

Procedura di riduzione dati alla Meridiana di S. Maria degli Angeli e risultati della campagna osservativa 2018-2019

Costantino Sigismondi, ITIS G. Ferraris, Roma

Sommario

Con la tabella dei riferimenti metrici in calce a questo documento e con l'algoritmo di correzioni di Cassini per la rifrazione atmosferica è possibile risalire alla posizione topocentrica in cielo del centro del Sole al momento del passaggio sulla Meridiana con una precisione di un secondo d'arco. Di seguito esponiamo il metodo di riduzione dei dati meridiani analizzando in dettaglio il caso degli equinozi, per mostrare come abbiamo risolto il problema della differenza sistematica tra il foro stenopeico originale del 1701 e quello attuale, sistemato il 27 ottobre 2018. Il foro attuale ha una forma cilindrica di diametro 25 mm e spessore 6.5 mm e altezza della base 20354.4 mm. Gli effetti della variazione stagionale dell'ombreggiamento dovuto allo spessore del foro sono tenuti in conto per raggiungere la precisione del secondo d'arco nella posizione del centro del Sole e di quattro minuti nella determinazione degli istanti degli equinozi. Precisioni analoghe sono state ottenute per i solstizi, con una procedura combinata di fit quadratici e lineari, che qui solo accenniamo. La campagna osservativa qui descritta consta di circa 100 osservazioni tra meridiane ed equatoriali, ed è la più ricca degli ultimi tempi.

La Meridiana Clementina è presentata come un vero e proprio strumento per misurare la posizione topocentrica del Sole, e la derotazione della Terra; un centinaio di video sincronizzati col Tempo Campione Italiano consentono di sperimentare anche sullo schermo del proprio computer i transiti meridiani, e ricavarne i parametri temporali necessari a calibrare la deviazione verso Est della meridiana per confrontare i passaggi sulle stesse posizioni sulla linea meridiana che avverranno nei prossimi anni, ed individuare possibili rallentamenti della rotazione terrestre, che sono tipicamente di un secondo su 5 anni negli ultimi anni.

Introduzione

Già Francesco Bianchini nella sua pubblicazione *De Nummo et Gnomone Clementino* del 1703 aveva mostrato un caso specifico, quello del 6 ottobre 1702, quando il passaggio meridiano è stato osservato in concomitanza alla visita inaugurale fatta dal Papa Clemente XI. Facciamo notare qui che Bianchini aveva costruito la Meridiana con ogni attenzione possibile per renderla esente da errori sistematici, e -come affermò il padre Ruggero Boscovich, astronomo gesuita, nel 1750- "aveva pensato ad ogni cosa" pure per controllare la calibrazione della meridiana nel futuro, infatti aveva costruito un canale verticale tra il foro stenopeico e il pavimento dove calare un filo a piombo, e aveva lasciato in comunicazione il piede della verticale al centro del foro stenopeico con la linea meridiana. Inoltre aveva predisposto un circuito idraulico che permetteva di controllare il livello della linea meridiana lungo i quasi 45 metri di lunghezza, in caso di smottamenti del terreno. La meridiana (1701) era stata costruita nelle Terme di Diocleziano per sfruttare la grande stabilità delle mura più che millenarie del Frigidarium delle Terme (305 AD), che Michelangelo aveva trasformato in chiesa per volontà del papa Pio IV Medici (1564). Per esemplificare il metodo di analisi dati utilizziamo i due equinozi del 2019.

Il metodo si deve applicare, poi, a tutti gli altri casi, *mutatis mutandis*.

La prima operazione da fare Bianchini la descrive con l'ablativo assoluto

“DEMPA PENUMBRA” che è ancora leggibile, inciso sul “cronometro degli equinozi” occidentale. Consiste nel sottrarre la regione di penombra dall'immagine solare, in particolare quella lungo la direzione meridiana.

Per Bianchini -che lavorava con un foro ricavato da una lastra metallica sottile- la penombra valeva il 50% del diametro del foro stenopeico, sia a Nord che a Sud, riducendo il diametro solare misurato complessivamente di 2 cm, essendo il foro allora proprio 2 cm di diametro. Noi abbiamo verificato che intorno agli equinozi il valore più plausibile per l'estensione della penombra Est-Ovest era pari al 40% del diametro del foro, che oggi vale 2.5 cm, e quindi otteniamo pure noi 2 cm, ma come 40% di 2.5 cm.

Correzione per la penombra pari al 40% del diametro del foro stenopeico, e misura della “derotazione terrestre”

L'esperimento sull'estensione della penombra è stato condotto su alcuni transiti meridiani osservati su linee parallele. Oltre alla misura della penombra i transiti paralleli consentono di mediare su 11 linee l'istante di transito meridiano, ottenendo una precisione temporale fino a ± 0.2 s. Questa precisione sulla determinazione di istanti di tempo ben precisi come i transiti meridiani in una determinata posizione della Linea Clementina, permetterà in futuro di verificare se la rotazione della Terra sia in ritardo di una frazione di secondo su scale di tempo di qualche anno. Infatti i video con questa precisione assoluta si potranno rifare nei prossimi anni e così trovare l'effetto della derotazione terrestre (in questi ultimi anni la Terra ha sempre rallentato, ma negli ultimi secoli ci sono stati episodi di accelerazione). La penombra all'equinozio, per un cielo sereno, vale il 40% del diametro del foro stenopeico.

