quindi, il carbonio resta invariato, mentre quattro nuclei d'idrogeno si sono trasformati in un nucleo di elio.

Fondandosi su questi risultati della teoria nucleare odierna, e tenendo presente che le stelle hanno composizione chimica poco diversa, onde sembrano aver avuto una comune origine, gli astronomi hanno ora adottato, almeno in linea di massima, la seguente teoria sopra l'origine del calore stellare.

In epoche antichissime, tutta la materia di cui sono oggi formate le stelle si trovava diffusa nello spazio, allo stato di gas freddo ed estremamente rarefatto. Condensandosi in globi separati, per effetto dell'attrazione, si ebbe un incremento di temperatura prodotto dalla trasformazione adiabatica (n. 12) e quindi s'iniziarono le prime reazioni nucleari nell'interno di questi globi. Le reazioni protone-litio, protone-berillio e protone-boro si esaurirono relativamente presto (almeno in molte stelle) a causa della poca abbondanza di questi elementi, ma il calore generato fu sufficiente per dare origine al ciclo del carbonio.

A questo ciclo, e cioè sostanzialmente alla trasformazione dell'idrogeno in elio, si deve principalmente l'energia generata nel Sole e nella maggior parte delle stelle.

Notiamo incidentalmente che il fatto che sopra la Terra l'elio

tosto abbondanti od almeno relativamente più abbondanti che nel Sole, mostrerebbero che — se la Terra ha avuto origine dal Sole — essa si è separata dal Sole stesso in epoche in cui i processi nucleari si erano da poco iniziati e cioè in cui il Sole era *molto giovane*.

Ma, lasciando questo argomento che appartiene alla Cosmogonia e passando a valutare l'energia prodotta dalla trasformazione dell'idrogeno in elio, ricordiamo che il peso atomico dell'idrogeno è 1,008 mentre quello dell'elio è 4,00. Trascurando quindi per semplicità la massa degli elettroni, possiamo dire che, quando quattro protoni si uniscono per formare un nucleo di elio, ciascuno di essi perde 0,008 e cioè $1/125$ della propria massa. In conseguenza, se un grammo di idrogeno si trasforma in elio, si ha una perdita di circa otto milligrammi; e quindi; per la (110) si genera una quantità di energia data da $0,008 \cdot 9 \cdot 10^{20} = 7,2 \cdot 10^{18} \text{ erg} = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ calorie}$. Se quindi il Sole fosse stato originariamente composto soltanto d'idrogeno (e, come abbiamo visto, l'idrogeno è nel Sole straordinariamente abbondante) al tasso di una caloria e mezzo all'anno per grammo, esso potrebbe erogare energia per oltre circa *cento miliardi di anni*!

✕ 40. Preliminari sopra la costituzione interna del Sole e delle stelle. Comportamento dei gas altamente ionizzati. Applicazione del teorema del viriale. — Come abbiamo detto, il Sole e le stelle sono colossali globi gassosi, in cui i gas sono *altamente ionizzati* per l'elevatissima temperatura. Ora i gas altamente ionizzati seguono le leggi dei gas perfetti, anche quando la loro densità divenga assai elevata per l'enorme pressione.

Si sa infatti dalla teoria che, comprimendo un gas in un recipiente, il suo comportamento comincia ad allontanarsi sensibilmente da quello dei gas perfetti soltanto quando il volume occupato dagli atomi diviene una frazione notevole del volume totale del recipiente. Ora le distanze degli elettroni dal nucleo atomico sono grandissime rispetto alle dimensioni del nucleo; in conseguenza, quando l'atomo perde questi elettroni per ionizzazione, il suo volume diviene estremamente piccolo rispetto a quello dell'atomo ordinario. Soltanto quando la densità diviene forse migliaia di volte superiore a quella dell'acqua (come nell'interno di alcune stelle, dette *nane bianche*) i gas, anche altamente ionizzati, cessano di obbedire alla legge dei gas perfetti; ed anzi si dimostra allora che la densità viene a dipendere soltanto dalla pressione. Tali gas si chiamano *degenerati*; od

anche gas allo stato *barotropico* ($\beta\alpha\pi\alpha\varsigma$ = pressione; $\theta\rho\acute{o}\pi\tau\omega$ = trituro) perchè l'atomo è schiacciato dall'enorme pressione.

Ciò premesso, per iniziare la teoria della costituzione interna del Sole e delle stelle (escluse le *nane bianche*), ricordiamo un teorema di meccanica statistica, dovuto a Jacobi e detto *teorema del viriale*, secondo cui in un ammasso gassoso (od in un ammasso di particelle sottoposte alla mutua attrazione ed agli urti reciproci) che si trovi allo stato di regime, il doppio dell'energia cinetica totale è eguale al potenziale W . Applichiamo questo teorema al Sole, che per il momento considereremo come un globo omogeneo.

A tale scopo, indichiamo con T la temperatura media nell'interno dell'astro, e ricordiamo (n. 11) che il doppio dell'energia cinetica di ogni particella gassosa, nei gas perfetti, è eguale a $3 k T$. In conseguenza, indicando con N il numero delle particelle e ricordando la (108), avremo:

$$(128) \quad W = \frac{3 f M^2}{5 r} = 3 N k T,$$

dove k è la costante di Boltzmann, ed r il raggio dell'astro.

Ma, indicando con q il peso molecolare medio del gas (o meglio il peso medio di ogni particella riferito all'atomo d'idrogeno) e con H la massa dell'atomo d'idrogeno, si ha:

$$(129) \quad M = N H q$$

onde la (128) ci dà con facili sostituzioni

$$(130) \quad T = \frac{f M H q}{5 r k}$$

Ora, in unità C.G.S. si ha $H = 1,66 \cdot 10^{-24}$; $k = 1,37 \cdot 10^{-16}$; $f = 6,67 \cdot 10^{-8}$; $r = 6,97 \cdot 10^{10}$ ed $M = 1,98 \cdot 10^{33}$.

Quanto al peso corpuscolare medio q dei gas solari, osserviamo che, se il Sole fosse composto soltanto d'idrogeno, poichè nella ionizzazione ogni atomo d'idrogeno dà origine a due corpuscoli (protone ed elettrone) si avrebbe $q = 0,5$. Se invece il Sole fosse composto soltanto di elio, poichè l'elio ha peso atomico 4 ed ogni atomo ionizzandosi dà origine a tre corpuscoli (un nucleo e due elettroni), si avrebbe $q = 4/3 = 1,33$. Infine per gli altri elementi, poichè il peso atomico è circa doppio del numero atomico (e cioè del numero degli

elettroni che circondano il nucleo, e che si separano nella ionizzazione) si avrebbe $q = 2$ circa.

Ora, come vedemmo (n. 29), l'elemento di gran lunga più abbondante nel Sole e nelle stelle normali, è l'idrogeno; a cui segue l'elio e quindi l'ossigeno, ecc. Sembra quindi che in media q sia poco diverso da 0,75; almeno astraendo da stelle eccezionali.

Sostituendo questi valori nella (130), si trova che T è eguale a circa quattro milioni di gradi; onde — essendo la temperatura superficiale di soli seimila gradi — la temperatura centrale dovrebbe avvicinarsi ai dieci milioni.

Ricordiamoci però che, per semplicità, noi abbiamo supposto che il Sole fosse *omogeneo*. Se si ammette invece, come è in realtà, che la densità solare cresca dalla superficie verso il centro, il potenziale W diviene maggiore del valore dato dalla (108); e quindi, per la (128), anche T aumenta. Ma, per eseguire il calcolo con esattezza, dobbiamo esaminare più particolarmente la costituzione interna del Sole.

✕ 41. Teoria adiabatica e teoria dell'equilibrio radiativo. —

Consideriamo il Sole come una sfera gassosa in equilibrio e chiamiamo con p , ρ , T la pressione, la densità e la temperatura assoluta del gas in un punto interno Q qualsiasi, a distanza x dal centro; e supponiamo che la sua costituzione sia simmetrica rispetto al centro e cioè che p , ρ , T siano funzioni soltanto della x . Ovviamente, per calcolare p , ρ , T in funzione di x , avremo bisogno di tre equazioni. Ora:

1) Poichè, secondo quanto abbiamo visto, nell'interno del Sole i gas, essendo altamente ionizzati, si comportano come gas perfetti con peso atomico 0,75 circa, una prima equazione viene data dalla fisica. E cioè si ha l'equazione dei gas perfetti (37), dove q è poco diverso da 0,75.

2) La seconda equazione è data dalla Meccanica, e cioè è l'equazione fondamentale dell'idrostatica, che in simboli vettoriali si scrive:

$$(131) \quad \text{Grad } p = \rho \hat{F}$$

Essa ci dice che, in un fluido in equilibrio, il gradiente della pressione è eguale al prodotto della densità per la forza $\hat{F}$ agente sull'unità di massa. Nel caso del Sole e delle stelle, trascurando la rotazione e la pressione dell'energia, $\hat{F}$ risulta dalla sola gravità.

Con l'occasione, poichè abbiamo già trattato della pressione dell'energia (n. 16), notiamo che è facile calcolare la gravità in un punto interno qualsiasi Q di un astro sferico e composto di strati sferici omogenei e cioè in cui ρ dipende solo da x . Infatti si sa dalla Meccanica che, se costruiamo una sfera ausiliaria S avente per centro il centro O dell'astro e per raggio OQ , la materia esterna ad S non esercita complessivamente alcuna azione su Q , mentre la materia contenuta dentro S attrae Q come se essa fosse tutta riunita nel centro O .

In conseguenza, se indichiamo con m la quantità di materia contenuta in S , la gravità in Q sarà

$$(132) \quad g = - \frac{f m}{x^2}$$

dove ovviamente non si tiene conto della forza centrifuga giacchè, avendo supposto l'astro sferico, si suppone implicitamente che esso non ruoti od almeno ruoti molto lentamente. Si prende il segno negativo, perchè g è diretta verso il centro.

Quanto al calcolo di m , esso è assai facile. Infatti la quantità di materia contenuta in uno strato sferico compreso tra due sfere concentriche di raggi x ed $x + dx$ è evidentemente eguale al volume dello strato moltiplicato per la densità ρ e cioè a $4 \pi \rho x^2 dx$. Si ha quindi immediatamente, essendo ρ funzione della sola x :

$$(133) \quad m = 4 \pi \int_0^x \rho x^2 dx$$

3) Per ottenere una terza equazione, dobbiamo esaminare come il calore si propaghi nell'interno di un astro. Ora la fisica insegna che in una massa fluida, o gassosa, il calore può propagarsi in tre modi, e cioè:

- a) Per conduzione.
- b) Per convezione, e cioè per movimento delle particelle riscaldate.
- c) Per irradiazione.

Ma la conduttività nei gas non degenerati è assai piccola, onde praticamente non restano che le altre due ipotesi.

Storicamente verso il 1870, H. Lane, supponendo che il calore si propagasse per convezione nell'interno delle stelle, fondò una

teoria che venne poi sviluppata da Thomson e da Emden, e che si chiama *teoria dell'equilibrio convettivo*. Questa teoria venne seguita quando i nuovi progressi della fisica e gli studi sull'energia raggiante, mostrarono che in realtà nell'interno delle stelle il calore si propaga prevalentemente per irraggiamento, pur non escludendo l'importanza dei movimenti convettivi. Nacque allora una seconda teoria, sviluppata specialmente da Schwarzschild e da Eddington, che si chiama *teoria dell'equilibrio radiativo*.

Non vi è dubbio che questa ultima teoria sia molto superiore per una maggiore corrispondenza coi fenomeni fisici, onde oggi può dirsi che essa abbia acquistato prevalente importanza. Ciò non ostante, noi daremo un breve cenno di ambedue; sia perchè secondo studi modernissimi (n. 103) le due teorie possono associarsi; sia perchè, in alcuni casi molto importanti, le equazioni della seconda teoria si riducono a quelle della prima.

42. Equilibrio convettivo. Equazione canonica di Emden.

Immaginiamo di avere un globo gassoso sferico, e composto di strati sferici omogenei, in cui il calore si propaghi principalmente per convezione; e cioè per movimento di masse gassose riscaldate, dall'interno verso la superficie. Se supponiamo che queste masse trasportino con loro la quantità di calore di cui sono fornite, esse saranno evidentemente sottoposte ad una *trasformazione adiabatica* (n. 12).

Ora, se trascuriamo per il momento la pressione dell'energia raggiante, la forza $\hat{F}$ si riduce soltanto alla gravità g , mentre dall'altra parte, essendo p funzione della sola x , il suo gradiente è diretto lungo il raggio ed eguale alla derivata dp/dx .

In conseguenza, osservando che il volume v occupato da un grammo di materia è ovviamente eguale all'inverso della densità ρ , la (37), la (131) e la (50) divengono

$$(134) \quad \begin{aligned} p &= \frac{R}{q} T \\ \frac{dp}{dx} &= q g \\ p &= C \rho^\gamma \end{aligned}$$

dove C è una costante e g è data dalla (132). Abbiamo così tre equazioni che, risolte, ci fanno conoscere p , q , T , in funzione di x .

Per risolvere il sistema, cerchiamo di dedurre una equazione in cui comparisca una sola delle incognite; ed a tale scopo, deriviamo la (132) rispetto ad x . Avremo:

$$(135) \quad \frac{dg}{dx} = + \frac{2f}{x^3} - \frac{f}{x^2} \frac{dm}{dx} = - \frac{2g}{x} - \frac{f}{x^2} \frac{dm}{dx}$$

Ma dalla (133) si ha

$$(136) \quad \frac{dm}{dx} = 4\pi \rho x^2$$

onde la (135) diviene subito:

$$(137) \quad \frac{dg}{dx} + \frac{2g}{x} + 4\pi f \rho = 0$$

Osserviamo, di passaggio, che questa equazione poteva anche dedursi direttamente dalla ben nota equazione di Poisson che lega il potenziale newtoniano V con la densità ρ , e cioè:

$$(138) \quad \Delta^2 V + 4\pi f \rho = 0$$

Infatti, essendo ora V funzione soltanto della x , l'equazione di Poisson diviene nel nostro caso

$$(139) \quad \frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dV}{dx} + 4\pi f \rho = 0$$

la quale, essendo la derivata dV/dx eguale alla gravità g , si riduce alla (137).

Ciò posto, per ottenere dalla (137) un'equazione in cui compaia soltanto la densità ρ , cerchiamo di esprimere g in funzione di ρ ; ed a tal fine risolviamo la seconda delle (134) rispetto a g , ottenendo:

$$(140) \quad g = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}$$

D'altra parte, deriviamo l'ultima delle (134) rispetto ad x ; avremo:

$$(141) \quad \frac{dp}{dx} = C \gamma \rho^{\gamma-1} \frac{d\rho}{dx}$$

e quindi sostituendo questo valore nella (140), otterremo:

$$(142) \quad g = C \gamma \rho^{\gamma-1} \frac{d\rho}{dx}$$

che ci dà appunto g in funzione della sola ρ .

Per semplificare i calcoli, poniamo ora:

$$(143) \quad \gamma = 1 + \frac{1}{n}$$

$$(144) \quad \rho = y^n$$

dove, essendo il gas monoatomico si ha $\gamma = 5/3$ e quindi $n = 3/2$.

Con queste posizioni, la (142) si riduce alla forma semplicissima

$$(145) \quad g = C (1 + n) \frac{dy}{dx}$$

e quindi la (137) diviene

$$(146) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + a^2 y^n = 0$$

dove abbiamo posto, per brevità

$$(147) \quad a^2 = \frac{4\pi f}{C(1+n)}$$

La (146) costituisce appunto l'equazione canonica di Emden dell'equilibrio stellare. Integrandola, si ottiene y e quindi ρ in funzione della x ; conosciuta ρ e supposta nota la costante C , l'ultima delle (134) dà p e quindi la prima delle (134) dà T , onde il problema è completamente risoluto.