Si tratta (figura 1) della correlazione più significativa tra estensione della penombra ed altri parametri: il coefficiente di correlazione con l'umidità a 2 m, la pressione atmosferica e la temperatura a 2 m sono molto più debolmente correlati con parametro $R^2 \leq 0.3$

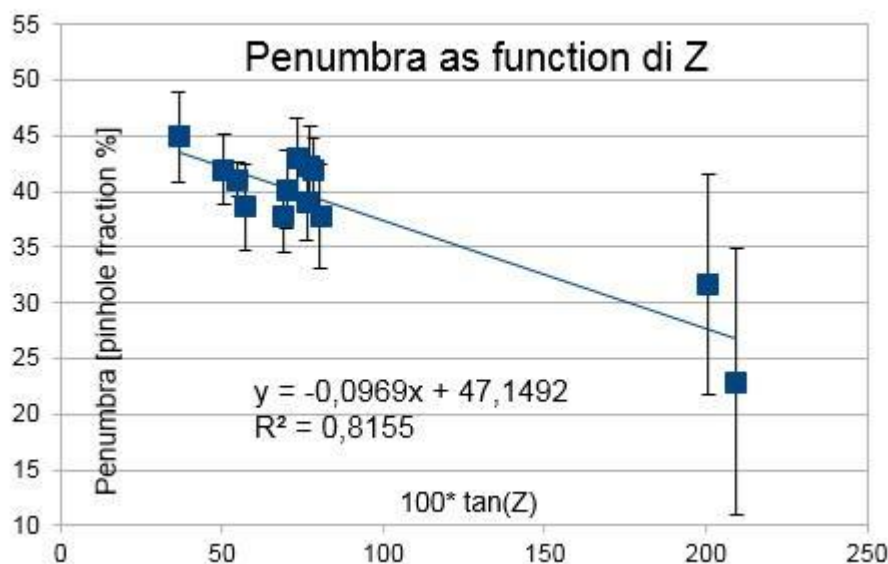


Fig. 1 Correlazione tra l'estensione percentuale della penombra e la posizione sulla meridiana; la posizione viene misurata tradizionalmente in parti centesime dell'altezza che corrispondono a 100 volte la tangente dell'angolo zenitale.

L'estensione penombra nella direzione Nord Sud per un foro ideale di diametro D dovrebbe essere uguale a quella nella direzione Est Ovest che è stata valutata dall'esperimento con i transiti su linee parallele. L'estensione della penombra determina il punto che l'occhio umano associa al bordo dell'immagine stenopeica del Sole, e corrisponde a dove il profilo di intensità dell'immagine raggiunge il punto di flesso dovuto alla convoluzione della funzione di oscuramento al bordo solare (solar limb darkening) con l'apertura del foro stenopeico. Questa verifica è stata fatta quantitativamente realizzando profili di intensità luminosa lungo il diametro Est-Ovest del Sole in meridiano.

Correzione per la natura cilindrica del foro reale: il foro “efficace”

Attualmente il foro stenopeico è un cilindro di diametro 25 mm e altezza 6.5 mm, poiché è stato necessario sovrapporre un anello di tale diametro interno alla lastra di metallo nella quale era stato cavato un foro di forma irregolare già segnalato da Catamo e Lucarini (2002, 2012²). Lo spessore dell'anello, sommato a quello della lastra, è pari a 6.5 mm, e sono stati misurati utilizzando il “sondino” del calibro e non il “plicometro” poiché non c'è spazio per inserire i due “becchi” del calibro dentro tale apertura.

L'estremo Sud del cilindro, alla sua base ha un rientro di circa 2 mm verso l'interno del foro, ma vedremo che non influisce quanto lo spessore complessivo del cilindro.

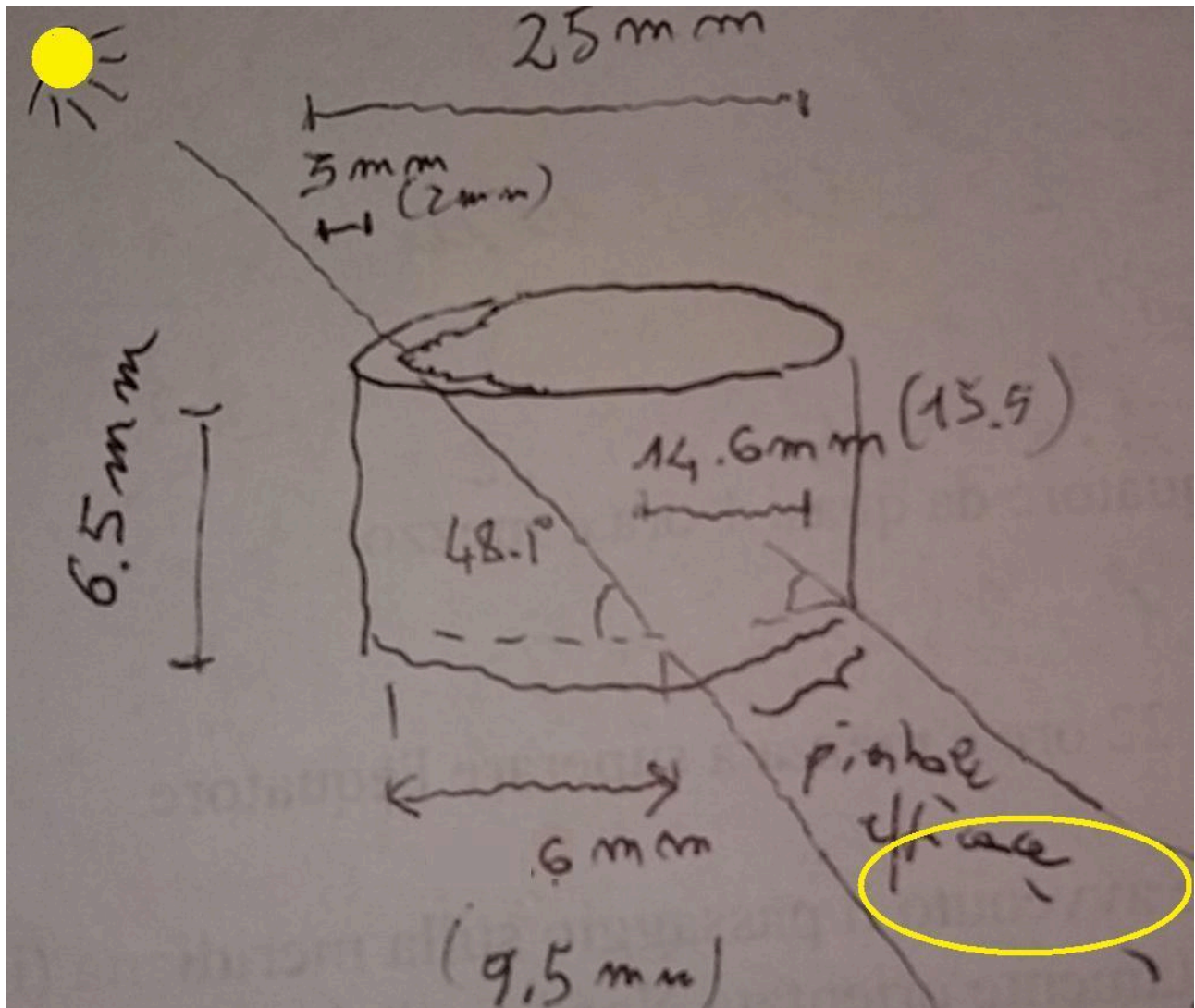


Fig. 2 Il pinhole efficace è quello libero da ombreggiamento, l'immagine solare che si forma sul pavimento è quella a sinistra in basso, ed è prodotta solo dalla parte illuminata del foro stenopeico (pinhole).