Osserviamo però che, essendo la (146) di secondo ordine, per determinarne un integrale, occorre conoscere il valore della y e della sua derivata prima dy/dx per $x = 0$. Ma, poichè la gravità si annulla nel centro dell'astro, il valore della derivata dy/dx per $x = 0$ è eguale a zero, onde ci basterà conoscere soltanto il valore che la y assume per $x = 0$. In altre parole, l'integrazione dell'equazione di Emden introdurrà una sola costante arbitraria oltre all'incognita a ; onde basterà avere due dati (p. es. la massa dell'astro ed il suo raggio) affinchè tutto sia determinato. Vedremo anzi (n. 46) che nella teoria

dell'equilibrio radiativo, le costanti che compaiono nelle equazioni dipendono dalla *composizione chimica* dell'astro; onde, se essa è nota (n. 100), il problema risulta interamente determinato conoscendo la massa totale μ dell'astro.

Terminando, esaminiamo se è possibile che la temperatura sia la medesima in tutti i punti dell'astro, e cioè che si abbia equilibrio isotermico.

In tal caso, per la legge di Mariotte, la pressione sarà proporzionale alla densità, onde l'ultima delle (134) diviene semplicemente

$$(148) \quad p = C \varrho$$

e quindi si ha $\gamma = 1$ ed $n = \infty$.

Derivando rispetto ad x e sostituendo il valore della derivata dp/dx nella seconda delle (134), avremo allora

$$(149) \quad \frac{1}{\varrho} \frac{d\varrho}{dx} = \frac{g}{C}$$

Integrando dal centro ($x=0$) ad x e chiamando con ϱ_0 la densità al centro dell'astro, avremo quindi:

$$(150) \quad \text{Log} \frac{\varrho}{\varrho_0} = \frac{1}{C} \int_0^x g \, dx$$

Ora l'integrale è certamente negativo e finito qualunque sia x ; dunque la densità ϱ dell'astro non potrà mai annullarsi a qualsiasi distanza dal centro. In altre parole, l'astro avrebbe un raggio infinitamente grande e cioè *una massa gassosa in equilibrio isotermico empirebbe tutto lo spazio*. Notiamo che si può dimostrare ⁽¹⁾ che tale proprietà vale anche per l'equilibrio adiabatico, quando si ha $n > 5$, e cioè $\gamma < 6/5$.

43. Studio dell'equazione di Emden. Stella tipica. — Supponiamo risolta l'equazione di Emden e quindi trovata y in funzione della x . Per la (144), la (145) e le (134) abbiamo allora im-

⁽¹⁾ Infatti, per $n > 5$ l'autopotenziale W diventerebbe negativo (cfr. nota a pie' di pagina al n. 38 e G. SANSONE, *op. cit.*, Vol. II).

mediatamente:

$$(151) \quad \varrho = y^n; \quad p = C y^{1+n}; \quad T = \frac{C q}{R} y; \quad g = G (1+n) \frac{dy}{dx}$$

D'altra parte, tenendo presente la (132) e sostituendo al posto di g il suo valore, troviamo subito per la massa $m(x)$ contenuta dentro una sfera avente per centro il centro O dell'astro e per raggio x :

$$(152) \quad m(x) = - \frac{C (1+n)}{f} x^2 \frac{dy}{dx} = - \frac{4\pi}{a^2} x^3 \frac{dy}{dx}$$

Il problema è in tal modo completamente risoluto.

Disgraziatamente l'equazione di Emden può ridursi alle quadrature soltanto per $n=0$, per $n=1$ e per $n=5$, e cioè per casi che non interessano l'astrofisica; occorre quindi risolverla numericamente, costruendo opportune tabelle che ci diano i valori della y al variare della x . Ora tali valori dipendono ovviamente dal valore $y_0 = l$ che la y assume per $x=0$, nonché dal valore della costante a .

Per semplificare la costruzione delle tabelle numeriche, Emden applica quindi una trasformazione, con la quale riconduce in modo assai semplice il problema al caso particolare in cui si abbia $l = a = 1$; e cioè al caso in cui la densità centrale sia *eguale all'unità* ed in cui la costante adiabatica C sia eguale a $4\pi/(1+n)$. Chiameremo una stella ideale, per cui siano verificate tali proprietà, col nome di *stella tipica di Emden*.

Per eseguire questa trasformazione, poniamo

$$(153) \quad x = h X$$

$$(154) \quad y = l Y$$

dove l è certamente *positiva* ed h è una seconda costante *positiva*, che ci riserviamo di determinare. Derivando, avremo immediatamente

$$(155) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{l}{h} \frac{dY}{dX}$$

$$(156) \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{l}{h^2} \frac{d^2Y}{dX^2}$$

e la (146) diverrà

$$(157) \quad \frac{d^2Y}{dX^2} + \frac{2}{X} \frac{dY}{dX} + a^2 h^2 l^{n-1} Y^n = 0$$

la quale, se scegliamo la costante arbitraria h in modo da aversi

$$(158) \quad h^2 = \frac{1}{\alpha^2 l^{n-1}}$$

si ridurrà alla forma ⁽¹⁾

$$(159) \quad \frac{d^2 Y}{dX^2} + \frac{2}{X} \frac{dY}{dX} + Y^n = 0$$

Inoltre, poichè si ha $y_0 = l$ e $(dy/dx)_0 = 0$, l'integrale della (159) sarà determinato dalle due condizioni iniziali

$$(160) \quad Y(0) = 1$$

$$(161) \quad \left(\frac{dY}{dX} \right)_0 = 0$$

Emden ha integrato numericamente la (159) per diversi valori di n , partendo dal valore iniziale $Y = 1$ per $X = 0$ e quindi facendo crescere la X , da $X = 0$ in poi. Poichè la derivata dY/dX è sempre negativa (essendo dy/dx negativa, perchè la gravità g è diretta verso il centro dell'astro), si vede che Y diminuisce al crescere della X ; ed Emden ha trovato che — se si ha $n < 5$ — Y si annulla quando la X diviene eguale ad un certo valore r' . Ne segue che per $X = r'$ anche la densità $\varrho' = Y^n$ si annullerà, vale a dire r' rappresenterà il raggio della stella tipica.

Poichè per la stella tipica si ha $\alpha = 1$ e quindi $C = 4\pi f/(1+n)$, le (151) e la (152) ci permetteranno di calcolarne la pressione p' , la densità ϱ' e la temperatura assoluta T' in ogni punto della stella tipica, come pure la sua massa totale M' e quindi (conoscendo il raggio) anche la densità media $\bar{\varrho}'$. Riportiamo i risultati di Emden, espressi sempre in unità C.G.S. (massa in grammi e raggio in centimetri) limitandoci, per brevità ai due casi di $n = 3/2$ e di $n = 3$, che sono i due casi più importanti per l'astrofisica, giacchè corrispondono a $\gamma = 5/3$ ed a $\gamma = 4/3$; e cioè all'equilibrio adiabatico e, come vedremo, all'equilibrio radiativo nella soluzione semplificata di Eddington (n. 46). Ovviamente, conoscendo la pressione e la densità del gas in un punto interno qualsiasi dell'astro, per averne

⁽¹⁾ Per maggiori notizie sopra ricerche analitiche riguardanti l'equazione di Emden, cfr. G. SANSONE, *Equazioni differenziali nel campo reale*, Vol. II (Bologna, 1921).

la temperatura dalla prima delle (134) occorre conoscere anche il peso molecolare q . Ma, come abbiamo visto (n. 40), possiamo sempre supporre che q sia poco diverso da 0,75, essendo i gas stellari altamente ionizzati, e l'idrogeno abbondantissimo.

Ciò posto, dall'integrazione numerica della (159), Emden ha ottenuto il seguente specchietto, dove p'_0 e T'_0 indicano la pressione (in dine per cm²) e la temperatura assoluta al centro della stella tipica

n	r'	M'	$\bar{\varrho}'$	p'_0	T'_0
1,5	3,57	34,3	0,181	$3,35 \cdot 10^{-7}$	$0,81 \cdot 10^{-14}$
3,0	6,90	25,2	0,018	$2,09 \cdot 10^{-7}$	$0,51 \cdot 10^{-14}$

Come vediamo, la stella tipica di Emden è un *astro minuscolo* (potrebbe veramente dirsi un astro tascabile), di pochi grammi di massa, in cui il gas ha temperatura assai prossima allo zero assoluto.

Aggiungiamo, per il caso particolare di $n = 3$, la seguente tabella ottenuta da Emden, che ci permette di calcolare la densità, la pressione ecc. in un punto interno qualsiasi della stella tipica, servendosi delle (151) in cui si ha $C = f\pi$ ed $\alpha = 1$.

X	Y	Y^3	Y^4	$-\frac{dY}{dX}$	$-X^2 \frac{dY}{dX}$
0,000	1,000	1,000	1,000	0,000	0,000
0,500	0,960	0,884	0,849	0,155	0,039
1,000	0,855	0,625	0,535	0,252	0,252
2,000	0,523	0,198	0,115	0,261	1,045
3,000	0,359	0,046	0,017	0,184	1,655
4,000	0,209	0,009	0,002	0,120	1,920
5,000	0,111	0,001	0,000	0,080	2,001
6,901	0,000	0,000	0,000	0,042	2,015

44. Soluzione del problema dell'equilibrio stellare adiabatico, conoscendo la massa totale ed il raggio dell'astro. Dobbiamo ora passare dalla minuscola stella tipica di Emden ad una stella reale qualsiasi, p. es. al Sole; ed a tale scopo basta determinare le due costanti h ed l . Ora queste due costanti sono facilmente determinabili quando si conosce p. es. la massa M ed il raggio r della stella reale, od anche la massa M e la sua densità media $\bar{\varrho}$, espresse sempre nel sistema C.G.S.

Infatti, secondo la (153), per passare dall'astro tipico all'astro reale occorre moltiplicare le lunghezze per h . Avremo quindi $r = h r'$ e cioè

$$(162) \quad h = \frac{r}{r'}$$

dove si ha, come abbiamo visto dallo specchio ora riportato, $r' = 3,57$ per $n = 3/2$ ed $r' = 6,90$ per $n = 3$. Così p. es. essendo il raggio solare r eguale a $697\,000$ km e cioè eguale a $6,97 \cdot 10^{10}$ cm si ha, per il Sole, $h = 1,95 \cdot 10^{10}$ nel caso dell'equilibrio adiabatico ($n = 3/2$) ed $h = 1,01 \cdot 10^{10}$ nel caso dell'equilibrio radiativo ($n = 3$).

D'altra parte, poichè la densità dell'astro reale è data da y^n e cioè, per la (154), da $l^n Y^n$ dove Y^n indica la densità della stella tipica, vediamo immediatamente che il rapporto tra le densità medie dei due astri sarà precisamente eguale a l^n . Avremo cioè:

$$(163) \quad l^n = \frac{\bar{\varrho}}{\varrho'}$$

dove, secondo lo specchio già dato, si ha $\bar{\varrho}' = 0,181$ nel caso dell'equilibrio adiabatico e $\bar{\varrho}' = 0,018$ nel caso dell'equilibrio radiativo.

Così p. es. per il Sole, avendosi $\bar{\varrho} = 1,41$, si ottiene subito nel caso dell'equilibrio adiabatico $l^{3/2} = 7,79$ e quindi $l = 3,93$; mentre, nel caso dell'equilibrio radiativo si ha $l^3 = 78$ e cioè $l = 4,27$.

Notiamo che, essendo la densità centrale della stella tipica (n. 43) sempre eguale all'unità, l^n rappresenta la densità al centro della stella reale. Vediamo così che nel caso dell'equilibrio adiabatico la densità al centro del Sole sarebbe eguale a 7,79, mentre nel caso dell'equilibrio radiativo sarebbe dieci volte maggiore.

Determinate le costanti h ed l è facile avere immediatamente la pressione, densità, temperatura, ecc. in ogni punto interno della stella reale, servendosi delle tabelle numeriche calcolate da Emden per la stella tipica.

Infatti, dalla (158) abbiamo

$$(164) \quad a^2 = \frac{1}{h^2 l^{n-1}}$$

e quindi la (147) ci dà

$$(165) \quad C = \frac{4 \pi f h^2 l^{n-1}}{1+n}$$

Servendosi di questi valori di a e di C e sostituendo, al posto di x e di y , i loro valori hX ed hY , le (151) e (152) ci danno per la stella reale

$$(166) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varrho = l^n Y^n \quad ; \quad p = \frac{4 \pi f}{1+n} h^2 l^{2n} Y^{n+1} \\ T = \frac{4 \pi f q}{R(1+n)} h^2 l^n Y \quad ; \quad m(x) = -4 \pi h^3 l^n X^2 \frac{dY}{dX} \\ g = 4 \pi f h l^n \frac{dY}{dX} \end{array} \right.$$

dove i valori numerici di Y , Y^n , Y^{n+1} e della derivata dY/dX per ogni valore numerico della X si traggono dalle tabelle di Emden. Volendo la pressione, densità, temperatura ecc. di una stella reale, in un punto distante x dal centro, si prende $X = x/h$ e si applicano le (166). Ponendo $q = 0,75$ si trova così che, al centro del Sole, si ha in cifra tonda una temperatura di *dieci milioni di gradi* nell'equilibrio adiabatico e di *quindici milioni di gradi* in quello radiativo, mentre la pressione è rispettivamente di $8 \cdot 10^{15}$ ed $1,2 \cdot 10^{17}$ dine/cm² pari ad *otto miliardi e centoventi miliardi di atmosfere*. Nei due casi, la densità centrale è eguale ad *otto volte* o ad *ottanta volte* quella dell'acqua.

In particolare, essendo per la stella tipica $h = l = 1$, la massa totale M di una stella reale è legata a quella M' della stella tipica dalla relazione:

$$(167) \quad M = h^3 l^3 M'$$

la quale, nel caso dell'equilibrio radiativo ($n = 3$) diviene, per lo specchio ora dato,

$$(168) \quad M = 25,2 h^3 l^3$$

dove le masse sono sempre espresse in grammi. Così, nel caso del Sole, essendo $h = 1,01 \cdot 10^{10}$ ed $l = 4,27$, si trova subito $M = 1,98 \cdot 10^{33}$ grammi, come già sapevamo dai Fondamenti di Astronomia. Notiamo che, nel caso dell'equilibrio radiativo nella solu-

minare le cinque incognite p , q , T , m , E , in funzione della variabile indipendente x , quando si conoscano g ed i due coefficienti ω ed ε in funzione della x .

Osserviamo che nel sistema (173) vi sono quattro equazioni differenziali di primo ordine, le quali integrate introducono quattro costanti arbitrarie. D'altra parte, $m(x)$ ed $E(x)$ si riducono ovviamente a zero per $x=0$, e cioè abbiamo le due condizioni $m(0) = E(0) = 0$.

Ciò posto, supponiamo conosciuta la massa totale μ dell'astro. Allora p e q dovranno annullarsi in superficie e cioè per $m = \mu$, onde abbiamo altre due condizioni. In totale, avremo quattro condizioni che determinano le quattro costanti arbitrarie.

Ne segue che, nella teoria dell'equilibrio radiativo, le proprietà di un astro (distribuzione delle pressioni, temperatura e densità; raggio, luminosità, ecc.) supposto sferico, sono completamente determinate dalla sua massa totale; oltre che ovviamente dalla sua composizione chimica, da cui dipendono g , ω , ε . Vedremo, più tardi, l'importanza di questa osservazione; ma fin d'ora possiamo notare che, nell'evoluzione stellare — avvenendo la trasformazione dell'idrogeno in elio — la massa stellare varia debolmente, mentre varia grandemente la composizione chimica ⁽¹⁾.