Con le differenti stagioni l'inclinazione dei raggi solari varia e, in particolare, quelli che toccano l'estremo Sud fanno sì che il foro reale sia sempre un po' ombreggiato a Sud. D'estate l'ombreggiamento vale 2.2 mm ovvero $6.5 \cdot 0.33$, dove 0.33 è la tangente di z estiva. Agli equinozi vale $6.5 \cdot 0.90 = 6 \text{ mm}$. Al Solstizio invernale vale $6.5 \cdot 2.2 = 14 \text{ mm}$. Come si vede possiamo trascurare la rientranza di circa 2 mm per effetto di questo ombreggiamento, che, nella direzione meridiana (Nord-Sud) decurta l'ampiezza del foro stenopeico efficace e ne sposta, conseguentemente, la posizione del centro.

Il foro reale ha un diametro di 25 mm , e il suo centro sarebbe in asse con il piede della verticale che passa per esso se il Sole passasse allo zenit. In questo caso, solo teorico per Roma, il centro è 12.5 mm prima del bordo Nord del foro (e dopo il bordo Sud). D'Estate il diametro efficace è 22.8 mm ed il centro è 11.4 mm prima del bordo Nord del foro. Quindi il centro "efficace" risulta spostato verso Nord di 1.1 mm rispetto al piede della perpendicolare.

Questa discussione non è mai stata fatta in passato, poiché si lavorava sempre con fori stenopeici ricavati su una lastra metallica sottile.

Agli equinozi il diametro efficace è 19 mm ed il centro 9.5 mm prima del bordo Nord, cioè a 15.5 mm dal Sud, e 3 mm più a Nord del caso di foro sottile.

In inverno il foro efficace vale 11 mm, e il centro 5.5 mm dal bordo Nord e 19.5 mm dal Sud, cioè 7 mm più a Nord del caso sottile.

Stagione	Diametro efficace [mm] che è anche la penombra	Spostamento verso Nord del centro del foro efficace [mm]
Estate	22.8	1.1
Equinozi	19	3
Inverno	11	7

Ribadiamo che il centro del foro efficace è sempre spostato più a Nord del centro geometrico del foro reale, per via dell'ombreggiamento parziale sul bordo Sud (quindi esposto a Nord) dovuto allo spessore del foro stesso.

Correzione per la differenza tra la verticale del foro del 1702 e quella attuale

Filo a piombo e laser

Questa ulteriore correzione si rende necessaria dal momento che sappiamo che il foro stenopeico attuale non è collocato in modo esattamente coassiale con quello originale realizzato da Francesco Bianchini nel 1701 e già operativo da quell'anno.

Nel dicembre 2018 ho potuto liberare dai detriti accumulatisi negli anni la parte sommitale del canale verticale, quella vicina al foro stenopeico. Questo è stato possibile con la piattaforma telescopica usata per i lavori di restauro condotti dal sig. Dario Diamanti. Sarebbe quindi possibile calare dall'alto un filo a piombo per individuare il piede della perpendicolare. Un filo metallico con peso conico era stato disposto da Catamo e Lucarini ed era presente fino al 2006, ma analizzando le piccole oscillazioni queste erano compatibili con un pendolo lungo 19.45 m, segno che fino a 20.35 m era presente una strozzatura nel canale, mentre ora (2019) è ristabilita la pervietà, come abbiamo potuto verificare con il Laser. Il filo a piombo non è stato rimesso.

La proiezione ortogonale del foro stenopeico a terra

Per ora la posizione della proiezione ortogonale del foro stenopeico la possiamo ottenere indirettamente dalle due misure degli equinozi di Primavera e di Autunno.

Conoscendo l'altezza della faccia inferiore del foro stenopeico, valutata con la stazione totale pari a 20354.4 mm

Questo dato coincide esattamente con 100 volte la 220 esima parte della distanza del numero 220 della meridiana dal centro della vaschetta che rappresenta il piede della verticale del foro stenopeico del 1701.

La misura dell'altezza fatta con i distanziometri laser della stazione totale, e quella della distanza del numero 220 fatta col metro a terra e con i distanziometri laser moderni sono indipendenti tra loro.

Il Sole durante le stagioni ci offre la possibilità di effettuare proiezioni ad inclinazioni variabili del foro stenopeico. L'immagine proiettata è quella del Sole più la penombra indotta dalla convoluzione tra foro stenopeico e limb darkening.

Ma il centro dell'immagine solare è la proiezione esatta del centro del foro stenopeico efficace.

Conosciamo dalle effemeridi IMCCE e NASA la posizione del centro del Sole con una precisione migliore del secondo d'arco, anche tenendo conto dell'effetto rifrattivo dell'atmosfera, che può variare leggermente tra il modello standard di atmosfera US1976 e l'atmosfera reale di Roma al momento dell'osservazione.

La differenza che osserviamo tra la posizione calcolata con le effemeridi del centro del Sole e la posizione misurata è proprio dovuta alla combinazione tra spostamento verso Nord del centro del foro efficace e spostamento (anche questo risulta proprio verso Nord) del centro del foro geometrico attuale rispetto a quello del 1701.

Il centro della vaschetta è l'origine di tutte le nostre misure prese sia col teodolite che con il metro, e presumibilmente è stato anche l'origine delle misure prese da Bianchini al momento della realizzazione della linea dell'equatore posta a 18250.3 mm dal centro della vaschetta, origine delle coordinate meridiane.

L'immagine del Sole attuale è stata presa con una matita segnando sulla linea meridiana dove questa la intersecava nei due lembi Nord e Sud. Questo sia il 21 marzo 2019 alle 12:17:32 che il 23 settembre 2019 alle 13:02:43 in concomitanza con i transiti meridiani più vicini agli istanti dei due equinozi.

Data l'altezza del foro e l'inclinazione del centro del Sole rispetto all'orizzonte nei due transiti si può calcolare esattamente la posizione delle proiezioni di questo centro nei due casi.

Per la Primavera questo centro risulta 7.5 mm spostato verso Nord

Per l'Autunno risulta 9 mm verso Nord.

Togliendo 3.92 mm di spostamento del centro del foro efficace (quello non ombreggiato) sempre verso Nord, restano 4.35 ± 0.75 mm di spostamento verso Nord dovuti esclusivamente alla differenza di posizione tra il foro attuale e quello funzionante nel 1701.

Ribadisco che lo spostamento verso Nord del foro efficace è variabile con la stagione secondo la tabella 1, mentre quello del centro geometrico del foro attuale (installato il 27 ottobre 2018) è costantemente spostato di 4.35 ± 0.75 mm verso Nord.

Di questi due effetti sistematici occorre tenere conto al momento della riduzione dei dati.

Stima dell'istante degli equinozi

Una volta adottato lo spostamento costante di 4.35 ± 0.75 mm verso Nord la stima dell'equinozio mediante il "cronometro degli equinozi" e la legge del Danti (1577) che esprime che la velocità in declinazione del Sole equinoziale è pari a $1'/h$ porta a risultati che si discostano dal valore calcolato con le effemeridi NASA/Horizons e IMCCE non più di 4 minuti di tempo, mentre Francesco Bianchini nel settecento dava una confidenza di 10 minuti sulla precisione delle sue misure allo Gnomone Clementino.

Spiegando il metodo del Danti $v=1'/h$ conviene arrotondare a 32 cm il diametro del Sole decurtato della penombra, e sapere che in secondi d'arco il diametro solare equinoziale vale circa 32'. Quindi Egnazio Danti nel 1577 affermava proprio che il Sole sale o scende sull'equatore celeste di 1' all'ora attorno agli equinozi.

Se il centro del Sole ha superato di 3 cm la linea dell'equatore significa che l'equinozio è già avvenuto 3 ore prima di quando viene presa la misura. Bianchini ha previsto di realizzare queste misure vicino alla linea meridiana presso i due "cronometri" che sono due profili ellittici del Sole decurtati della penombra, sui quali si va a sovrapporre l'immagine solare.



Fig. 3 L'immagine solare sta uscendo dal riquadro dell'Ariete per toccare i due cronometri degli equinozi e la linea meridiana il giorno 23 settembre 2019. La foto è delle 12:56:02.

Tuttavia Bianchini ha anche visualizzato la linea dell'equatore, perpendicolare alla meridiana, materializzandola mediante 4 stelle in linea incastonate sul pavimento esattamente nelle posizioni dove il centro del Sole batte 2 ore prima del transit meridiano, 1 ora e mezza prima, un'ora prima e mezz'ora prima (qui c'è un pallino).



Fig. 4 Sull'origine del metro disposto lungo la linea dell'equatore c'è la stella equatoriale posta a 1h 30 m dal transitto meridiano, cioè a 22.5° dall'azimut 180° che è il Sud. La foto è del 23 settembre 2019 ore 11:32:22, il transitto sulla meridiana è accaduto alle 13:02:43.8 mentre le effemeridi lo calcolano alle 13:02:27.9. La meridiana sappiamo che è globalmente deviata verso Est di circa 5', la linea dell'equatore risulta ruotata di 13' verso Sud, ma la stella è centrata dal Sole con una precisione di 5 secondi, compatibile con un disallineamento della meridiana di riferimento originale di poco più di 1.6'.

Tirando una linea tra queste stelle (noi lo abbiamo fatto con un metro) si visualizza l'equatore e si può valutare di quanta percentuale del diametro "sagittale" il centro l'immagine solare dista dall'equatore, valutando potenzialmente in ogni istante in cui la vediamo il tempo trascorso dall'equinozio (o ancora da trascorrere).

Per **diametro sagittale** intendiamo quello nella direzione verso il foro stenopeico, che è sempre il diametro massimo e che diventa quello Nord-Sud sulla meridiana.



Fig. 5 la linea dell'equatore è descritta dal metro sottile, mentre il diametro sagittale dell'immagine solare, che è in primo piano, è parallelo al metro corto e spesso (1 m).

I ragazzi seduti sulla sinistra dell'equatore si trovano sulla proiezione dell'emisfero boreale celeste, mentre quelli seduti sulla destra sono sull'emisfero australe. La foto è delle 11:37:07 del 23 settembre, il centro del Sole ha già superato l'equatore provenendo da Nord e si trova già nell'emisfero australe da circa 1 ora e 50 minuti. Sono le prime ore dell'Autunno 2019.

Ricognizione dell'orientamento della linea dell'equatore

A partire delle ore 11 del 23 settembre con gli studenti dell'Istituto Tecnico Industriale Galileo Ferraris di Roma, classe 2DT 2019/20 abbiamo effettuato 16 misure lungo il diametro sagittale del Sole della distanza tra il centro del Sole e l'equatore e del diametro solare.

Queste 16 coppie di dati sono servite a calibrare la posizione e l'inclinazione della linea dell'equatore sul pavimento della Basilica. Le quattro stelle che la individuano sono state ricollocate nello stesso posto che aveva fissato Francesco Bianchini da Luigi Vanvitelli che nel 1748-1750 ha diretto i lavori per il Giubileo del 1750 ordinati da Benedetto XIV, durante i quali è stato realizzato sia il pavimento di marmo che gli archi, gli stucchi e le paraste, che Michelangelo non aveva previsto in origine. Vanvitelli, con l'arco sotto il foro stenopeico, aveva “accecato” la meridiana tra gli equinozi e l'estate... per più di 6 mesi all'anno; fu necessario l'intervento autorevole di Boscovich nel 1750 per far ripristinare almeno parzialmente il passaggio della luce tra il foro stenopeico e la meridiana.

Si noti che il secondo “misuratore dei solstizi” quello occidentale è rimasto “cieco” dal 1750 ed è stato riscoperto da me solo nel giugno del 2018 (comunicazione alla International Astronomical Union, General Assembly XXX, Vienna Commission C3).

Noi assumeremo che le stelle siano nelle loro posizioni originali, rispettate da Vanvitelli e così conservate nei successivi 270 anni.