46. Soluzione approssimata di Eddington. Applicazione al Sole. — In generale, non è possibile integrare rigorosamente le (173), onde occorre valerci di soluzioni approssimate. Per brevità noi ci limiteremo a quella data da Eddington, che è molto semplice ed elegante, riconducendo il problema all'equilibrio adiabatico.

Eddington sostituisce al posto di ω e di ε i loro valori medi, onde ω ed ε possono considerarsi come due costanti per ciascun astro. Allora, essendo ε costante, la quantità E di energia generata al secondo dalla massa m sarà

$$(174) \quad E = \varepsilon m$$

e quindi abbiamo subito dalla (172):

$$(175) \quad g = -\frac{f m}{x^2} = -\frac{f E}{\varepsilon x^2} = -\frac{4 \pi f}{\varepsilon} \Phi$$

⁽¹⁾ « Wir müssen also annehmen dass die Ursache der Entwicklung eines Sternes in einer Aenderung seiner chemischen Zusammensetzung zu suchen ist » (H. Voigt, Die chemische Zusammensetzung und die Entwicklung der Sterne; in « Mitt. Sternwart Heidelberg », n. 45 (1944).

vale a dire, in ogni punto dell'astro la gravità è proporzionale al flusso di energia.

Tenendo presente la (172) e la (175), l'ultima delle (173) diviene allora

$$(176) \quad \frac{d p_s}{d x} = -\frac{\omega q \varepsilon m}{4 \pi c x^2} = -\frac{\omega \varepsilon q \varepsilon}{4 \pi f c}$$

onde, dividendo per la seconda delle (173), si ottiene subito

$$(177) \quad \frac{d p_s}{d p} = \frac{\omega \varepsilon}{4 \pi f c} = \text{costante}$$

Integrando questa equazione, chiamando la costante con $1 - \beta$ e ricordando che p e p_s si annullano ambedue in superficie, otteniamo

$$(178) \quad p_s = (1 - \beta) p$$

la quale ci dice che il rapporto tra la pressione dell'energia p_s e la pressione totale p (e quindi anche il rapporto tra la pressione dell'energia e quella del gas) è costante in tutti i punti dell'astro.

Poichè la pressione totale p è la somma di p_s e della pressione del gas p_g , data da $R q T/q$, segue subito che questa ultima è eguale a βp e cioè si ha

$$(179) \quad p_g = \frac{R}{q} T = \beta p$$

da cui, dividendo membro a membro con la (178), otteniamo essendo $p_s = a T^4/3$:

$$(180) \quad \frac{1 - \beta}{\beta} = \frac{p_s q}{R q T} = \frac{a q T^3}{3 R q}$$

Ma il primo membro è costante, come pure sono costanti a , q , R ; dunque anche il rapporto $T^3 : q$ è costante; vale a dire, nell'interno dell'astro, la densità si mantiene proporzionale al cubo della temperatura assoluta. E precisamente si ha dalla (180):

$$(181) \quad q = \frac{a q \beta}{3 R (1 - \beta)} T^3$$

donde otteniamo

$$(182) \quad T^4 = \left[\frac{3 R (1 - \beta)}{a q \beta} \right]^{4/3} e^{4/3}$$

D'altra parte, dalla (178) si ha

$$(183) \quad \dot{p} = \frac{\dot{p}_*}{1 - \beta} = \frac{a T^4}{3 (1 - \beta)}$$

Sostituendo, in questa equazione, al posto di T^4 il suo valore ricavato dalla (182); avremo immediatamente

$$(184) \quad \dot{p} = C e^{4/3}$$

dove C è una costante, data da

$$(185) \quad C = \left[\frac{3 R^4 (1 - \beta)}{a \beta^4 q^4} \right]^{1/3}$$

Paragonando la (184) con l'ultima delle (134), vediamo subito che l'equilibrio radiativo di Eddington si riconduce all'equilibrio adiabatico nel caso di $\gamma = 4/3$. E cioè, eliminando la pressione p tra la (184) e la seconda delle (173), si trova l'equazione di Emden con $n = 3$. Inoltre, come abbiamo già osservato, (n. 44) la costante C risulta proporzionale alla potenza $2/3$ della massa totale dell'astro.

Abbiamo visto (n. 44) che, per il Sole, si trova al centro una pressione di $1,2 \cdot 10^{17}$ dine per cm^2 pari a centoventi miliardi di atmosfere ed una temperatura di quindici milioni di gradi. In conseguenza, per la (74), la pressione p_* dell'energia data da $a T^4/3$, risulta di $2 \cdot 10^{14}$ dine/ cm^2 e cioè rappresenta meno della centesima parte della pressione totale, onde (n. 101) il rapporto β risulta eguale a 0,999.

Per le stelle giganti i risultati sono minori; così p. es. al centro di Capella, che è una delle giganti più note, si ha una pressione di sessanta miliardi di atmosfere ed una temperatura di sei milioni di gradi, onde possono ivi verificarsi le reazioni nucleari più semplici (n. 39), come quelle del deuterio, del boro, del litio, ecc.

47. Origine delle macchie solari. Ipotesi di Bjerknès. Abbiamo detto (nn. 24 e 32) che le macchie solari sono costituite da giganteschi vortici, simili in un certo senso ai cicloni dell'atmosfera terrestre. Ma non possediamo ancora una teoria sicura che spieghi

completamente tutti i fenomeni osservati; p. es. il ciclo undecennale di frequenza, lo spostamento delle macchie da alta a bassa latitudine durante il ciclo, le polarità opposte delle macchie di « testa » e di « coda », ecc. In proposito, tra le molte ipotesi avanzate, ci limiteremo a ricordare quella di Bjerknès, che è una delle migliori.

Bjerknès ammette che su ciascun emisfero solare la materia fotosferica si muova, dirigendosi lentamente dai poli verso l'equatore solare e si raffreddi in tale movimento. Giunta nelle vicinanze dell'equatore solare, la materia così raffreddata, a causa del maggior peso specifico, s'immerge alla profondità di qualche migliaio di chilometri sotto la fotosfera e quindi riprende il suo cammino in senso contrario, tornando a dirigersi verso il polo. Il tempo impiegato a percorrere tutto il ciclo, e cioè il tempo richiesto affinché la materia partita dalle vicinanze di un polo solare ritorni presso il punto di partenza, sarebbe di circa ventitre anni. Ed, eseguendo un facile calcolo, si trova che ciò corrisponde ad una velocità media di circa centomila chilometri all'anno, pari a circa tre metri al minuto secondo.

Tenendo conto del teorema della conservazione del momento delle quantità di moto, Bjerknès cerca in tal modo di spiegare la variazione della velocità angolare della rotazione del Sole in funzione della latitudine (n. 36), ma fa ancora un'osservazione importante.

Infatti, a causa della viscosità dei gas solari, sulla superficie di contatto della corrente con la regione su cui essa scorre, si formano dei vortici; precisamente come l'esperienza dimostra nel moto dei fluidi. Ora Bjerknès suppone in conseguenza che un tubo vorticale, a forma di toro, disposto presso a poco secondo un parallelo di latitudine, venga trascinato dalla corrente superficiale dalle regioni polari verso quelle equatoriali, mentre un secondo tubo vorticale interamente analogo al primo sarebbe trascinato dalla corrente profonda, dalle regioni equatoriali verso quelle polari.

Ciò posto, immaginiamo che il tubo vorticale superficiale — che generalmente si trova a pochi chilometri sotto la fotosfera, venga ad incontrare la fotosfera stessa. Il tubo verrà allora tagliato dalla fotosfera in due sezioni vicine s ed s' e noi vedremo apparire due macchie, le quali — come appunto generalmente avviene — saranno presso a poco disposte lungo lo stesso parallelo di latitudine. Inoltre — in buon accordo con le osservazioni — le due macchie avranno polarità magnetica opposta; perchè, rispetto all'osservatore esterno,

le due sezioni del tubo vorticale sembrano ruotare in senso contrario. In fine, poichè questo tubo vorticale generatore, viene lentamente trascinato dalla regione polare verso quella equatoriale, le prime macchie di un ciclo compariranno ad elevate latitudini e quindi si accosteranno man mano all'equatore, precisamente (n. 23) come mostrano le osservazioni.

Dopo trascorso un periodo di circa undici anni la corrente superficiale, partita dalle regioni circumpolari, perviene alle regioni equatoriali e s'immerge profondamente sotto la fotosfera, portando con sè il tubo vorticale. Ma contemporaneamente emerge dalle regioni polari l'antica corrente profonda, che è tornata lentamente dall'equatore verso i poli e che diviene ora corrente superficiale, dando così inizio ad un nuovo ciclo undecennale di frequenza interamente simile a quello trascorso. Soltanto poichè il nuovo tubo vorticale generatore ha ora rotazione contraria a quella dell'antico vorticale delle macchie risultano invertite rispetto al ciclo precedente; anche qui in perfetto accordo con le osservazioni (n. 32).

Bruhat (*Le Soleil*, pag. 167) osserva che l'ipotesi di Bjerkesnes contiene molta fantasia e che « elle sera sans doute abandonnée à son tour ». La cosa è possibile, giacchè la storia della scienza abbonda pur troppo d'ipotesi che, dopo momentanei successi, sono state poi completamente abbandonate. Dobbiamo però aggiungere obbiettivamente che, fin ad ora, non si conosce nessuna teoria che spieghi l'origine delle macchie solari così dettagliatamente quanto l'ipotesi di Bjerkesnes.

✕ 48. **Teoria della cromosfera.** — Come abbiamo già visto, la teoria adiabatica o quella radiativa, ci permettono di giungere a conclusioni abbastanza attendibili sull'equilibrio interno del globo solare. Ben poco invece possiamo dire sopra l'equilibrio della cromosfera, su cui dovremo limitarci soltanto ad esporre le basi della teoria moderna.

Come è noto, i gas della cromosfera si trovano in uno stato di rarefazione così avanzata, che gli urti reciproci tra atomi sono relativamente assai rari. I moderni ammettono quindi che gli atomi della cromosfera siano sostenuti a quell'altezza, prevalentemente dalla pressione dell'energia irradiata dalla sottostante fotosfera; ben inteso, prendendo in considerazione soltanto l'energia di quelle particolari lunghezze d'onda che l'atomo è capace di assorbire (n. 16).

Per semplificare l'esposizione, supponiamo p. es. che un atomo

sia capace di assorbire soltanto radiazioni di una determinata lunghezza d'onda λ ed immaginiamo che, in un dato istante, venga ad incontrare un fotone, emesso dalla fotosfera e diretto quindi dal basso verso l'alto, il quale porti appunto energia di quella determinata lunghezza d'onda. Ricordiamo, in proposito che l'energia di un fotone, o quanto di luce, è eguale alla costante di Planck h moltiplicata per la frequenza ν e cioè è data da $h\nu = hc/\lambda$, essendo c la velocità della luce.

L'atomo assorbirà allora il fotone e riceverà quindi una spinta, diretta dal basso verso l'alto e misurata dalla quantità di moto del fotone, la quale — come insegna la Meccanica per i punti in movimento — risulta eguale al doppio dell'energia cinetica divisa per la velocità, e cioè è eguale a $2h/\lambda$.

Contemporaneamente l'atomo si ecciterà e quindi, dopo un tempo brevissimo, tornerà allo stato primitivo espellendo il fotone e cioè emettendo energia di lunghezza d'onda λ . Ed ovviamente, a causa dell'espulsione del fotone, l'atomo stesso subirà una nuova spinta; però questa ultima può essere diretta indifferentemente in tutte le direzioni, onde in media il suo effetto risulta nullo.

Ne segue che, se chiamiamo con τ l'intervallo di tempo tra due incontri successivi dell'atomo con due fotoni di lunghezza d'onda λ , l'atomo riceverà in media, nell'unità di tempo, una quantità di moto diretta dal basso verso l'alto ed eguale a $2h/\lambda\tau$. Ma, se μ indica la massa dell'atomo e g la gravità sul Sole, l'atomo stesso riceve ogni unità di tempo un impulso diretto in senso contrario, e cioè dall'alto verso il basso, ed eguale a μg . Per l'equilibrio, dovremo dunque avere

(186)

$$2h = \mu g \lambda \tau$$

Così p. es. se si tratta d'idrogeno, adoperando le unità del sistema C.G.S., abbiamo $\mu = 1,66 \cdot 10^{-24}$; $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$; mentre la gravità g sul Sole è eguale a circa 273 m/sec onde risulta $g = 27300$. Supponendo p. es. che il fotone abbia lunghezza d'onda corrispondente alla prima riga spettrale dell'idrogeno e cioè alla (C) di Fraunhofer, si ha poi $\lambda = 6253$ Angstrom e cioè $\lambda = 6,253 \cdot 10^{-8}$ cm onde la (186) ci dà $\tau = 0,004$. Vale a dire, immaginando che l'idrogeno della cromosfera sia sostenuto soltanto dai fotoni corrispondenti alla (C), occorre per l'equilibrio che ogni atomo incontri un fotone in media ogni quattro millesimi di secondo; od, in altre parole, incontri circa duecentocinquanta fotoni al secondo.

Con simili procedimenti, tenendo conto dell'intensità della radiazione solare nelle varie lunghezze d'onda in cui si trovano le righe di assorbimento dei gas esaminati, si riesce approssimativamente a dar ragione della composizione chimica *qualitativa e quantitativa* della cromosfera ed, in modo speciale, della relativa abbondanza dell'idrogeno e del calcio. Ma noi, per brevità, ci limiteremo ad un calcolo grossolano per il solo idrogeno.

A tal fine, ricordiamo anzitutto che l'energia totale irradiata dal Sole al minuto secondo è di circa $3,8 \cdot 10^{33}$ erg; ma di questa solo una piccola parte (in cifra tonda, circa un millesimo e cioè circa $3,8 \cdot 10^{30}$ erg) rientrano nel campo della riga (C). D'altra parte, per $\lambda = 6\,253$ Angstrom $= 6,253 \cdot 10^{-8}$ cm si ha una frequenza $\nu = c/\lambda = 4,8 \cdot 10^{14}$ e quindi i fotoni portatori di tale frequenza hanno un'energia $E = h\nu = 3,1 \cdot 10^{-12}$ erg. In conseguenza, poichè l'energia totale irradiata dal Sole al minuto secondo nel campo della (C) può valutarsi di $3,8 \cdot 10^{30}$ erg, il Sole lancerà al minuto secondo circa $12 \cdot 10^{42}$ fotoni, portatori di questa frequenza. E poichè ne occorrono 250 per mantenere in equilibrio un atomo d'idrogeno, la cromosfera conterrà circa $4,8 \cdot 10^{39}$ atomi idrogenici.

Ora, essendo il raggio del Sole di circa 700 000 km, la superficie della cromosfera può valutarsi di circa $6 \cdot 10^{12}$ chilometri quadrati, mentre, essendo (n. 33) il suo spessore di circa 7 000 km, il volume totale risulta di circa $4 \cdot 10^{16}$ chilometri cubici, pari a $4 \cdot 10^{31}$ centimetri cubici. Ne segue che la cromosfera conterrà circa $1,2 \cdot 10^8$ atomi d'idrogeno per centimetro cubico; numero circa *duecento miliardi di volte inferiore al numero di Loschmidt*, e cioè al numero delle molecole contenute in un centimetro cubo di un gas qualsiasi alla pressione atmosferica ed alla temperatura di zero centigradi, che è come sappiamo $2,67 \cdot 10^{19}$.

Per esattezza, occorrerebbe tener conto del fatto che altri atomi idrogenici possono essere sostenuti da fotoni corrispondenti ad altre righe di assorbimento dell'idrogeno; p. es. (n. 10) alla (F), alla (G') ecc. Ma, in ogni modo, si giunge sempre alla conclusione che *la cromosfera è estremamente rarefatta*; forse, in media, miliardi di volte meno densa della nostra atmosfera al livello del mare.

Ovviamente se, per cause accidentali, aumenta temporaneamente il numero dei fotoni emessi da una regione qualsiasi della superficie solare, la cromosfera soprastante viene ivi *sollevata* e ne nasce una *protuberanza*. Ma lo studio del movimento della protuberanza è difficile giacchè, trattandosi di particelle

elettrizzate, occorre tener conto anche dell'influenza del campo magnetico solare.

Per dare un breve cenno di questi calcoli, ricordiamo dalla fisica che una particella materiale avente carica elettrica q , muovendosi, da origine ad una corrente elettrica di trasporto avente intensità proporzionale alla carica ed alla velocità con cui la particella si muove. In conseguenza, se indichiamo con $\hat{V}$ e con $\hat{H}$ i due vettori rappresentanti la velocità della particella ed il campo magnetico solare, per la legge fondamentale dell'elettromagnetismo, la particella sarà sottomessa ad una forza $\hat{F}$ data dal prodotto vettoriale $q \hat{V} \wedge \hat{H}$, e cioè normale tanto a $\hat{V}$ quanto ad $\hat{H}$. Indicando quindi con m la massa della particella, l'equazione del moto in simboli vettoriali, sarà

$$(187) \quad \hat{F} = m \frac{d\hat{V}}{dt} = q \hat{V} \wedge \hat{H}$$

Poichè il vettore $\hat{V}$ è normale al vettore $\hat{F}$, moltiplicando scalarmente ambo i membri della (187) per $\hat{V}$, sarà $\hat{V} \times \hat{F} = 0$, e quindi otteniamo subito

$$(188) \quad \hat{V} \times \frac{d\hat{V}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dV^2}{dt} = 0$$

la quale ci dice che la velocità della particella si conserva di grandezza *v costante*. Cosa, del resto, evidente dalla Meccanica; perchè, essendo $\hat{F}$ normale a $\hat{V}$, il lavoro effettuato da $\hat{F}$ è nullo, onde la forza viva rimane costante.

Un secondo integrale primo è stato ottenuto dal Prof. Agostinelli, in una sua memoria pubblicata ⁽¹⁾ negli Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, sul problema delle aurore polari; problema in cui si tratta appunto di trovare (come diremo) il moto di un corpuscolo elettrizzato in presenza del campo magnetico terrestre. In ogni modo il problema non è riducibile alle quadrature, e soltanto può affrontarsi con integrazioni numeriche che mostrano essere le traiettorie curve sghembe, di forma molto complicata (n. 50).

✕ 49. Teoria della corona solare. — Se poco sappiamo sopra la cromosfera, ben più scarse sono le nostre cognizioni sopra la corona solare.

⁽¹⁾ Cfr. C. AGOSTINELLI: Sul moto di un corpuscolo elettrizzato in presenza di un dipolo magnetico, in «Atti Acc. Sc. di Torino», vol. LXXIII, T. I., 1938.

Anzitutto dobbiamo osservare che la corona non può essere costituita, come credeva Arrhenius, di pulviscolo sorretto dalla pressione dell'energia raggiante. Infatti (n. 14) il calcolo mostra che la temperatura, raggiunta dalle particelle del pulviscolo, sarebbe così elevata da determinare la loro volatilizzazione.

Più attendibile è l'ipotesi di Schwarzschild e Mitchell, che suppone la corona costituita da *gas elettronico*; e cioè composta, in gran parte, da elettroni liberi dovuti all'altissimo grado di ionizzazione raggiunto dai gas che la costituiscono. Tale ipotesi è confermata dalle osservazioni spettroscopiche, che mostrano (n. 37) che il ferro è ivi ionizzato dodici volte ed il nichelio quindici volte. La luce della corona deve quindi considerarsi, in gran parte, come luce solare riflessa dagli elettroni.

Partendo da questo concetto e dalla quantità di luce riflessa dalla corona, quale risulta da osservazioni eseguite durante le eclissi totali di Sole, Baumbach e Gotrian hanno calcolato che, alla base della corona solare, il numero degli elettroni liberi è di circa $3 \cdot 10^8$ per centimetro cubo. Applicando la formola di Saha (n. 2), se ne deduce una temperatura di circa *due milioni di gradi*! E tale risultato è confermato ⁽¹⁾ da osservazioni fotometriche che danno approssi-

⁽¹⁾ Supponendo (ciò che può essere ammesso in prima approssimazione) che la corona solare sia in equilibrio idrostatico, l'equazione (170) ci dà

$$(1) \quad \frac{dp}{dx} = - \frac{f M \rho}{x^2}$$

dove M indica la massa del Sole ed x la distanza del punto coronale considerato dal centro del Sole stesso. Chiamando con n il numero di particelle (nuclei atomici ed elettroni liberi) contenuti per unità di volume nella corona alla distanza x dal centro solare, ed indicando con k la costante di Boltzmann (n. 11) si ha:

$$(2) \quad p = k n T$$

da cui, sostituendo in (1), otteniamo:

$$(3) \quad \frac{d(nT)}{dx} = - \frac{f M \rho}{k x^2}$$

Ma se chiamiamo con μ il peso molecolare del gas e con H la massa dell'atomo d'idrogeno, la massa media di una particella di gas coronale sarà μH e quindi la sua densità ρ sarà $n \mu H$, onde la (3) diviene

$$(4) \quad \frac{d(nT)}{dx} = - \frac{f M n \mu H}{k x^2}$$

che per la (36) può anche scriversi sotto la forma

$$(5) \quad \frac{d(nT)}{dx} = - \frac{f M n \mu}{R x^2}$$

dove R indica la costante dei gas.

(segue)

matamente la densità corona a varie altezze, sebbene dall'indice di colore risulti invece (n. 13) una *temperatura* di circa 5000. Ma occorre osservare che nei gas estremamente rarefatti non valgono più le leggi di Wien e di Stefan ed anche la parola « temperatura » ha un significato puramente « cinetico ». Forse a questa alta temperatura della corona è connessa l'emissione dei *rumori solari* (n. 51) ed il fatto che le righe di Fraunhofer non si veggono alla base della corona, perchè troppo sfumate dall'effetto Doppler.

× 50. **Emissione corpuscolare del Sole.** — Fin dalla metà del secolo scorso, Lamont e Wolf trovarono che l'oscillazione diurna media m dell'ago magnetico, variava in ampiezza da anno in anno con un periodo undecennale e cioè con un periodo eguale alla frequenza delle macchie solari. E precisamente si trovò che, quando le macchie erano al massimo (cfr. fig. 35), anche m era massima e cioè eguale a circa $10'-12'$, mentre, quando le macchie erano al minimo

Integrando ed osservando che n si annulla a distanza infinita, avremo

$$(6) \quad n T = - \frac{f M \mu}{R} \int_{\infty}^x \frac{n dx}{x^2}$$

Ora — supponendo che la luce coronale sia luce solare riflessa — dalle misure della luminosità della corona eseguite durante le eclissi totali, si ricava la formola approssimata, più semplice della ternaria spesso usata

$$(7) \quad n = 3 \cdot 10^8 \cdot \left(\frac{r}{x}\right)^4$$

dove r rappresenta il raggio del Sole.

Sostituendo questo valore nella (6) ed effettuando l'integrazione, si ottiene immediatamente dopo eseguite facili riduzioni:

$$(8) \quad T = \frac{f M \mu}{7 R x}$$

Ma, supponendo che la corona fosse composta interamente d'idrogeno, poichè nella ionizzazione ogni atomo d'idrogeno dà origine a due particelle (protone ed elettrone) si avrebbe $\mu = 0.5$. Per tener conto di altri elementi (elio, metalli, ecc.) poniamo invece col Waldmeier $\mu = 0.7$. D'altra parte, nel sistema C.G.S. si ha: $M = 2 \cdot 10^{33}$; $f = 6,67 \cdot 10^{-8}$ ed $R = 8,26 \cdot 10^7$, onde la (7) diviene

$$(9) \quad T = \frac{1,0 \cdot 10^{17}}{x}$$

e quindi, essendo il raggio medio coronale x poco diverso da 750 000 km e cioè di circa $7,5 \cdot 10^{10}$ centimetri, si ottiene per T un valore di circa due milioni di gradi.

Secondo Waldmeier, questa elevatissima temperatura della corona potrebbe forse spiegare l'emissione solare di onde radio, di lunghezza di m 3,75 e m 1,70, riscontrate per la prima volta nel febbraio 1942 dalle stazioni britanniche di apparecchi « Radar » create durante la seconda guerra mondiale, e la cui esistenza risulta confermata da ulteriori osservazioni. Cfr. H. SIEDENTOFF: *Grundriss der Astrophysik* (Stuttgart, 1950).

anche m era minima ed eguale a circa $5^{\circ}-6^{\circ}$. Risultò quindi dimostrato che il magnetismo terrestre è strettamente collegato con i fenomeni solari.

Ma non basta. Alle volte, la declinazione dell'ago magnetico varia improvvisamente ed irregolarmente per alcune ore, eseguendo oscillazioni anormali che, in alcuni casi, possono raggiungere anche l'ampiezza di un grado e cioè sono assai maggiori delle ordinarie oscillazioni diurne. Si dice allora che ha luogo una *tempesta magnetica*, la quale spesso si accompagna con *aurore polari*, osservabili nei paesi

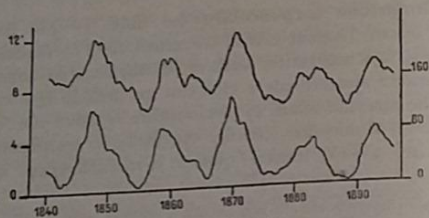


Fig. 35. - (Bruhat).

Oscillazione diurna (in minuti primi) dell'ago magnetico (diagramma superiore) e numeri di Wolf (diagramma inferiore) indicanti la frequenza delle macchie solari.

di alta latitudine ed in casi eccezionali anche di media latitudine; come ad es. avvenne per la grande aurora boreale del 25 gennaio 1938, che fu visibile anche a Roma.

Ora le osservazioni astronomiche (e, tra gli italiani, dobbiamo ricordare L. Respighi ed A. Secchi di Roma e, più tardi, A. Riccò di Catania) hanno dimostrato che, *assai spesso, queste tempeste magnetiche si producono quando si veggono grossi gruppi di macchie in vicinanza del centro del disco solare*. Secondo le osservazioni di Maunders (1903), la tempesta magnetica comincia circa 26 ore dopo il passaggio del gruppo di macchie al meridiano centrale del Sole; secondo saggio del gruppo di macchie al meridiano centrale del Sole; secondo quelle, più recenti, di Riccò, il massimo si avrebbe invece 40 ore e, spesso anche, 50 ore dopo. Poiché la distanza del Sole è di circa 150 000 000 di km se ne deduce che la perturbazione si propaga con una velocità da mille a milleseicento chilometri al minuto secondo; non può trattarsi dunque di radiazioni ultraviolette (che si propagherebbero con la velocità della luce), ma di un'emissione corpuscolare del Sole.

Gli studi moderni di Deslandres e di altri astronomi contempo-

ranei hanno poi precisato che questi corpuscoli elettrizzati, piuttosto che dalle macchie, sono emessi dai *brillamenti* (flares) che attorniano le macchie (n. 35). Anzi, esaminando il Sole con lo spettroeliografo (n. 34) e servendosi della riga (C) dell'idrogeno, Hale a Monte Wilson, Royds a Kodaikanal e d'Azambuja a Meudon hanno dimostrato la strettissima relazione tra le tempeste magnetiche e le eruzioni solari. Molti dettagli debbono però ancora essere messi in luce, specialmente per quanto riguarda la determinazione delle *aree attive*; e cioè delle aree solari da cui vengono emessi in maggior copia i corpuscoli elettrizzati. E per tali ricerche sono utilissime le osservazioni compiute con lo spettroeliografo, prima o durante lo svolgimento di una tempesta magnetica.

Dal lato teorico, notiamo che Milne, con formole analoghe a quelle che abbiamo già dato per l'equilibrio della cromosfera (n. 48), ha studiato la velocità media con cui possono venire proiettati, al di fuori del Sole, gli *atomi di calcio ionizzato* e cioè gli atomi capaci di assorbire fotoni corrispondenti alle righe (H) e (K) che sono le più intense dello spettro solare. Milne ha trovato che tale velocità è di circa 1 600 km/sec, mentre si hanno velocità dello stesso ordine per l'idrogeno e velocità minori per l'elio ed il titanio ionizzato.

Come vediamo, questi risultati sono in buon accordo con le osservazioni, onde dobbiamo riguardare come dimostrata l'emissione solare di particelle elettrizzate positivamente (come sono appunto gli atomi ionizzati) e cioè, in linguaggio fisico, l'*emissione solare di raggi canali*; costituiti forse da atomi di calcio ionizzato.

Per quanto riguarda poi la ragione per cui questi raggi canali vengono a modificare il magnetismo terrestre, sembra che l'ipotesi più probabile sia la seguente.

Come è noto, la parte più elevata dell'atmosfera terrestre (al di sopra dei cento chilometri di altezza) è detta *ionosfera*, perchè altamente ionizzata (o comprendente più strati altamente ionizzati) per opera delle radiazioni ultraviolette del Sole che la ionosfera assorbe. Ed è appunto questo elevato grado di ionizzazione, congiunto alla debolissima pressione (dell'ordine del decimillesimo di millimetro di mercurio), che rende la ionosfera *conduttrice* e le permette quindi, come si sa, di riflettere verso il suolo le onde radio emesse dalle stazioni terrestri. Ne segue che la ionosfera, potendo paragonarsi ad un conduttore posto in presenza del campo magnetico terrestre, sarà percorsa da correnti elettriche; le quali, a loro volta, produrranno un nuovo campo magnetico che si sommerà a quello esistente.

Ora i raggi canali inviati dal Sole (ed analogamente si dica per i raggi catodici, o per una variazione dell'intensità della radiazione ultravioletta emessa dal Sole) modificano lo stato di ionizzazione della ionosfera e quindi la sua conduttività elettrica ed in conseguenza anche l'intensità delle correnti elettriche, che in essa hanno sede. Ne nasce quindi una variazione del campo magnetico terrestre, accompagnata ovviamente da disturbi nella propagazione delle onde radio, che si riflettono appunto nella ionosfera.

Ma, insieme con l'emissione di corpuscoli elettrizzati positivamente (raggi canali), il Sole emette anche elettroni (raggi catodici) i quali, oltre ai disturbi magnetici ora descritti, hanno speciale importanza nella produzione delle aurore polari. E di ciò passiamo ora a parlare.

Fin dalla metà del secolo XVIII, Franklin, in America, aveva riconosciuto che le aurore polari sono essenzialmente dovute a scariche elettriche nelle alte regioni dell'atmosfera. Ma l'astronomo italiano G. B. Donati fu il primo che, in occasione della grande aurora boreale del 4 febbraio 1872, riuscì a stabilire una relazione tra aurore polari ed i fenomeni solari. Più tardi, nel 1896, Birkeland mostrò sperimentalmente che, facendo cadere un fascio di raggi catodici sopra una sfera metallica magnetizzata, il flusso veniva a condensarsi nelle vicinanze dei due poli magnetici della sfera, riproducendo così artificialmente (fig. 36) una piccola aurora polare.

Osserviamo, in proposito, che la (187) mostra che l'effetto di un campo magnetico H sul moto di un corpuscolo elettrizzato è proporzionale al rapporto q/m tra la carica elettrica e la massa del corpuscolo, onde esso è particolarmente sensibile per gli elettroni. E ciò spiega perchè i raggi catodici solari, che vengono a colpire la Terra, si concentrino nettamente in vicinanza dei due poli magnetici terrestri, dove appunto si osservano le aurore polari; mentre non avviene altrettanto per i raggi canali, e le tempeste magnetiche.