Eseguendo la proporzione $CE:\text{diametro sagittale}=X:32$ ore si ricava il tempo X in ore per ognuna delle 16 misure eseguite lungo la linea dell'equatore.

CE è la distanza in mm tra il centro dell'immagine solare (preso sul diametro sagittale) e la linea dell'equatore (presa al centro del metro sottile di alluminio colorato di giallo che la ha materializzata). Il diametro sagittale dovrebbe essere anche quello decurtato della penombra, così come si dovrebbe tenere conto della posizione del "foro efficace" fino a due ore prima del passaggio meridiano col Sole ad un'altezza sull'orizzonte equivalente a quella invernale al meridiano. Tutto ciò, come abbiamo visto nel caso meridiano precedentemente esposto, sposta tutta l'immagine solare verso Nord, e comunque in direzione sagittale in verso opposto alla posizione del foro stenopeico, di alcuni millimetri, fino ad un massimo di $3+4=7$ mm (perché alle 11 del 23 settembre il Sole è già oltre i 40° di altezza). Tenuto conto di ciò e che il diametro solare alle ore 11:11 del 23 settembre valeva 440 mm, decurtato della penombra (da foro efficace ridotto a 18 mm come da tabella 1) diventa 432.8 mm con la distanza $CE=50$ mm si ottiene come stima dell'istante dell'equinozio le 7:30 del mattino, 3.7 ore prima.

I calcoli sviluppati in meridiano ci danno 3.12 ore prima delle 13:02, cioè le 9:55 del mattino, valore quasi esatto -9:50 da effemeridi-.

Questo significa che la stella che materializza l'equatore due ore prima del transito meridiano (vicina alla misura delle 11:11 che ho appena descritto) è correttamente collocata in azimuth (5 secondi di precisione, $1'15''$ in azimuth) ma è spostata in declinazione in modo da far apparire trascorse 3.7 ore, invece che 1 ora e 20 minuti, cioè 1.33 ore.

La differenza sono $3.71-1.33=2.38$ ore, cioè $2'.38$ secondo la legge del Danti relativa allo spostamento orario del Sole equinoziale.

Lo spostamento in declinazione è verso Sud rispetto all'equatore reale, così da far apparire più grande il tempo trascorso dall'equinozio all'aumentare della distanza dalla linea meridiana delle stelle dell'equatore.

Alle 11:11 mancano 1 ora e 52 minuti al transito meridiano. Poiché $1\text{ ora}=15^\circ$ in azimuth $1\text{h } 52$ corrispondono a 28°

Una distanza di $2.38'$ a 28° corrisponde ad un'inclinazione della linea equatoriale rispetto alla vera direzione Est-Ovest pari a

$\arctan(2.38'/28*60')=4.87'$ che è compatibile in modulo (ma speculare in direzione) con i $5'$ circa di deviazione trovati in direzione Est per la meridiana clementina.

**istante dell'equinozio
d'Autunno (vero)**



**mentre il centro
dell'immagine solare
appare già aver
superato l'equatore
tracciato in Basilica**

Fig. 6 schema della rotazione dell'equatore rispetto a quello teorico e della meridiana rispetto a quella teorica. Le due rotazioni sono entrambe di 5', ma una è in senso opposto all'altra. L'azimut delle stelle collocate sulla linea dell'equatore, invece è preciso al minuto d'arco (come si evince dall'immagine in figura 3) rispetto alla meridiana teorica.

La meridiana clementina e le sue diverse fasi costruttive

Uno dei risultati più interessanti di questa campagna di misure condotte tra il 2018 e il 2019, in cui sono state messe a confronto misure geometriche fatte col teodolite della stazione totale e misure astronomiche fatte sulla posizione del Sole e le effemeridi NASA, www.calsky.com e IMCCE, che rappresentano la migliore teoria solare a nostra disposizione oggi, è stato quello relativo alle possibili fasi costruttive della meridiana.

Lo stato attuale delle conoscenze è il seguente.

Al più tardi a Settembre 1700 Bianchini inizia le misure per stabilire la massima elongazione orientale della stella polare, e la culminazione inferiore. Il cardinale Gian Francesco Albani ha già finanziato l'opera monumentale che diventerà la Meridiana Clementina. Il 27 settembre il Cardinale Albani è ordinato sacerdote. Lo stesso giorno muore papa Innocenzo XII. Il 6 Ottobre il Cardinale Albani celebra la sua prima messa

solenne a s. Maria degli Angeli. Il 23 Novembre il Cardinale Albani è eletto papa, e sceglie il nome di Clemente, il santo papa festeggiato quel giorno. Tra il 1 gennaio 1701 e l'8 gennaio Bianchini completa le misure sulla Polare quanto alla culminazione superiore e l'elongazione occidentale (è documentato solo che fece le misure per la latitudine, ma per fare queste occorre la direzione del Nord, e questa poteva essere ottenuta solo con la bisettrice tra le due elongazioni opposte, ecco perché Bianchini deve aver cominciato almeno tre mesi prima, e questo dimostra che Albani aveva già finanziato il lavoro della meridiana, ben prima di diventare papa, cosa che non poteva minimamente immaginare).

Tornando alla prima settimana di gennaio 1701 Bianchini può tracciare la meridiana boreale che risulta deviata dal vero Nord di un solo minuto d'arco.

Con quella meridiana boreale può misurare la latitudine del luogo, mediando la culminazione superiore con quella inferiore della stella Polare e correggendo per la rifrazione, secondo le tabelle di Cassini.

Per un angolo zenitale z la correzione per la rifrazione atmosferica Cassiniana vale $\Delta z = 60'' \cdot \tan(z)$.

Bianchini ottiene il valore di $41^\circ 54' 27''$ poi arrotondato a $30''$, in eccesso di $16''$ ($19''$) rispetto al valore vero. Questa differenza però non è dovuta ad un errore di misura, ma ho provato nel 2006 che è dovuta alla posizione apparente della Polare nella prima settimana dell'anno a causa dell'aberrazione stellare. Questo fenomeno che in ultima analisi è di natura relativistica, è stato scoperto nel 1727 dall'Astronomo Reale James Bradley a Greenwich, 26 anni dopo queste misure -accurate al secondo d'arco- fatte dal Bianchini a Roma.