Matematicamente il problema venne già studiato da Stormer, il quale determinò la forma delle traiettorie descritte dagli elettroni, servendosi di lunghi calcoli numerici, poichè la (187) non è generalmente riducibile alle quadrature. Ed egli trovò così che queste traiettorie (di cui costruì anche un modello con fili di ferro), entrando nel campo magnetico terrestre s'incurvano e seguono grossolanamente le linee di forza, andando quindi ad incontrare il nostro globo nelle vicinanze dei poli magnetici; ed anzi (fig. 36), nella maggior parte, nelle vicinanze di quel polo magnetico N che è opposto al Sole

e cioè dove regna la notte polare: come appunto indicano le osservazioni. Come dicemmo (n. 48), dal lato matematico, un passo innanzi è stato fatto da Agostinelli, che ha scoperto un nuovo integrale primo della (187), quando il campo H sia dovuto ad un dipolo⁽³⁾. Stormer ha pure trovato che, nel seguire le linee di forza del campo magnetico, gli elettroni descrivono intorno ad esse delle eliche, il cui passo si restringe sempre più man mano che ci avviciniamo

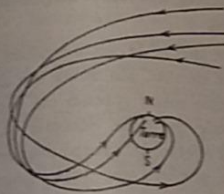


Fig. 36. - Moto di corpuscoli elettrizzati in vicinanza della Terra.

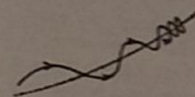


Fig. 37. - Formazione dei raggi aurorali.

alla Terra (fig. 37), mentre il raggio r del cilindro su cui è tracciata l'elica, è dato approssimativamente dall'equazione

$$(189) \quad r = \frac{mv}{qH}$$

dove i simboli hanno il significato già dato. La (189) si dimostra subito, eguagliando la forza agente qvH al prodotto della massa m per l'accelerazione centripeta v^2/r .

Questa curiosa proprietà permette di spiegare facilmente perchè nelle aurore polari il cielo appaia spesso solcato da una magnifica raggiera di strisce luminose (raggi aurorali), che sembrano dirigersi al polo magnetico; ed anzi permette anche di calcolare la velocità degli elettroni emessi dal Sole.

Infatti, se immaginiamo che uno sciame di elettroni si muova in vicinanza di una data linea di forza, le traiettorie dei singoli elettroni si svolgeranno sopra un cilindro di raggio r avente per asse

⁽³⁾ Cfr. C. AGOSTINELLI: *mem. cit. in «Atti Acc. Scienze di Torino», vol. LXXIII, T. I, 1938.*

Ora i raggi canali inviati dal Sole (ed analogamente si dica per i raggi catodici, o per una variazione dell'intensità della radiazione ultravioletta emessa dal Sole) modificano lo stato di ionizzazione della ionosfera e quindi la sua conduttività elettrica ed in conseguenza anche l'intensità delle correnti elettriche, che in essa hanno sede. Ne nasce quindi una variazione del campo magnetico terrestre, accompagnata ovviamente da disturbi nella propagazione delle onde radio, che si riflettono appunto nella ionosfera.

Ma, insieme con l'emissione di corpuscoli elettrizzati positivamente (*raggi canali*), il Sole emette anche elettroni (*raggi catodici*) i quali, oltre ai disturbi magnetici ora descritti, hanno speciale importanza nella produzione delle *aurore polari*. E di ciò passiamo ora a parlare.

Fin dalla metà del secolo XVIII, Franklin, in America, aveva riconosciuto che le aurore polari sono essenzialmente dovute a *scariche elettriche* nelle alte regioni dell'atmosfera. Ma l'astronomo italiano G. B. Donati fu il primo che, in occasione della grande aurora boreale del 4 febbraio 1872, riuscì a stabilire una relazione tra aurore polari ed i fenomeni solari. Più tardi, nel 1896, Birkeland mostrò sperimentalmente che, facendo cadere un fascio di raggi catodici sopra una sfera metallica magnetizzata, il flusso veniva a condensarsi *nelle vicinanze dei due poli magnetici della sfera*, riproducendo così artificialmente (fig. 36) una piccola aurora polare.

Osserviamo, in proposito, che la (187) mostra che l'effetto di un campo magnetico H sul moto di un corpuscolo elettrizzato è proporzionale al rapporto q/m tra la carica elettrica e la massa del corpuscolo, onde esso è particolarmente sensibile per gli elettroni. E ciò spiega perchè i raggi catodici solari, che vengono a colpire la Terra, si concentrino nettamente in vicinanza dei due poli magnetici terrestri, dove appunto si osservano le aurore polari; mentre non avviene altrettanto per i raggi canali, e le tempeste magnetiche.

Matematicamente il problema venne già studiato da Stormer, il quale determinò la forma delle traiettorie descritte dagli elettroni, servendosi di lunghi calcoli numerici, poichè la (187) non è generalmente riducibile alle quadrature. Ed egli trovò così che queste traiettorie (di cui costruì anche un modello con fili di ferro), entrando nel campo magnetico terrestre s'incurvano e seguono grossolanamente le linee di forza, andando quindi ad incontrare il nostro globo nelle vicinanze dei poli magnetici; ed anzi (fig. 36), nella maggior parte, nelle vicinanze di quel polo magnetico N che è opposto al Sole

e cioè dove regna la notte polare: come appunto indicano le osservazioni. Come dicemmo (n. 48), dal lato matematico, un passo innanzi è stato fatto da Agostinelli, che ha scoperto un nuovo integrale primo della (187), quando il campo H sia dovuto ad un dipolo (¹).

Stormer ha pure trovato che, nel seguire le linee di forza del campo magnetico, gli elettroni descrivono intorno ad esse delle eliche, il cui passo si restringe sempre più man mano che ci avviciniamo

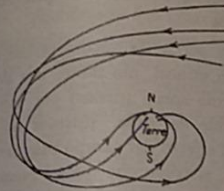


Fig. 36. - Moto di corpuscoli elettrizzati in vicinanza della Terra.

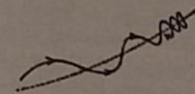


Fig. 37. - Formazione dei raggi aurorali.

alla Terra (fig. 37), mentre il raggio r del cilindro su cui è tracciata l'elica, è dato *approssimativamente* dall'equazione

$$(189) \quad r = \frac{mv}{qH}$$

dove i simboli hanno il significato già dato. La (189) si dimostra subito, eguagliando la forza agente qvH al prodotto della massa m per l'accelerazione centripeta v^2/r .

Questa curiosa proprietà permette di spiegare facilmente perchè nelle aurore polari il cielo appaia spesso solcato da una magnifica raggiera di strisce luminose (raggi aurorali), che sembrano dirigersi al polo magnetico; ed anzi permette anche di calcolare la velocità degli elettroni emessi dal Sole.

Infatti, se immaginiamo che uno sciame di elettroni si muova in vicinanza di una data linea di forza, le traiettorie dei singoli elettroni si svolgeranno sopra un cilindro di raggio r avente per asse

(¹) Cfr. C. AGOSTINELLI: mem. cit. in « Atti Acc. Scienze di Torino », vol. LXXIII, T. I, 1938.

la linea di forza, onde appariranno all'osservatore come un cilindro luminoso diretto verso il polo magnetico. Ora, con osservazioni eseguite simultaneamente da due luoghi differenti, è facile determinare la distanza ed il raggio r del cilindro, e quindi, essendo conosciuta: la massa μ , la carica elettrica $q = e$ dell'elettrone e l'intensità del campo magnetico terrestre, la (189) ci dà immediatamente v . Stormer ha trovato così che la velocità degli elettroni, emessi dal Sole, è dell'ordine di 10 000 km/sec, onde essi impiegherebbero al più venti minuti per giungere dal Sole alla Terra.

Sorge allora la difficoltà di spiegare perchè le aurore polari abbiano generalmente inizio, non già pochi minuti, ma molte ore dopo il passaggio dei grandi gruppi di macchie solari (presso cui sono i centri di emissione) al meridiano centrale del Sole. Stormer ha risposto notando che, se si tiene conto dell'effetto del campo magnetico solare sopra le traiettorie degli elettroni, si trova che questi possono colpire la Terra soltanto se sono emessi da macchie che abbiano già da tempo varcato il meridiano centrale dell'astro. Osserviamo ancora che non sarebbe possibile attribuire le aurore polari a corpuscoli elettrizzati positivamente, giacchè in tal caso (essendo il rapporto m/q migliaia di volte maggiore di quanto si ha per gli elettroni) la (189) darebbe una velocità di poche decine di chilometri, od anche di pochi chilometri, al secondo.

Notiamo che le osservazioni hanno mostrato che le scariche elettriche, costituenti le aurore polari, avvengono generalmente ad altezze di qualche centinaio di chilometri ed, alle volte, anche al di sopra di 600 km; in nessun caso però si sono trovate altezze inferiori ad 80 km. Possiamo quindi ritenere che questa ultima cifra costituisca, per così dire, il limite di penetrazione dei raggi catodici solari nell'atmosfera terrestre; non potendo essi giungere in regioni più basse a causa degli urti degli elettroni con le molecole della nostra atmosfera.

In proposito, aggiungiamo che, secondo Vegard, la riga verde che si vede nello spettro delle aurore polari (ed in modo più tenue anche nello spettro del cielo notturno), sarebbe appunto dovuta all'urto degli elettroni con piccoli cristalli di azoto nelle alte regioni atmosferiche; Mac Lennan però ha criticato tale ipotesi, sostenendo invece che la riga è prodotta dall'urto degli elettroni stessi con atomi di ossigeno allo stato di estrema rarefazione.

✓ 51. Rumori solari. Radioastronomia. — Termineremo notando che in questi ultimi anni, è stato accertato che il Sole emette anche onde radioelettriche, con un massimo d'intensità in corrispondenza ad una lunghezza d'onda di cinque metri circa. Tali onde, che intense di quelle emesse da un corpo nero a temperatura di 6 000. Gli astronomi pensano quindi che esse abbiano origine nella corona solare che avrebbe temperatura molto più elevata (n. 49).

Secondo le osservazioni eseguite in varie specole, e specialmente in quella di Manchester che si è specializzata in questi studi, sembra che i « rumori solari » crescano d'intensità quando il Sole è maggiormente coperto di macchie. Inoltre rumori analoghi provengono da alcune regioni della Via Lattea (rumori galattici) e da altre regioni del cielo, che si cerca di individuare e studiare.

È nato così un nuovo interessante capitolo ⁽¹⁾ dell'astronomia (al quale è stato dato il nome di radioastronomia) che si serve per le sue ricerche di apparecchi radio ad onde corte e cortissime, come pure del radar. Ovviamente, le osservazioni possono eseguirsi anche di giorno ed anche quando il cielo è coperto di nubi.

Ma la radioastronomia non si limita soltanto allo studio dei rumori celesti, per individuarne l'origine. Essa si occupa pure di ascoltare, per mezzo del radar, l'eco delle onde radio lanciate da apposite stazioni terrestri verso la Luna od altri corpi — e specialmente verso sciami di meteoriti (n. 80) — e da questi riflessi in direzione della Terra. E ciò permette di conoscere con esattezza la loro posizione ed anche la loro velocità.

⁽¹⁾ Per maggiori notizie sopra la Radioastronomia, cfr. J. S. HEY: *Radioastronomy*, in « Month. Notices », vol. CIX (1949); W. H. SMART: *The President's address on the progress of astronomy*, id., id., vol. CXI (1951). Cfr. anche nota a pag. 236.

CAPITOLO XVIII

LA VITA NELL' UNIVERSO

142. La vita nell'Universo. — Benchè le nostre cognizioni sopra l'estensione della vita nell'Universo siano ancora estremamente scarse (ben inteso, prescindendo dalle fantasie dei romanzieri) e benchè, in ogni modo, l'argomento non appartenga all'astrofisica, chiuderemo questo volume con un brevissimo esame della questione.

Storicamente, tale questione era stata proposta da vari scrittori anche prima di Copernico (e basterà ricordare la memoria di Plutarco sopra la faccia della Luna; il « Somnium Scipionis » di Macrobio; il libro « De docta ignorantia » del cardinale Nicola Cusano, ecc.), ma essa risorse in pieno con lo stabilirsi del sistema copernicano. Poichè infatti la Terra cessava di essere considerata come il centro dell'Universo per divenire un semplice pianeta ruotante intorno al Sole, e poichè le stelle erano altrettanti Soli simili al nostro, si affacciava ovviamente l'ipotesi che intorno ad esse ruotassero altri pianeti e che questi fossero abitati da esseri intelligenti, simili all'uomo.

Alla fine del sec. XVIII, la ben nota ipotesi cosmogonica di Laplace, secondo la quale i pianeti furono prodotti dal Sole per naturale evoluzione dell'antica nebulosa solare, sembrò portare un nuovo contributo in favore della diffusione della vita nell'Universo. Infatti, ammessa l'ipotesi laplaciana, diveniva logico supporre che anche le stelle avessero subito una analoga evoluzione e che in conseguenza fossero anche esse circondate da pianeti, a noi invisibili per la grande distanza, ma molto simili ai nostri e quindi atti ad essere abitati da esseri intelligenti.

Nella seconda metà del secolo XIX, l'opinione che la vita fosse assai largamente diffusa nell'Universo, già sostenuta da astronomi di grande valore come Lowell, Proctor, Secchi, ecc., ricevette ancora un nuovo impulso per la scoperta dei canali di Marte dovuta a G. Schiaparelli. Come infatti abbiamo già detto (n. 62) sembrò sul

principio che la rete dei canali marziani presentasse una vera *regolarità geometrica*; e perciò si credette da molti che essi fossero stati costruiti da esseri intelligenti, ed anzi giunti ad un altissimo grado di civiltà, per irrigare quel pianeta povero di acqua.

E quasi ciò non bastasse, la scoperta della pressione dell'energia suggerì allo scienziato svedese Svante Arrhenius la famosa teoria della propagazione della vita da mondo a mondo; supponendo che germi vitali, partiti da qualche pianeta ove già esisteva la vita e spinti dalla pressione della luce stellare e solare, si muovessero nello spazio e cadendo eventualmente sopra un altro pianeta, vi dessero origine alla vita.

Tutto ciò spiega come al principio del secolo presente la fiducia fosse divenuta così universale e così radicata nelle menti, che si giunse ad istituire premi molto vistosi per coloro che fossero riusciti a trovare mezzi di comunicazione con gli abitanti di altri pianeti.

Ma, premesso questo breve riassunto storico, dobbiamo aggiungere che oggi — a mezzo secolo di distanza da quell'epoca entusiastica — i nuovi progressi della scienza hanno costretto a riesaminare la questione, riconducendola dentro limiti assai più modesti. Oggi infatti i migliori astronomi ritengono che *sarebbe illogico credere che la Terra sia il solo globo abitato dell'Universo; ma che, contemporaneamente, deve riconoscersi che la vita è relativamente rara e che essa può esistere — almeno nelle forme superiori — soltanto in alcuni globi che potremmo chiamare privilegiati, od almeno eccezionali, per l'insieme di condizioni fisiche di cui godono.*

Le ragioni principali, che hanno condotto i moderni a questa conclusione assai più modesta, sono le seguenti:

1) Il fatto, ormai ampiamente e completamente dimostrato, che i canali di Marte (n. 63) non presentano *nessuna regolarità geometrica* ed anzi non sono nemmeno canali; ma semplici spaccature naturali, più o meno irregolari, spesso interrotte, e che in nessun modo potrebbero servire ad una vera irrigazione. L'opinione che essi provino che Marte è abitato da esseri intelligenti, sostenuta cinquanta anni fa da Flammarion, Lowell, ecc. è stata quindi abbandonata da tutti gli astronomi moderni.

2) La caduta della teoria di Arrhenius, sopra la propagazione di germi vitali da mondo a mondo. Oggi infatti sappiamo che lo spazio interstellare, ed interplanetario, è solcato da radiazioni ultraviolette di brevissima lunghezza e quindi capaci di uccidere qualunque germe vitale. Anzi una delle ragioni per cui la nostra Terra

risulta adatta a mantenere la vita, risiede appunto nel fatto che la nostra atmosfera è provvidenzialmente *opaca* (n. 10) alle radiazioni solari di lunghezza d'onda inferiore a 2900 Angstrom. Sarebbe dunque assurdo il voler ammettere che un germe, anche scelto tra le spore vegetali più resistenti, possa mantenersi vitale dopo aver viaggiato per anni, e forse per secoli, attraverso gli spazi interstellari!

3) La caduta dell'ipotesi cosmogonica di Laplace, la quale — per un complesso di argomenti, su cui non possiamo ora trattenerci — viene oggi sostituita dall'ipotesi dualistica di Moulton, o da ipotesi analoghe. E cioè i moderni ritengono che il nostro Sistema Planetario debba probabilmente la sua origine ad un fenomeno *molto raro*; vale a dire al fatto che, alcuni miliardi di anni fa, una stella passò assai vicina al Sole, producendo con la sua attrazione larghi getti di materia gassosa che, condensandosi, diedero origine ai pianeti. — Questa ipotesi (specialmente se si completa la legge di Newton con l'aggiunta di un piccolo termine proporzionale alla velocità, radiale, come ha proposto l'autore ⁽¹⁾ di questo libro in alcune sue note pubblicate nei *Rendiconti* dell'Accademia dei Lincei, a Roma) spiega molti fenomeni in modo assai semplice, senza urtare contro difficoltà meccaniche insuperabili; come avveniva invece per la vecchia ipotesi di Laplace e per le ipotesi analoghe (ipotesi di Faye, ecc.). Ma da essa deriva un risultato assai importante; infatti, *poichè l'incontro tra due astri è un fenomeno assai raro e quasi eccezionale, anche il nostro sistema planetario deve considerarsi come un sistema raro e quasi eccezionale.*

In conseguenza, oggi i più illustri astronomi sono concordi su questa eccezionalità del nostro Sistema Planetario; la quale risulta del resto confermata dal confronto con i sistemi stellari, formati da due o più Soli molto vicini tra loro, di masse poco diverse e con orbite molto eccentriche, come abbiamo già visto.

J. H. Jeans, uno dei maggiori studiosi moderni di cosmogonia, scrive in proposito queste precise parole: « *Secondo un calcolo approssimato, circa una stella, sopra un milione, può essere circondata da pianeti; ma probabilmente soltanto una piccola percentuale di questi pianeti può essere atta a mantenere la vita. Così la vita è necessariamente limitata (perforce limited) ad una parte straordinariamente piccola (amazingly small) dell'Universo.* » (Cfr. J. Jeans, *Astronomy and Cosmogony*, pag. 412).

⁽¹⁾ Cfr. G. ARMELLINI, *I problemi fondamentali della cosmogonia e la legge di Newton* in « Rend. Lincei », 1937 e⁸⁸.

Infatti, tra tutti i pianeti che circondano il nostro Sole, noi vediamo che soltanto la Terra, e forse Venere e Marte, potrebbero mantenere esseri viventi; sebbene, in realtà, non si abbia ancora alcun indizio che ci faccia ritenere che questi due ultimi pianeti siano effettivamente abitati. Anzi la temperatura di Venere, poco inferiore (n. 60) a quella dell'acqua bollente e forse superiore alla temperatura di condensazione dell'albumina; l'atmosfera estremamente rarefatta di Marte e la siccità che regna in questo pianeta quasi interamente allo stato desertico (n. 61 e seg.), mostrano che, se anche la vita esiste su questi due pianeti, essa si restringe probabilmente a forme rudimentali di sola vita vegetativa (n. 64). In ogni modo, il fatto che nell'atmosfera dei due pianeti si riscontra l'anidride carbonica insieme a grande povertà (o ad assenza) di ossigeno, prova che essi non possono avere una rigogliosa vegetazione, analoga alla nostra vegetazione terrestre. Si sa infatti che le piante estraggono l'ossigeno dall'anidride carbonica, onde i geologi ritengono che l'ossigeno contenuto oggi nell'atmosfera terrestre sia stato prodotto dalla nostra vegetazione.

È bensì vero che Flammarion chiamò *ragionamento da pesci* (*raisonnement de poissons*) il ragionamento di coloro che ritengono che la vita sia impossibile in condizioni molto diverse da quelle che ci offre il nostro globo terrestre; giacché — come egli dice — in tal modo un pesce intelligente potrebbe concludere che la vita è impossibile al di fuori dell'acqua.

Ma l'esempio, per quanto brillante, non è molto persuasivo. Infatti, se esistesse un pesce intelligente, esso saprebbe benissimo di respirare non già l'acqua in cui si trova, ma l'*ossigeno sciolto nell'acqua*. Ed in conseguenza ne dedurrebbe che la vita è, a *maggior ragione*, possibile in un'atmosfera ricca di ossigeno, come quella terrestre; ciò che è appunto il contrario della conclusione del Flammarion.

In ogni modo, occorre non esagerare.

Nessuno infatti degli astronomi moderni (e molto meno profondi scienziati come il compianto J. Jeans, di cui abbiamo ora riferito le conclusioni) ha mai pensato di negare p. es. che possano esistere esseri viventi, anche superiori, con organi respiratori e circolatori conformati in modo da poter vivere in un'atmosfera straordinariamente rarefatta e poverissima di ossigeno, come per es. quella di Marte; per quanto, come dicemmo, non si abbia nessuna prova dell'esistenza effettiva di tali esseri.

I moderni invece, tenendo presente che le cellule dei tessuti or-

ganici sono cellule assai complesse, spesso composte di molte migliaia di atomi (proteine), che *la vita è movimento* e che per essa si richiedono continui scambi di materia sia con l'ambiente esterno, sia anche tra i vari tessuti (respirazione delle piante e degli animali; circolazione della linfa nelle piante; circolazione del sangue negli animali; nutrizione; funzioni di riproduzione, ecc.) ritengono giustamente che *la vita non è possibile* quando la temperatura è così elevata da impedire l'esistenza di grandi molecole, o di complessi plurimolecolari; od anche così bassa da ridurre allo stato solido quasi tutti i componenti chimici.

In conseguenza, tutti i moderni escludono la possibilità di vita sul pianeta Mercurio; non soltanto per l'assenza di atmosfera, ma specialmente per la sua elevata temperatura (n. 59) poco diversa da quella del piombo in fusione. E così pure, si esclude la possibilità di vita sui pianeti superiori, Giove, Saturno, Urano, Nettuno e Plutone, la cui temperatura (n. 65 e seg.) è inferiore ai centocinquanta sotto zero, senza parlare delle loro condizioni atmosferiche. E non occorre aggiungere che nemmeno sopra la Luna vi è possibilità di vita, tenendo presente l'assenza di atmosfera e di acqua ed il fatto che la sua temperatura (n. 83) varia circa da 120 sopra zero a circa 270 sotto zero. Conclusione, del resto, completamente confermata dal cannocchiale, che ci mostra i più minuti dettagli della superficie lunare.

Quanto alle stelle, la vita potrebbe ovviamente esistere soltanto sui loro pianeti. Ma, come abbiamo detto, sembra per ragioni cosmologiche, che i pianeti stellari siano rari, sebbene esistano.

Ovviamente non è possibile vedere o fotografare tali pianeti astrali, a causa della grande distanza. Un facile calcolo mostra per es. che se la stella più vicina a noi (distante solo quattro anni di luce) avesse un pianeta eguale al nostro Giove, esso apparirebbe come una stellina di 25.^{ma} grandezza circa. Sarebbe quindi impossibile fotografarlo anche col riflettore di 200 pollici del Monte Palomar (che, nelle migliori condizioni, arriva fino alla 23.^{ma} grandezza), prescindendo dal fatto che il debolissimo astro si troverebbe nelle immediate vicinanze di una stella molto più luminosa.

Ciò non ostante, l'esame delle orbite descritte dai satelliti di alcune stelle binarie, ha mostrato che esse sono perturbate dall'attrazione di altri satelliti oscuri; di cui è stato perciò possibile calcolare la distanza e la massa, servendosi dei metodi della Meccanica Celeste.

Così per es. nel sistema triplo di ζ *Cancri*, abbiamo una coppia di stelle *AB* molto vicine tra loro ($q = 1''$ circa) e ruotanti l'una

intorno all'altra in 60 anni circa; mentre una terza stella *C* più lontana ($q = 5''$) ruota intorno ad *AB* in 700 anni circa. Ora, dalle perturbazioni rilevate nel moto di *C*, si è dedotto che *C* ha un satellite oscuro, che le gira intorno in 18 anni circa. Ed altre stelle binarie, con satelliti oscuri, sono la ζ *Aquari*, la μ *Draconis*, la ξ *Bootis*, ecc.; ma, in generale, le masse di tali satelliti sono dell'ordine di grandezza della massa solare, onde debbono considerarsi come stelle semioscure, probabilmente gassose.

Recentemente però si è trovato ⁽¹⁾ che la binaria 70 *Ophiuci* ha un satellite oscuro, di massa eguale a circa la centesima parte della massa solare; vale a dire un vero *pianeta*, sebbene più grande dei nostri. Analogamente la *Proxima Centauri* avrebbe in realtà un pianeta di massa circa doppia di quella di Giove; e la 61 *Cygni B* un pianeta alquanto maggiore, ecc.

In ogni modo, anche tra i rari pianeti stellari, dobbiamo escluderne parecchi come inadatti alla vita; e cioè i pianeti eccessivamente vicini od eccessivamente lontani dall'astro principale; come pure quei pianeti che, nella loro rivoluzione, passano a brevissima od a grandissima distanza dall'astro stesso. Ed ovviamente entrano in questa classe i pianeti con orbite molto eccentriche, come pure quei pianeti (come quelli accennati) che si rivolgono intorno ad un sistema stellare, binario o multiplo, perchè generalmente descrivono orbite molto complicate ed assai differenti dal cerchio. Ed analogamente, poichè eccessive variazioni di temperatura sono incompatibili con la vita, sembra che si debbano anche escludere i pianeti appartenenti a stelle molto variabili; come pure quei pianeti che, pur avendo orbite quasi circolari, ruotano intorno al loro asse molto lentamente. Riepilogando, possiamo quindi ritenere che la possibilità di vita sembra ristretta a globi eccezionalmente favoriti e relativamente assai rari; come appunto pensava Jeans.

Da ciò emerge una curiosa conclusione. E cioè la nostra Terra, pur essendo un minuscolo granello dell'Universo, è però un granello molto pregevole. Essa è infatti uno dei rari globi atto a mantenere in vita un essere che ha coscienza della propria esistenza; un essere capace di scrutare, sia pure in minima parte, le profondità del Creato, d'intenderne la meravigliosa bellezza, e di sollevarsi al mondo dello spirito, verso il suo Autore.

⁽¹⁾ Cfr. E. HOLMBERG, *On the existence of a third component in the system 70 Ophiuci*, in « *Astroph. Journ.* », Vol. LXXXVII; D. WATTENBERG, *Platenahnliche Fixsternbegleiter*, il « *Mitt. Berlin. Treptow Sternwarte* », n. 23, 1951.

APPENDICE

(Per altri dati cfr. anche le tabelle nell'Appendice dei Fondamenti di Astronomia).

I. — Costanti utili per l'astrofisica.

Velocità della luce nel vuoto: $c = 299\,800$ km/sec.

Costante fotometrica (rapporto tra l'intensità luminosa di una stella di grandezza n e quella di una stella di grandezza $n + 1$): $h = 100^{0.9} = 2,512$.

Massa del protone: $H = 1,663 \cdot 10^{-24}$ grammi.

Massa dell'elettrone: $\mu = 9,05 \cdot 10^{-28}$ grammi.

Carica elettrica dell'elettrone (in unità elettrostatiche): $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$.

Carica elettrica dell'elettrone (in coulomb): $e = 1,59 \cdot 10^{-19}$.

Elettrone-Volta (energia acquistata da un elettrone attraversando un campo elettrico con differenza di potenziale di un volt): $1,59 \cdot 10^{-19}$ erg.

Costante di Planck: $h = 6,60 \cdot 10^{-27}$ erg/sec.

Costante di Boltzmann: $k = R/A = 1,371 \cdot 10^{-16}$ erg.

Costante dei gas (misurando la pressione in dine per cm²): $R = k/H = 8,30 \cdot 10^3$.

Costante dei gas (misurando la pressione in atmosfere per cm²): $R = 82,0$.

Numero di Avogadro (molecole contenute in una grammimol.): $A = 1/H = 6,06 \cdot 10^{23}$.

Numero di Loschmidt (molecole contenute in un cm³ di gas alla pressione atmosferica ed a temperatura di 0°): $L = 2,705 \cdot 10^{19}$.

Costante di Stefan (energia irradiata per cm² di superficie da un corpo nero alla temperatura assoluta di 1°) in erg: $\sigma = 5,72 \cdot 10^{-5}$.

Costante di Stefan (id. id.) in calorie: $\sigma = 1,37 \cdot 10^{-12}$.

Costante di Wien (lunghezza d'onda di massima emissione alla temperatura assoluta di 1°) in cm: 0,280.

Costante di Wien (id. id.) in unità Angstrom: $2,89 \cdot 10^7$.

Costante spettroscopica di Rydberg in unità Angstrom: $R = 1,0968 \cdot 10^{-3}$.

Densità di energia (a temperatura assoluta di 1°): $a = 4 \sigma/c = 7,63 \cdot 10^{-13}$ erg/cm³.

Equivalente meccanico del calore: 1 caloria = $4,186 \cdot 10^7$ erg = 4,186 joule = 0,4268 kgm.

II. — Dati di fisica solare.

Massa del Sole: $\mu = 1,98 \cdot 10^{33}$ grammi = 332 000 la massa terrestre.
Raggio del Sole: $r = 697\,000$ km = 109 volte il raggio terrestre.
Densità media del Sole: $\delta = 1,41$ (prendendo per unità quella dell'acqua).
Durata della rotazione all'equatore: $P = 24^h 16^m$.
Gravità alla superficie solare: $g = 273$ m/sec.
Velocità di fuga dal Sole: $V = 617$ km/sec.
Luminosità del Sole: $L = 3 \cdot 10^{26}$ candele.
Grandezza visuale assoluta: $M = 4,85$.
Grandezza visuale apparente: $m = -26,7$.
Indice di colore: $c = 0,56$.
Lunghezza d'onda di massima emissione: $\lambda = 4\,750$ Angstrom.
Costante solare (quantità di energia ricevuta in un minuto primo sopra un cm² di superficie, normalmente esposta, alla distanza della Terra): $q = 1,94$ cal.
Potere emissivo (energia irradiata al minuto secondo da un cm² della superficie solare): $Q = 1\,490$ calorie.
Energia emessa dal Sole in un anno: $E = 2,88 \cdot 10^{33}$ calorie.
Temperatura effettiva del Sole: $T = 5\,750$ gradi.
Temperatura di Wien del Sole: $T = 6\,080$ gradi.
Temperatura effettiva delle macchie: $T = 4\,800$ gradi circa.
Ciclo di Wolf (frequenza delle macchie): $P = 11,2$ anni circa.
Campo magnetico delle grandi macchie: $H = 2\,000-5\,000$ gauss.
Campo magnetico generale del Sole: $H = 30-50$ gauss (forse variabile).
Spessore medio della cromosfera: $s = 10^6$ circa (7 000 km.).

III. — Principali righe dello spettro solare.

(Le lunghezze d'onda, in unità Angstrom, si riferiscono al centro delle righe).

a) Spettro visuale — Righe di Fraunhofer.