L'errore dell'aberrazione è riflettuto anche nella posizione della linea dell'equatore della stessa Meridiana Clementina.

Successivamente Bianchini, per tracciare la linea meridiana principale abbandona il segmento Boreale usato per la latitudine e si fa aiutare da Giacomo Filippo Maraldi, assistente di Gian Domenico Cassini all'Osservatorio di Parigi.

Maraldi con una meridiana nel Palazzo Venezia, che dal tetto di S. Maria degli Angeli si riesce a vedere, comunica visualmente gli istanti del transito meridiano a Bianchini, che trasferisce sulla Meridiana Clementina l'errore sistematico di puntamento verso il Nord della meridiana usata dal Maraldi. Questa devia dal Nord di 5 minuti d'arco verso Est, e così accade pure alla Meridiana Clementina tra il solstizio estivo e quello invernale, nella parte invece dove il Sole non arriva mai, e cioè tra il solstizio estivo e la perpendicolare al foro stenopeico la Meridiana Clementina è parallela a quella Boreale e quindi devia di un solo minuto d'arco verso Est dal Nord.

Complessivamente dal piede del foro stenopeico al solstizio d'inverno la deviazione risulta di 4.5 minuti d'arco, ed era stata misurata accuratamente nel 2006 col metodo usato per gli aeroporti e applicato a quella di Milano da Carlo Monti (Politecnico) et al. ottenendo $4'28.6'' \pm 0.6''$. La scoperta recentissima è che questa deviazione di 4.5' è in realtà composta di due segmenti uno lungo che devia 5' e uno breve ma più antico che devia di 1'. In altre parole Bianchini tracciando la prima meridiana usando la stella Polare aveva

superato lo standard tecnologico della sua epoca che corrispondeva appunto ad un errore random contenuto entro 5' dal vero Nord. Poi, per fidarsi di Maraldi, ritornò agli standard dell'epoca. Solo 5 anni dopo la morte di Bianchini Anders Celsius nel 1734 soggiornò al Quirinale e osservò per sei mesi alla Meridiana Clementina individuando che era deviata di 2' verso Est. L'entità della deviazione fu valutata in 4.5' da Boscovich nel 1750 durante la sua ricognizione in occasione dei lavori per il Giubileo. Oggi, grazie alla nostra campagna osservativa 2018-19 sappiamo che da un solstizio all'altro la meridiana è deviata di circa 5', collocando la precisione delle misure di Boscovich nell'ambito del mezzo minuto d'arco, 10 volte migliore di cinquant'anni prima, ma solo 2 volte migliore della prima meridiana tracciata da Bianchini con l'aiuto della stella Polare.

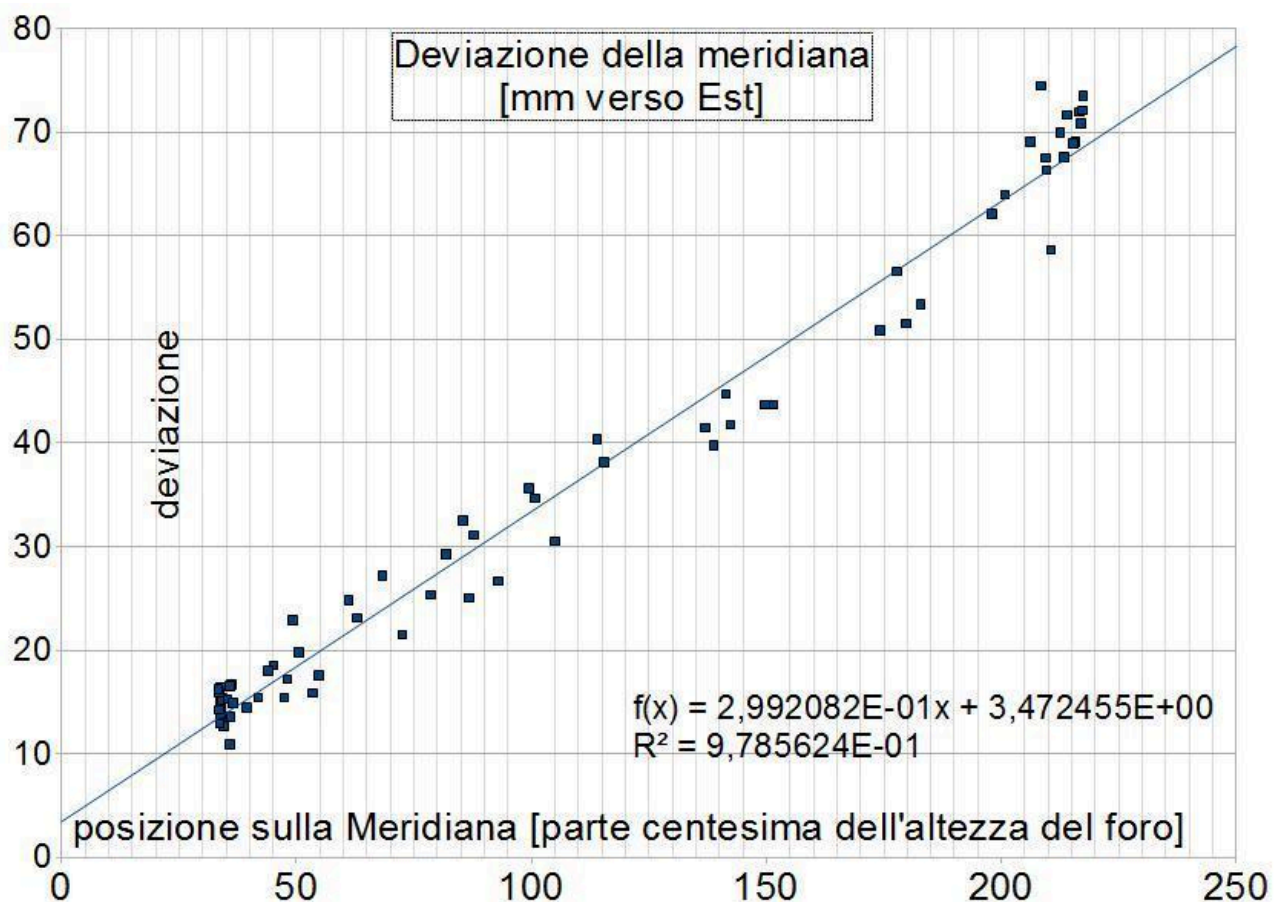


Fig. 7 Deviazione in mm della Meridiana rispetto al vero Nord, calcolata per tutte le osservazioni effettuate. La Meridiana risulta deviata di circa 60 mm su 39 metri complessivi, tra un solstizio e l'altro, cioè poco più di 5 minuti d'arco.