- [A] nel rosso cupo, con la testa in $\lambda = 7\,594$; banda tellurica dovuta all'ossigeno.
 [B] id. id. con la testa in $\lambda = 6\,867$.
 [C] nel rosso vivo, in $\lambda = 6\,562,8$; è la prima riga dell'idrogeno (H_α) della serie di Balmer.
 [D₁] nel giallo, in $\lambda = 5\,895,9$, dovuta al sodio.
 [D₂] id. id. in $\lambda = 5\,889,9$.
 [E] nel verde, composta dalla $\lambda = 5\,270,3$ del ferro, dalla $\lambda = 5\,270,2$ del calcio e dalla $\lambda = 5\,269,5$ del ferro.
 [b₁] nel verde, in $\lambda = 5\,183,6$ del magnesio.

Appendice

- [b₂] nel verde, in $\lambda = 5\,172,7$ del magnesio.
 [b₃] nel verde, in $\lambda = 5\,169,0$ del ferro e $\lambda = 5\,168,9$ pure del ferro.
 [b₁] nel verde, risultante dalla $\lambda = 5\,167,5$ del ferro e dalla $\lambda = 5\,167,3$ del magnesio.
 [F] nell'azzurro, in $\lambda = 4\,861,3$; è la seconda riga dell'idrogeno (H_β) della serie di Balmer.
 [f] nell'azzurro, in $\lambda = 4\,340,5$, detta anche [G₁]; costituisce la terza riga (H_γ) dell'idrogeno nella serie di Balmer.
 [G] nell'azzurro, formata dalla $\lambda = 4\,307,9$ del ferro e dalla $\lambda = 4\,307,7$ del calcio.
 [h] nel violetto, in $\lambda = 4\,101,7$; è la quarta riga dell'idrogeno (H_δ) della serie di Balmer.
 [H] nell'estremo violetto, in $\lambda = 3\,968,5$, dovuta al calcio ionizzato (Ca II).
 [K] al principio dell'ultravioletto, in $\lambda = 3\,933,7$, pure del calcio ionizzato (Ca II).

b) Spettro Ultravioletto.

- [L] in $\lambda = 3\,820,4$ del ferro.
 [M] costituita dalla $\lambda = 3\,727,6$ del ferro e dalla $\lambda = 3\,726,9$ del manganese.
 [N] in $\lambda = 3\,581,2$ del ferro.
 [O] costituita dalla $\lambda = 3\,441,0$ del ferro e dalla vicina $\lambda = 3\,440,6$ pure del ferro.
 [Q] in $\lambda = 3\,286,7$ del ferro.
 [R] costituita dalla $\lambda = 3\,181,3$ e dalla vicina $\lambda = 3\,179,3$, ambedue del calcio semplicemente ionizzato (Ca II).
 [S] riga quadrupla, costituita dalla $\lambda = 3\,100,7$, dalla $\lambda = 3\,100,3$, dalla $\lambda = 3\,100,0$ e dalla $\lambda = 3\,099,9$; tutte dovute al ferro.
 [s] in $\lambda = 3\,047,6$; dovuta al ferro.

c) Spettro Infrarosso.

- Da $\lambda = 45\,000$ a $\lambda = 42\,000$; banda tellurica (Y di Langley), dovuta all'anidride carbonica dell'atmosfera terrestre.
 Da $\lambda = 30\,000$ a $\lambda = 24\,000$; altra banda tellurica (X di Langley), dovuta pure all'anidride carbonica dell'atmosfera terrestre.
 Da $\lambda = 20\,700$ a $\lambda = 18\,100$; banda tellurica, dovuta al vapore acqueo della atmosfera terrestre.
 Da $\lambda = 11\,700$ a $\lambda = 10\,900$; banda tellurica, dovuta pure al vapore acqueo della nostra atmosfera.

Tra le righe solari dell'infrarosso, sono da notare la $\lambda = 8\,806,7$ del magnesio e le tre righe $\lambda = 8\,662,2$, $\lambda = 8\,542,1$ e $\lambda = 8\,498,1$ del calcio neutro.

d) Righe Coronali.

$\lambda = 6374$ nel rosso, già attribuita al *coronio*, prodotta dal *ferro* nove volte ionizzato (Fe X).

$\lambda = 5302$ nel verde, anche essa dapprima attribuita al *coronio* e prodotta invece dal *ferro* tredici volte ionizzato (Fe XIV).

$\lambda = 4086$ nel violetto, prodotta dal *calcio* dodici volte ionizzato (Ca XIII).

$\lambda = 3601$ nell'ultravioletto, prodotta dal *nickelio* quindici volte ionizzato (Ni XVI).

$\lambda = 3388$ nell'ultravioletto, prodotta dal *ferro* dodici volte ionizzato (Fe XIII).

$\lambda = 3328$ nell'ultravioletto, prodotta dal *calcio* undici volte ionizzato (Ca XII).

IV. — Dati di fisica planetaria.

m = grandezza apparente del pianeta al massimo splendore; μ = massa, prendendo per unità la massa della Terra ($5,97 \cdot 10^{27}$ grammi); d = diametro in km; δ = densità media; g = gravità alla superficie, prendendo per unità quella terrestre ($9,81$ m/sec.); V = velocità di fuga in km/sec; P = durata della rotazione. Per l'albedine e l'indice del colore cfr. tabella a pag. 171; per altri dati cfr. le tabelle riportate in appendice ai *Fondamenti di Astronomia*.

Pianeta	m	μ	d	δ	g	V	P
Mercurio	0,1	0,05	4 700	5,1	0,40	3,6	88 giorni lenta?
Venere	-4,1	0,82	12 300	4,9	0,88	10,2	
Terra	—	1,00	12 756	5,5	1,00	11,2	$25^h 36^m$
Marte	-1,8	0,11	6 900	4,0	0,37	5,0	24 37
Giove	-2,3	318,00	142 000	1,3	2,53	60,0	9 50
Saturno	0,5	95,0	120 000	0,7	1,06	36,0	10 15
Urano	5,8	14,0	50 700	1,3	0,92	21,0	10 40 retr.
Nettuno	7,0	17,0	44 400	2,2	0,95	23,0	16 ?
Plutone	14,5	0,9 ?	10 000	8,0 ?	1,3 ?	11,8 ?	? ?

V. — Alcune variabili fisiche.

La letteratura delle stelle variabili è vastissima ed in proposito ricordiamo: l'*Atlas Stellarum Variabilium* del P. J. Hagen S. J.; la *Geschichte und Literatur des Lichtwechsels der Veränderlichen Sterne* di H. Müller e E. Hartwig (Leipzig, Poeschel) che, con i recenti aggiornamenti di H. Schneller (Berlin, Akad. Verlag, 1952), comprende tutte le indicazioni dei lavori pubblicati in proposito fino al 1950 ed i principali risultati; il *Catalogo Generale delle variabili* di B. Kukarkin e P. Parenago; le *Effemeridi delle variabili ad eclisse*, pubblicate annualmente dall'Osservatorio di Cracovia (Polonia), ecc.

In questa tabella, ci limiteremo soltanto a registrare poche variabili,

escludendo le stelle «nuove», per le quali rimandiamo alla tabella data a pagina 341 del testo; le variabili ad eclisse, o pseudovariabili, per cui daremo in nebuloze extragalattiche, perché troppo deboli per essere osservate da studenti. Notiamo, in proposito, che le coordinate α e δ si riferiscono sempre all'equinozio 1950, come nell'altro nostro volume su «Fondamenti di Astronomia»; M ed m indicano le grandezze apparenti al massimo ed al minimo splendore, S, p il tipo spettrale e P il periodo misurato in giorni; traendo sempre i dati dal catalogo di Kukarkin.

Variabile	α	δ	M	m	P	S, p
a) Variabili irregolari.						
U Geminorum	$7^h 52^m 1$	$22^\circ 8'$	8,8	13,8	Irreg.	Pecul.
T Pyxidis	$9^h 2^m 6$	$-32^\circ 0'$	7,0	14,0	?	Pecul.
R Coronae Borealis	$15^h 46^m 5$	$28^\circ 18'$	5,8	14,0	?	c Go
RS Ophiuci	$17^h 47^m 5$	$-6^\circ 42'$	5,3	11,5	?	Op
Z Andromedae	$23^h 31^m 2$	$48^\circ 33'$	8,0	12,4	?	Mo
b) Variabili a lungo periodo (Mireidi) o var. rosse.						
R Andromedae	$0^h 21^m 4$	$38^\circ 18'$	5,6	12,5	410 ^d	Se
Mira Ceti	$2^h 16^m 8$	$-3^\circ 12'$	3,0	9,2	331	M6e
Betelgeuse	$5^h 52^m 5$	$7^\circ 24'$	0,5	1,2	2 070 ?	cM1
X Ophiuci	$18^h 35^m 9$	$8^\circ 47'$	5,9	9,2	335	M6e
Z Cygni	$19^h 48^m 7$	$32^\circ 55'$	2,3	14,3	405	F6-G3
μ Cephei	$21^h 42^m 0$	$58^\circ 33'$	3,6	5,1	460 ?	cM2e
c) Variabili del tipo intermedio (v. gialle).						
RV Tauri	$4^h 44^m 0$	$26^\circ 5'$	9,8	13,3	7 ^d	K1
SV Ursae Maioris	$10^h 43^m 5$	$55^\circ 18'$	9,0	10,3	7 ^d	cK3
S Sagittae	$19^h 53^m 8$	$16^\circ 30'$	5,8	7,0	9	F6-G5
V Vulpeculae	$20^h 34^m 4$	$26^\circ 26'$	9,0	11,1	7 ^d	G3K3
d) Cefeidi ordinarie (v. bianche).						
SU Cassiopeiae	$2^h 47^m 5$	$68^\circ 41'$	6,2	6,8	1,95	F5-F7
RT Aurigae	$6^h 45^m 4$	$30^\circ 32'$	5,4	6,0	3,73	F1-G5
X Sagittarii	$17^h 44^m 4$	$-27^\circ 49'$	5,0	6,1	7,01	F5-G9
W Sagittarii	$18^h 1^m 7$	$-29^\circ 35'$	5,0	6,4	7,59	F2-G6
Y Sagittarii	$18^h 18^m 4$	$-18^\circ 53'$	5,9	7,0	5,77	F6-G5
U Vulpeculae	$19^h 34^m 4$	$20^\circ 13'$	7,7	8,8	7,99	F8-K0
η Aquilae	$19^h 49^m 9$	$0^\circ 52'$	3,7	4,4	7,18	F6-G4
T Vulpeculae	$20^h 49^m 3$	$28^\circ 3'$	5,9	6,8	4,44	F5-G1
δ Cephei	$22^h 27^m 3$	$58^\circ 10'$	3,8	4,6	5,37	F5-G2
e) Cefeidi cuspidi (v. bianche).						
ST Virginis	$14^h 25^m 1$	$-0^\circ 41'$	10,8	12,0	0,41	?
Y Lyrae	$18^h 35^m 7$	$43^\circ 53'$	11,9	13,3	0,50	?
RR Lyrae	$19^h 23^m 9$	$42^\circ 41'$	7,1	8,0	0,57	A2-F0

VI. — Alcune variabili ad eclisse.

Nella seguente tabella indichiamo, come nel testo, con M , m , e μ le grandezze apparenti della variabile, al massimo, al minimo principale ed al minimo secondario; con P il periodo misurato sempre in giorni e con D/P e d/P i rapporti tra le durate dell'eclisse e della fase di totalità (od annularità) e la durata del periodo. Ovviamente nelle variabili del tipo di Algol, essendo l'eclisse soltanto parziale, si ha sempre $d/P = 0$; mentre nelle variabili del tipo di β Lyrae, data la forma sinuosa della curva di luce (n. 132), questi rapporti sono spesso un po' incerti. Le coordinate α e δ si riferiscono sempre all'equinozio 1950, θ ed i dati sono stati tratti dal *Catalogo delle stelle variabili* di Kukarkin e Parenago (Mosca, 1948) e dalle *Effemeridi delle variabili ad eclisse*, edite annualmente dall'Osservatorio di Cracovia (Polonia).

Variabile	α	δ	M	m	μ	P	D/P	d/P
TW Andromedae	$0^h 0^m 7^s$	$32^\circ 34'$	8,8	11,1	9,0	$4^d 12,3$	0,13	0,02
U Cephei	$0 57 7$	$81 37$	6,7	9,8	6,8	$2 49,3$	0,17	0,03
β Pers. (Algol)	$3 4 9$	$40 49$	2,2	3,5	2,3	$2 86,7$	0,14	0,00
λ Tauri	$3 57 9$	$12 21$	3,5	4,0	3,6	$3 95,3$	0,15	0,00
RW Tauri	$4 0 8$	$28 0$	8,0	12,3	—	$2 79,9$	0,14	0,02
ϵ Aurigae	$4 58 4$	$43 45$	3,7	4,5	4,6	$988,3$ circa	0,08	0,04
SX Aurigae	$5 8 2$	$42 6$	8,2	9,0	8,7	$1 21,0$	—	—
VV Orionis	$5 31 0$	$-1 11$	5,1	5,4	5,3	$1 48,5$	—	—
β Aurigae	$5 55 9$	$44 57$	2,1	2,2	2,2	$3 96,0$	0,06	0,00
WW Aurigae	$6 29 2$	$32 30$	5,7	6,4	6,2	$2 52,5$	0,10	0,00
R Canis M.	$7 17 2$	$-16 18$	6,2	6,9	6,3	$1 13,6$	0,16	0,00
W Ursae M.	$9 49 3$	$56 11$	8,3	9,1	9,0	$0 33,3$	0,25	—
SX Hydrae	$13 41 8$	$-26 32$	8,6	12,7	—	$2 89,5$	0,12	0,01
δ Librae	$14 58 3$	$-8 19$	4,8	5,9	4,9	$2 32,7$	0,23	0,00
U Coronae B.	$15 16 2$	$31 50$	7,6	8,9	—	$3 45,2$	0,13	0,02
RW Coronae B.	$15 37 2$	$29 47$	10,1	10,7	10,2	$0 72,6$	0,20	0,03
U Ophiuci	$17 14 0$	$1 16$	5,8	6,5	6,4	$1 67,7$	0,08	0,00
μ Herculis	$17 15 5$	$33 9$	4,6	5,1	4,8	$2 05,1$	—	—
RS Sagittarii	$18 14 3$	$-34 7$	6,0	7,0	6,2	$2 41,6$	0,17	0,00
RZ Scuti	$18 23 8$	$-9 14$	7,7	8,9	7,8	$15 19,0$	0,16	0,00
RZ Ophiuci	$18 43 4$	$7 10$	10,0	10,9	—	$261 94,3$	0,07	0,04
β Lyrae	$18 48 3$	$33 18$	3,4	4,3	3,8	$12 93,0$	—	—
U Sagittae	$19 16 6$	$19 31$	6,4	9,1	6,5	$3 38,1$	0,19	0,02
Z Vulpeculae	$19 19 6$	$25 29$	7,0	8,6	7,1	$2 45,5$	0,09	0,00
RR Vulpeculae	$20 52 7$	$27 44$	9,6	10,9	—	$5 93,1$	0,09	0,03
RT Andromedae	$23 8 9$	$52 45$	9,0	10,1	9,2	$0 62,9$	0,17	0,03

VII. — Alcune stelle doppie molto brillanti

Estraendola dal *New General Catalogue of Double Stars* di R. G. Aitken, riportiamo in questa tabella una breve lista di stelle doppie molto luminose e sufficientemente distanti tra loro per poter essere separate anche con cannocchiali relativamente modesti. Le coordinate α e δ sono sempre riferite all'equinozio 1950, θ ; m_1 ed m_2 indicano le grandezze apparenti dei due astri, a cui facciamo seguire il tipo spettrale secondo il già citato (n. 95) catalogo

di Draper; ovviamente, se i tipi spettrali sono molto diversi, le due stelle vicine hanno anche colore diverso e riescono quindi assai belle a vedersi. I valori della distanza angolare ϱ tra le due componenti sono *approssimati*, giacchè ϱ varia lentamente mentre il satellite descrive la sua orbita in un tempo generalmente assai lungo. Ma tali valori di ϱ , benchè semplicemente indicativi, possono essere utili (n. 117) per provare la bontà dei cannocchiali; così p. es. un cannocchiale con l'obiettivo di 16 cm può ritenersi veramente buono se separa le due componenti di ξ Cancri ($\varrho = 0',9$ circa); un piccolo cannocchiale di 4-5 cm, se sdoppia Castore, ecc. Non occorre dire che, a parità di distanza, verso: così p. es. occorre un grande equatoriale di almeno 50 cm di apertura per vedere distinto il satellite di Sirio ($m_1 = -1,6$; $m_2 = 8,5$) sebbene la distanza angolare dei due astri sia ora di circa $8''$. Per semplicità, abbiamo trascurato i satelliti meno luminosi della decima grandezza.

Stella	α	δ	m_1, m_2	ϱ	Spettri
η Cassiopeiae	$0^h 40^m 1^s$	$57^\circ 33'$	$3,6-7,6$	$8''$	F8
Stella Polare	$1 48 8$	$89 2$	$2,1-9,0$	18	F8
γ Arietis	$1 50 8$	$19 3$	$4,7-4,8$	8	A0-A0
α Piscium	$1 59 4$	$2 31$	$4,3-5,2$	3	A2-A2
γ Andromedae	$2 0 8$	$42 6$	$2,3-5,1$	10	K0-A0
ω Eridani	$3 51 8$	$-3 6$	$4,9-6,3$	7	A2-G5
β Orionis (Rigel)	$5 12 1$	$-8 15$	$0,4-8,0$	9	B8
α Gemin. (Castore)	$5 42 4$	$-22 27$	$3,8-6,4$	93	F8-G5
ξ Cancri (tripla)	$7 31 4$	$34 0$	$2,0-2,9$	4	A0-A0
α Leonis (Regolo)	$8 9 3$	$17 48$	$5,0-6,0-6,3$	1-5	Go-Go-Go
γ Leonis	$10 5 7$	$12 13$	$1,3-7,6$	176	B8-G5
24 Comae	$10 17 2$	$20 6$	$2,6-3,8$	4	K0-K0
γ Virginis	$12 32 6$	$18 39$	$5,2-6,7$	20	K0-A3
ξ Ursae M. (Mizar)	$12 39 1$	$-1 11$	$3,6-3,8$	6	F0-F0
ζ Bootis	$13 21 9$	$55 11$	$2,4-4,0$	14	A2-A2
ϵ Bootis	$14 38 8$	$13 57$	$4,4-4,8$	1	A2-A2
μ Librae	$14 42 8$	$27 17$	$2,7-5,1$	3	K0-A0
δ Serpentis	$14 46 6$	$-13 57$	$5,3-6,3$	2	A2
α Scorpii (Antares)	$15 32 4$	$10 42$	$4,2-5,2$	4	F0-F0
α Herculis	$16 20 5$	$-26 20$	$1,2-6,5$	3	M0-A3
α Herculis	$17 12 4$	$14 27$	$3,5-5,4$	5	M2-M2
γ Cygni (Albireo)	$17 59 4$	$21 30$	$5,1-5,2$	6	A3-G5
β Cygni	$19 28 7$	$27 51$	$3,2-5,3$	34	K0-B9
ϵ Draconis	$19 48 3$	$70 8$	$4,0-7,6$	3	K0
γ Delphini	$20 44 4$	$15 57$	$4,5-5,5$	10	G5-G5

VIII. — Il catalogo di Messier.

Nell'appendice dei nostri *Fondamenti di Astronomia* abbiamo dato varie tabelle sopra le caratteristiche delle stelle più luminose, come pure sopra le nebulose. Senza ripeterle in questo libro, che deve considerarsi come la continuazione del primo, riportiamo invece, per comodità degli studenti e degli amatori di astronomia, il famoso catalogo di Messier degli oggetti celesti più importanti (nebulose, ammassi stellari, ecc.), visibili anche con modesti tele-

scopi. Il catalogo ne registra 103, di cui due però (e cioè i nn. 40 e 91) sono erronei; la colonna N.G.C. indica il numero che l'oggetto occupa nel *New General Catalogue* di Dreyer, pubblicato nel 1888 nelle memorie della Royal Astronomical Society di Londra. *Gli oggetti più belli sono indicati in corsivo, e le coordinate α e δ sono sempre riferite al 1950,0.*

M	N.G.C.	α	δ	Annotazioni
1	1952	5 ^h 31 ^m 5	21° 59'	« Crab nebula » nebulosa diffusa nel Toro.
2	7089	21 30,9	— 1 3	Ammasso globulare nell'Aquario
3	5272	13 39,8	28 38	Ammasso globulare dei Levrieri
4	6121	16 20,6	— 26 24	Ammasso globulare nello Scorpione
5	5904	15 16,0	2 16	Ammasso globulare nel Serpente.
6	6405	17 36,7	— 32 11	Ammasso irregolare nello Scorpione
7	6475	17 50,6	— 34 48	Ammasso irregolare nello Scorpione
8	6523	18 0,7	— 24 23	Nebulosa diffusa nel Sagittario
9	6333	17 16,2	— 18 28	Ammasso globulare in Ofioco
10	6254	16 54,5	— 4 2	Ammasso globulare in Ofioco
11	6705	18 48,4	— 6 20	Ammasso irregolare nello Scudo
12	6218	16 44,6	— 1 53	Ammasso globulare in Ofioco
13	6205	16 39,9	30 33	Ammasso globulare nell'Ereole
14	6402	17 34,9	— 3 13	Ammasso globulare in Ofioco
15	7078	21 27,6	11 57	Ammasso irregolare nello Scudo
16	6611	18 16,0	— 13 48	Nebulosa diffusa « Omega » nel Sagittario
17	6618	18 17,9	— 16 13	Ammasso irregolare nel Sagittario
18	6613	18 17,0	— 17 9	Ammasso globulare in Ofioco
19	6273	16 59,5	— 26 12	Nebulosa diffusa « trifida » nel Sagittario
20	6514	17 59,3	— 23 2	Ammasso irregolare nel Sagittario
21	6531	18 1,7	— 22 30	Ammasso globulare nel Sagittario
22	6656	18 33,3	— 23 57	Ammasso irregolare nel Sagittario
23	6494	17 54,0	— 19 1	Ammasso irregolare nel Sagittario
24	6603	18 15,5	— 18 26	Ammasso irregolare nel Sagittario
25	4725	18 28,8	— 19 17	Ammasso irregolare nello Scudo
26	6694	18 42,5	— 9 27	Ammasso irregolare nello Scudo
27	6853	19 57,5	22 35	Nebulosa planetaria « Dumb-Bell » in Vulpecula
28	6620	18 21,5	— 24 54	Ammasso globulare nel Sagittario
29	6913	20 22,2	38 22	Ammasso irregolare nel Cigno
30	7099	21 37,5	— 23 25	Ammasso globulare nel Capricorno
31	224	0 40,9	40 59	Nebulosa spirale di Andromeda
32	221	0 39,9	40 35	Nebulosa satellite di Andromeda
33	598	1 31,0	30 25	Nebulosa spirale del Triangolo
34	1039	2 38,8	42 34	Ammasso irregolare in Perseo
35	2168	6 5,8	24 21	Ammasso irregolare nei Gemelli
36	1960	5 32,8	34 6	Ammasso irregolare nell'Auriga
37	2099	5 49,1	32 32	Ammasso irregolare nell'Auriga
38	1912	5 23,3	35 48	Ammasso irregolare nell'Auriga
39	7092	21 30,5	48 13	Ammasso irregolare nel Cigno
40	—	12 19,8	58 23	(Erroneo)
41	2287	6 44,9	— 20 41	Ammasso irregolare nel Cane Maggiore
42	1979	5 32,8	— 5 25	Nebulosa di Orione (presso θ Orionis)
43	1982	5 33,1	— 5 18	Nebulosa di Orione (parte Nord della 42)
44	2632	8 37,2	20 10	Ammasso irregolare del Presepe
45	—	3 44,5	23 58	Ammasso irregolare nella Pleiadi
46	2437	7 39,5	— 14 42	Ammasso irregolare della Nave
47	2478	7 52,5	— 15 17	Ammasso irregolare della Nave
48	—	8 11,5	— 1 48	Ammasso irregolare dell'Unicorno

M	N.G.C.	α	δ	Annotazioni
49	4472	12 ^h 27 ^m 2	8° 17'	Nebulosa estragalattica nella Vergine
50	2323	7 0,6	— 8 16	Ammasso irregolare nell'Unicorno
51	5194	13 27,8	47 28	Nebulosa spirale dei Levrieri
52	7554	23 22,0	61 19	Ammasso irregolare in Cassiopea
53	5024	13 10,4	18 26	Ammasso globulare nella Chioma di Berenice
54	6715	18 51,9	— 30 32	Ammasso globulare nel Sagittario
55	6809	19 30,7	— 31 3	Ammasso globulare nel Sagittario
56	6779	19 14,7	30 5	Ammasso globulare nella Lira
57	6720	18 51,8	32 58	Nebulosa anulare della Lira
58	4579	12 35,2	12 6	Nebulosa spirale nella Vergine
59	4921	12 39,5	11 56	Nebulosa spirale nella Vergine
60	4649	12 41,1	11 50	Nebulosa ellissoidica nella Vergine
61	4303	12 19,3	4 45	Nebulosa spirale nella Vergine
62	6266	10 58,0	— 30 3	Ammasso globulare nello Scorpione
63	5055	13 13,5	42 18	Nebulosa spirale nei Levrieri
64	4826	12 54,3	21 57	Nebulosa spirale nella Chioma di Berenice
65	3623	11 16,3	13 22	Nebulosa spirale nel Leone
66	3627	11 17,6	13 16	Nebulosa spirale nel Leone
67	2682	8 48,5	12 0	Ammasso irregolare nel Cancro
68	4590	12 30,8	— 26 29	Ammasso globulare nell'Idra
69	6637	18 28,0	— 32 23	Ammasso globulare nel Sagittario
70	6681	18 39,9	— 32 20	Ammasso globulare nel Sagittario
71	6838	19 51,5	18 39	Ammasso irregolare nella Saetta
72	6981	20 59,7	— 12 44	Ammasso globulare nell'Aquario
73	6994	20 59,2	— 12 50	Ammasso irregolare nell'Aquario
74	628	1 34,0	15 31	Nebulosa spirale nei Pesci
75	6864	20 3,2	— 22 4	Ammasso globulare nel Capricorno
76	650	1 39,2	51 19	Nebulosa planetaria in Perseo
77	1068	2 40,2	— 0 13	Nebulosa spirale nella Balena
78	2668	5 44,2	0 2	Nebulosa diffusa in Orione
79	1994	5 24,2	— 24 34	Ammasso globulare nella Lepre
80	6093	16 14,1	— 22 52	Ammasso globulare nello Scorpione
81	3931	9 51,6	69 18	Nebulosa spirale nell'Orsa Maggiore
82	3034	9 51,8	69 59	Nebulosa spirale nell'Orsa Maggiore
83	5239	13 34,2	— 29 39	Nebulosa spirale nell'Idra
84	4374	12 22,5	13 10	Nebulosa ellissoidica nella Vergine
85	4382	12 22,8	18 28	Nebulosa spirale nella Chioma di Berenice
86	4406	12 23,6	13 13	Nebulosa ellissoidica nella Vergine
87	4486	12 28,3	12 49	Nebulosa ellissoidica nella Vergine
88	4501	12 29,4	14 41	Nebulosa spirale nella Chioma di Berenice
89	4552	12 33,1	12 49	Nebulosa spirale nella Vergine
90	4599	12 34,3	13 26	Nebulosa spirale nella Vergine
91	—	12 38,5	13 34	(Erroneo)
92	6341	17 15,9	43 12	Ammasso globulare nell'Ereole
93	2447	7 43,4	— 23 45	Ammasso irregolare nella Nave
94	4739	12 48,6	41 24	Nebulosa spirale nei Levrieri
95	3351	10 41,3	11 58	Nebulosa spirale nel Leone
96	3368	10 44,1	12 5	Nebulosa spirale nel Leone
97	3587	11 11,9	55 18	Nebulosa planetaria del Gufo, nell'Orsa Maggiore
98	4192	12 11,2	15 10	Nebulosa spirale nella Chioma di Berenice
99	4254	12 16,2	14 42	Nebulosa spirale nella Chioma di Berenice
100	4321	12 20,3	16 6	Nebulosa spirale nell'Orsa Maggiore
101	5457	14 1,4	54 36	Nebulosa spirale nel Dragone
102	5866	15 5,1	55 57	Ammasso irregolare in Cassiopea
103	581	1 29,9	59 50	

IX. — La funzione di Russell per le orbite delle variabili ad eclisse.

Abbiamo già detto (n. 135) che, per il calcolo delle orbite delle stelle variabili ad eclisse *parziale*, occorre la conoscenza della funzione $\chi(h; a_0; n)$ dove h indica il rapporto dei raggi dei due astri, a_0 l'area coperta durante la fase massima dell'eclisse ed n un numero compreso tra 0 ed 1. Abbiamo anche detto che Russell ha mostrato che, con molta approssimazione, si ha sempre: $\chi(h; a_0; n) = \omega_1(n) + A \omega_2(n)$, dove ω_1 ed ω_2 sono funzioni soltanto di n ed A rappresenta il valore della χ per $n = 0,25$, onde dipende soltanto da h e da a_0 . Ciò premesso, diamo la seguente tabella per il calcolo di ω_1 , di ω_2 e di A .

1) Valori della funzione $A = \chi(h; a_0; 0,25)$

a_0	$h=0,1$	$h=0,2$	$h=0,3$	$h=0,4$	$h=0,5$	$h=0,6$	$h=0,7$	$h=0,8$	$h=0,9$	$h=1,0$
0,1	1,626	1,633	1,639	1,646	1,650	1,655	1,660	1,666	1,670	1,673
0,2	1,623	1,635	1,642	1,655	1,665	1,675	1,682	1,687	1,690	1,693
0,3	1,615	1,635	1,646	1,661	1,674	1,688	1,700	1,709	1,717	1,727
0,4	1,607	1,629	1,650	1,669	1,685	1,700	1,717	1,732	1,751	1,772
0,5	1,597	1,626	1,650	1,675	1,699	1,719	1,740	1,762	1,789	1,828
0,6	1,586	1,620	1,648	1,677	1,707	1,734	1,764	1,799	1,838	1,887
0,7	1,570	1,606	1,640	1,675	1,711	1,740	1,792	1,842	1,896	1,959
0,8	1,552	1,589	1,626	1,665	1,711	1,763	1,823	1,890	1,968	2,054
0,9	1,522	1,560	1,605	1,650	1,708	1,778	1,860	1,950	2,062	2,218
1,0	1,441	1,491	1,541	1,596	1,667	1,756	1,870	2,010	2,194	2,462

2) Valori delle funzioni ω_1 ed ω_2

	$n=0,0$	$n=0,1$	$n=0,2$	$n=0,3$	$n=0,4$	$n=0,5$	$n=0,6$	$n=0,7$	$n=0,8$	$n=0,9$	$n=1,0$
ω_1	-3,94	-1,45	-0,339	0,316	0,758	1,000	1,095	1,046	0,846	0,503	0,00
ω_2	4,10	2,21	1,330	0,720	0,295	0,000	-0,190	-0,285	-0,285	-0,191	0,00