Gli istanti dei solstizi

Questi due estremi del moto in declinazione del Sole, al tempo di Bianchini venivano definiti confrontando gli istanti di transito meridiano di una stella, tipicamente sempre Sirio, e quelli del Sole.

Bianchini nel suo trattato del 1703 riporta esplicitamente i dati dei transiti meridiani osservati in pieno giorno sia di Sirio che del Sole in corrispondenza del solstizio d'Estate.

A maggior ragione Bianchini poteva osservare Sirio d'Inverno di notte e confrontarne i tempi dei transiti con quelli del Sole a mezzodì.

Riteniamo, tuttavia, che sia l'inclinazione di 5' della meridiana rispetto al vero Nord, sia l'uso delle coordinate stellari fornite nel catalogo di riferimento che usava Bianchini che era quello di Philippe De La Hire, dell'Osservatorio di Parigi, abbiano prodotto degli errori sistematici che si riflettono negli istanti dei solstizi del 1703 che Bianchini ha pubblicato sul marmo in un'iscrizione che si trova sul muro nell'area del presbiterio immediatamente al di là della balaustra vicina alla parte finale della Meridiana nel Capricorno.

Questi errori sono maggiori dei 10 minuti che Bianchini correttamente associava al suo metodo e sono nuovamente dovuti all'aberrazione stellare, perché le coordinate di Sirio erano quelle prese a mezzanotte, ma a mezzogiorno l'aberrazione ha segno esattamente opposto.

L'altro errore sistematico ad influenzare i risultati è dovuto all'inclinazione della meridiana, che fa sì che il transito alla declinazione di Sirio (posizione 161) avvenga con circa 17 secondi di ritardo, mentre alla posizione del Sole estivo il ritardo vale circa 10 secondi, con un ritardo combinato di 7 secondi, che invece diventano -6 secondi se si confronta Sirio con il Sole invernale.

Non potendo noi osservare contemporaneamente Sirio e il Sole dalla Linea Meridiana come si poteva fare al tempo di Bianchini aprendo la finestra sopra il foro stenopeico, dobbiamo trovare l'istante e la posizione dei solstizi con un'interpolazione parabolica delle posizioni e tempi del Sole nei giorni immediatamente precedenti e immediatamente successivi. Tuttavia nel fare questo si trova un effetto sistematico dovuto alla presenza nei giorni successivi sia al solstizio d'inverno che a quello di estate di un apside: circa il 4 gennaio è il perielio, col Sole più veloce lungo le coordinate eclitticali, e circa il 4 luglio è l'afelio col Sole più lento.

Questa situazione determina una certa asimmetria nella parabola di fit, e per evitare che questo infici nella stima dell'istante del solstizio conviene avere dati il più possibile concentrati vicino alla data del solstizio, oppure ridurre simmetricamente l'ampiezza delle date attorno al solstizio e fare un fit lineare delle date così ottenute: quando l'ampiezza tende a zero il fit lineare tende alla data vera del solstizio con una precisione effettiva verificata di 10 minuti, verificata sia per l'estate 2019 che per l'inverno 2018.

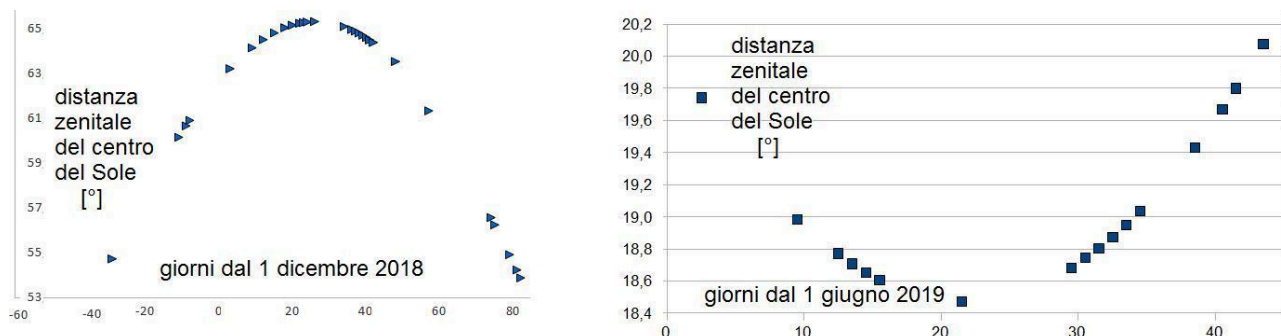


Fig. 8 La distanza zenitale del Sole è rappresentata in funzione del tempo. L'andamento parabolico è evidente, ma l'istante del punto stazionario è sistematicamente minore del solstizio vero d'inverno a causa del perielio che segue, mentre è maggiore d'estate per l'afelio che segue [il Sole raggiunge la stessa altezza meridiana con maggior lentezza rispetto a prima del solstizio estivo, e viceversa d'inverno].

Questo fenomeno lo ho battezzato “effetto Cusano” in onore di Nicolò Cusano (1401-1464) che studiò l'istante del solstizio invernale mediando due date in cui il Sole entrava ed usciva da un foro praticato a meridione in una stanza del Castello di Andraz, nella diocesi di Bressanone dove era Vescovo.

Conclusioni

La storia cronologica della costruzione di questa meridiana ci mostra essenzialmente due cose:

- 1) la meridiana è stata finanziata dal Cardinale Albani con i suoi soldi, e non dal papa Clemente XI sia pure come primo atto pontificio, perché Bianchini il primo gennaio 1701 doveva avere a disposizione già entrambe le elongazioni della Polare e in quelle notti invernali ne poteva avere una sola. L'altra doveva averla già osservata almeno 3 mesi prima quando il papa regnante era quello precedente, Innocenzo XII, o si era già in Sede Vacante.
- 2) la meridiana Boreale precede cronologicamente e logicamente quella grande, e risulta 5 volte più precisa quanto ad allineamento verso il Nord. Nel tracciare quella grande Bianchini abbandonò il risultato ottenuto con quella Boreale per seguire la meridiana che usava Maraldi, celebre astronomo e assistente (e parente) di Cassini a Parigi, a Palazzo Venezia, della quale trasferisce la deviazione di costruzione. Nel 2006 provai che la misura della posizione apparente del Polo Nord Celeste era stata fatta dal Bianchini con una precisione di 1" e adesso trovo che anche la direzione verso il Nord tracciata dal Bianchini nella stessa occasione aveva una precisione di 1' in azimuth, la più accurata della sua epoca.

Lo studio fatto sul metodo di riduzione dei dati di un'osservazione fatta alla Meridiana Clementina ci ha mostrato come nel caso di un foro cilindrico occorra tenere conto del suo spessore che determina un certo ombreggiamento, variabile con la stagione.

Questo ombreggiamento determina a sua volta la riduzione dell'ampiezza efficace del foro stenopeico, che partendo da 25 mm col Sole allo zenit (caso puramente teorico a Roma) arriva fino a 11 mm col Sole meridiano del solstizio invernale.

Oltre alla riduzione dell'ampiezza efficace c'è anche uno spostamento verso Nord del centro del foro efficace che arriva fino a 7 mm d'inverno, partendo da 1 mm d'estate e circa 4 mm all'equinozio.

Per facilitare la presa dati sulla meridiana sono stati collocati dei segnaposto temporanei in corrispondenza dei multipli di 5 parti centesime, partendo da 220 fino a 40, con alcune eccezioni. Questa tabella viene allegata per completare la descrizione dei metodi utilizzati.

Ho creato una pagina web contenente tutti i video, circa 100, fatti ai passaggi meridiani reperibili su youtube, da affiancare alla tabella sulle misure dei segnaposto utilizzata per l'analisi dei dati.

https://docs.google.com/document/d/1i63OT0jYgSvvfsD-hXAG_U2VinAlkE_ZzwN7LeduHDE/edit?usp=sharing

I solstizi sono stati determinati con fit parabolici e lineari sui risultati di quelli parabolici basati su intervalli di tempo centrati attorno ai solstizi e via via decrescenti.

Ringraziamenti

Sono debitore ai Colleghi e alla Dirigente dell'ITIS G. Ferraris/F.Caffè di Roma che hanno aderito al progetto di visitare più volte con le nostre classi la Meridiana imparando ad utilizzarla lungo tutte le stagioni dell'anno. In particolare la prof.ssa Paola Spera e il prof. Giuseppe Cultrera che hanno condotto le esercitazioni dei Geometri del nostro Istituto proprio sulla Linea Meridiana contribuendo ad una nuova e più completa visione di questo splendido strumento scientifico.

Un grazie anche a Luigi Bordoni, Massimo Romanello, Beatrice Baschetti e Sara Bacchini della Sapienza e a tutti i giovani studenti delle sei classi 1A 1B 1C 1D 2A e 2B Tecnico Industriale 2018/9 e 5B Liceo 2019/20 che hanno affiancato con passione il lavoro di presa dati e analisi dati suscitando sempre tante nuove prospettive e soprattutto nuovo entusiasmo.

L'onore di partecipare al progetto Lauree Scientifiche/Lab 2 Go del Dipartimento di Fisica della Sapienza (dove ho svolto gran parte della mia formazione accademica, ormai nello scorso millennio) proprio con la Meridiana Clementina mi è stato conferito proprio durante le misure del solstizio invernale, e ha ulteriormente e fortemente motivato questa nuova campagna di osservazioni, che oso paragonare a quella semestrale di Anders Celsius del 1734: in questa ho potuto registrare quasi 90 transiti meridiani osservati durante tutte le stagioni, con lo stesso foro stenopeico. Grazie all'ESA/ESRIN nelle persone di Juan Luis Cano e Ian Carnelli che mi hanno invitato a presentare al convegno internazionale AIDA/DART i transiti meridiani dell'11, 12 e 13 settembre '19 durante le sessioni di lavoro.

Referenze

C. Sigismondi, MGM XIII, Berlino 2006 sull'aberrazione stellare nelle misure di Bianchini

C. Sigismondi, Atti Convegno SIA, Ferrara, 2009 sulla misurazione del Delta UT1

C. Sigismondi, Gerbertus 7, 2014 monografia sullo Gnomone Clementino

C. Sigismondi, IAU XXX GA, C3 meeting, Vienna 2018 sulla riscoperta dei due misuratori dei solstizi estivi

M. Catamo e C. Lucarini, Il cielo in Basilica, Roma 2012²

J. L. Heilbron, The Sun in the Church, Harvard University Press, 1999

F. Bianchini, De Nummo et Gnomone Clementino, Romae 1703

E. Danti, Tractatio et Usus Gnomoni Magni, Bologna 1577

G. De Dona', Gerbertus 1, 2010 sul metodo di Cusano per misurare il solstizio d'inverno

Addendum: tabella riferimenti metrici sulla Linea Clementina

posizione	mm	sigma	posizione	mm	sigma
0	0,0	0,0	130	26441,5	4,7
37	7534,5	1,7	135	27453,7	4,7
40	8128,5	1,0	140	28486,9	5,1
45	9156,2	1,5	145	29516,7	5,0
50	10148,5	4,0	150	30525,7	5,0
55	11167,2	2,5	155	31536,4	4,9
60	12190,5	2,6	160	32559,2	5,3
65	13207,2	4,0	165	33574,2	5,7
70	14223,5	4,4	170	34594,6	5,1
75	15239,8	4,6	175	35614,4	5,7
80	16248,8	4,6	180	36628,7	4,7
85	17266,0	4,0	185	37646,6	4,8
equinozio	18250,3	5,1	190	38663,6	4,7
90	18278,7	4,5	195	39681,1	4,9
95	19290,9	4,6	200	40701,1	4,9
100	20328,6	4,7	205	41724,4	4,8
105	21344,8	5,1	210	42743,2	4,8
110	22361,8	4,7	215	43759,7	4,8
115	23388,8	4,5	216	43964,7	4,7
120	24403,5	4,5	220	44777,6	4,7
125	25418,7	4,6	fine	44916,9	4,7